

Mezi analogií a paradoxem ve vyšších dimenzích

prezentace byla upravena aby neobsahovala převzaté obrázky

článek s doplňujícími informacemi a materiály:

https://www.researchgate.net/publication/340792602_Visualizing_Objects_of_Four-Dimensional_Space_From_Flatland_to_the_Hopf_Fibration_preprint

Michal Zamboj, PedF UK

Letní Škola Geometrie, Česká Lípa, 1.-4.7.2023

Psychotest 01

Test

Psychotest 01

Test

1. Zavřete oči

Psychotest 01

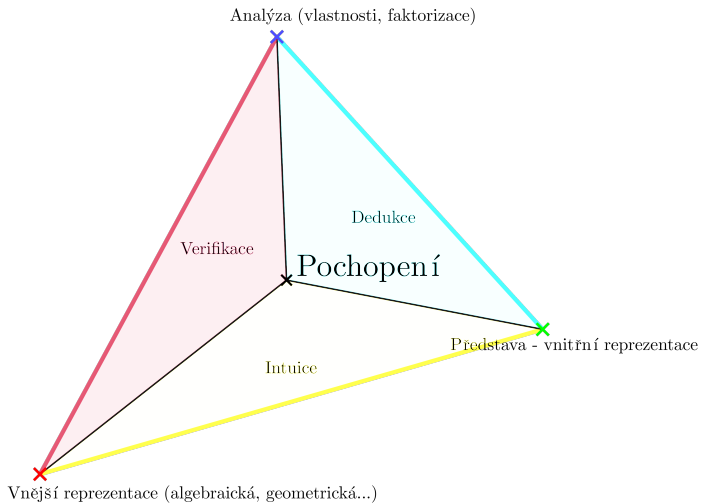
Test

1. Zavřete oči
2. Představte si rovinu (důsledkem předešlého bodu je, že toto by jste neměli číst).

Psychotest 01

Test

1. Zavřete oči
2. Představte si rovinu (důsledkem předešlého bodu je, že toto by jste neměli číst).
3. Co přesně jste si představili?



Psychotest 02

Test

Psychotest 02

Test

1. Nakreslete jednoznačně přímku v prostoru.

Vizuální rozměr

Zobrazování objektů a jejich vlastností

Vizuální rozměr

Zobrazování objektů a jejich vlastností



projekce

Vizuální rozměr

Zobrazování objektů a jejich vlastností



projekce



řezy

Vizuální rozměr

Zobrazování objektů a jejich vlastností



projekce



řezy



stíny

Vizuální rozměr

Zobrazování objektů a jejich vlastností



projekce



řezy



stíny



sítě

Vizuální rozměr

Zobrazování objektů a jejich vlastností



projekce



řezy



stíny



sítě



pohyb (pozorovatele nebo objektu)

Analogie a paradoxy



zobecnění



indukce



analogie

Analogie a paradoxy

Induktivně dimenzionální analogie (dimenzionální žebřík).

Analogie a paradoxy

Útvary

bod (0) \longrightarrow

Analogie a paradoxy

Útvary

bod (0) \longrightarrow přímka (1) \longrightarrow

Analogie a paradoxy

Útvary

bod (0) \longrightarrow přímka (1) \longrightarrow rovina (2) \longrightarrow

Analogie a paradoxy

Útvary

bod (0) \longrightarrow přímka (1) \longrightarrow rovina (2) \longrightarrow 3-prostor (3) \longrightarrow

Analogie a paradoxy

Útvary

bod (0) \longrightarrow přímka (1) \longrightarrow rovina (2) \longrightarrow 3-prostor (3) \longrightarrow
4-prostor (4) \longrightarrow

Analogie a paradoxy

Útvary

bod (0) \longrightarrow přímka (1) \longrightarrow rovina (2) \longrightarrow 3-prostor (3) \longrightarrow
4-prostor (4) \longrightarrow ... \longrightarrow n -prostor (n)

Analogie a paradoxy

Útvary

bod (0) \longrightarrow úsečka (1) \longrightarrow ...

Analogie a paradoxy

Útvary

bod (0) \longrightarrow úsečka (1) \longrightarrow ...



trojúhelník (2) \longrightarrow

Analogie a paradoxy

Útvary

bod (0) \longrightarrow úsečka (1) \longrightarrow ...



trojúhelník (2) \longrightarrow čtyřstěn (3) \longrightarrow

Analogie a paradoxy

Útvary

bod (0) \longrightarrow úsečka (1) \longrightarrow ...



trojúhelník (2) \longrightarrow čtyřstěn (3) \longrightarrow 4-simplex \longrightarrow

Analogie a paradoxy

Útvary

bod (0) \longrightarrow úsečka (1) \longrightarrow ...



trojúhelník (2) \longrightarrow čtyřstěn (3) \longrightarrow 4-simplex \longrightarrow ... \longrightarrow
n-simplex (*n*)

Analogie a paradoxy

Útvary

bod (0) \longrightarrow úsečka (1) \longrightarrow ...



trojúhelník (2) \longrightarrow čtyřstěn (3) \longrightarrow 4-simplex \longrightarrow ... \longrightarrow
 n -simplex (n)



čtverec (2) \longrightarrow ...

Analogie a paradoxy

Útvary

bod (0) \longrightarrow úsečka (1) \longrightarrow ...



trojúhelník (2) \longrightarrow čtyřstěn (3) \longrightarrow 4-simplex \longrightarrow ... \longrightarrow
 n -simplex (n)



čtverec (2) \longrightarrow ...



krychle (3) \longrightarrow

Analogie a paradoxy

Útvary

bod (0) \longrightarrow úsečka (1) \longrightarrow ...



trojúhelník (2) \longrightarrow čtyřstěn (3) \longrightarrow 4-simplex \longrightarrow ... \longrightarrow
 n -simplex (n)



čtverec (2) \longrightarrow ...



krychle (3) \longrightarrow nadkrychle / hyperkrychle / tesseract
(4) \longrightarrow

Analogie a paradoxy

Útvary

bod (0) \longrightarrow úsečka (1) \longrightarrow ...



trojúhelník (2) \longrightarrow čtyřstěn (3) \longrightarrow 4-simplex \longrightarrow ... \longrightarrow
 n -simplex (n)



čtverec (2) \longrightarrow ...



krychle (3) \longrightarrow nadkrychle / hyperkrychle / tesseract
(4) \longrightarrow ... \longrightarrow n -krychle (n)

Analogie a paradoxy

Útvary

bod (0) \longrightarrow úsečka (1) \longrightarrow ...



trojúhelník (2) \longrightarrow čtyřstěn (3) \longrightarrow 4-simplex \longrightarrow ... \longrightarrow
 n -simplex (n)



čtverec (2) \longrightarrow ...



krychle (3) \longrightarrow nadkrychle / hyperkrychle / tesseract
(4) \longrightarrow ... \longrightarrow n -krychle (n)



osmistěn (3) \longrightarrow

Analogie a paradoxy

Útvary

bod (0) \longrightarrow úsečka (1) \longrightarrow ...



trojúhelník (2) \longrightarrow čtyřstěn (3) \longrightarrow 4-simplex \longrightarrow ... \longrightarrow
 n -simplex (n)



čtverec (2) \longrightarrow ...



krychle (3) \longrightarrow nadkrychle / hyperkrychle / tesseract
(4) \longrightarrow ... \longrightarrow n -krychle (n)



osmistěn (3) \longrightarrow nadosmistěn / orthoplex (4) \longrightarrow

Analogie a paradoxy

Útvary

bod (0) \longrightarrow úsečka (1) \longrightarrow ...



trojúhelník (2) \longrightarrow čtyřstěn (3) \longrightarrow 4-simplex \longrightarrow ... \longrightarrow
 n -simplex (n)



čtverec (2) \longrightarrow ...



krychle (3) \longrightarrow nadkrychle / hyperkrychle / tesseract
(4) \longrightarrow ... \longrightarrow n -krychle (n)



osmistěn (3) \longrightarrow nadosmistěn / orthoplex (4) \longrightarrow
... \longrightarrow n -orthoplex (n)

Analogie a paradoxy

Útvary

bod (0) \longrightarrow úsečka (1) \longrightarrow ...



trojúhelník (2) \longrightarrow čtyřstěn (3) \longrightarrow 4-simplex \longrightarrow ... \longrightarrow
 n -simplex (n)



čtverec (2) \longrightarrow ...



krychle (3) \longrightarrow nadkrychle / hyperkrychle / tesseract
(4) \longrightarrow ... \longrightarrow n -krychle (n)



osmistěn (3) \longrightarrow nadosmistěn / orthoplex (4) \longrightarrow
... \longrightarrow n -orthoplex (n)



...

Analogie a paradoxy

Útvary

kružnice/kruh (2) →

Analogie a paradoxy

Útvary

kružnice/kruh (2) → kulová pl./ koule(3) →

Analogie a paradoxy

Útvary

kružnice/kruh (2) → kulová pl./ koule(3) → nadsféra /
nadkoule (4) →

Analogie a paradoxy

Útvary

kružnice/kruh (2) \longrightarrow kulová pl./ koule(3) \longrightarrow nadsféra /
nadkoule (4) $\longrightarrow \dots \longrightarrow (n - 1)$ -sféra / $(n - 1)$ -koule (n)

Analogie a paradoxy

Útvary

kružnice/kruh (2) \longrightarrow kulová pl./ koule(3) \longrightarrow nadsféra /
nadkoule (4) $\longrightarrow \dots \longrightarrow (n - 1)$ -sféra / $(n - 1)$ -koule (n)

2 body / úsečka (1) \longleftarrow

Analogie a paradoxy

Vlastnosti



Uvažujte následující induktivní dimenzionální analogii: bod \rightarrow úsečka \rightarrow trojúhelník \dots . Popište, jakým způsobem lze postupovat v analogii do dalších dimenzí. Uveďte, jak se bude v každém kroku, Vámi vytvořené indukce, měnit nějaká incidenční (resp. topologická) a nějaká metrická vlastnost útvaru.



Uvažujte následující induktivní dimenzionální analogii: bod \rightarrow úsečka \rightarrow rovnostranný trojúhelník \dots . Jak by se měnila délka nejkratší úsečky spojující vrchol a protější nadstěnu v útvaru vytvořeném analogií pro každou dimenzi?



Uvažujte n -rozměrnou krychli o hraně délky 1cm . Zjistěte zda a pro jaké n se do ní vejde tyč délky 1m . Vešel by se do ní obraz Mony Lisy $77 \times 53\text{cm}$? Popište, jakým způsobem byste úlohu řešili.

Analogie a paradoxy

Vlastnosti

Simplex

Analogie a paradoxy

Vlastnosti

Simplex

dimenze	vrcholy	hrany	2-stěny	buňky (3-stěny)	4-stěny	...
0	1					
1	2	1				
2	3	3	1			
3	4	6	4	1		
4	5	10	10	5	1	
⋮						⋮

Analogie a paradoxy

Vlastnosti

Hyperkrychle

Analogie a paradoxy

Vlastnosti

Hyperkrychle

dimenze	vrcholy	hrany	2-stěny	buňky (3-stěny)	4-stěny	...
0	1					
1	2	1				
2	4	4	1			
3	8	12	6	1		
4	16	32	24	8	1	
⋮						⋮

Analogie a paradoxy

Vlastnosti

Orthoplex

Analogie a paradoxy

Vlastnosti

Orthoplex

dimenze	vrcholy	hrany	2-stěny	buňky (3-stěny)	4-stěny	...
0	1					
1	2	1				
2	4	4	1			
3	6	12	8	1		
4	8	24	32	16	1	
⋮						⋮

Analogie a paradoxy

Eulerova věta

Analogie a paradoxy

Eulerova věta



$$\text{dim 3: } V - H + S = 2$$

Analogie a paradoxy

Eulerova věta



$$\text{dim 3: } V - H + S = 2$$



$$\text{dim 2: } V - H = 0 ?$$

Analogie a paradoxy

Eulerova věta



$$\text{dim 3: } V - H + S = 2$$



$$\text{dim 2: } V - H = 0 \text{ ? } \dots -1 + V - H + 1 = 0$$

Analogie a paradoxy

Eulerova věta



$$\text{dim 3: } V - H + S = 2$$



$$\text{dim 2: } V - H = 0 \text{ ?... } -1 + V - H + 1 = 0$$



$$\text{dim 1: } -1 + V - 1 = 0$$

Analogie a paradoxy

Eulerova věta



$$\text{dim 3: } V - H + S = 2$$



$$\text{dim 2: } V - H = 0 \text{ ?... } -1 + V - H + 1 = 0$$



$$\text{dim 1: } -1 + V - 1 = 0$$



$$\text{dim 0: } -1 + 1 = 0$$

Analogie a paradoxy

Eulerova věta



$$\text{dim 3: } V - H + S = 2$$



$$\text{dim 2: } V - H = 0 \text{ ?... } -1 + V - H + 1 = 0$$



$$\text{dim 1: } -1 + V - 1 = 0$$



$$\text{dim 0: } -1 + 1 = 0$$



$$\text{dim 4: } -1 + V - H + S - B + 1 = 0$$

Analogie a paradoxy

Eulerova věta



$$\text{dim 3: } V - H + S = 2$$



$$\text{dim 2: } V - H = 0 \text{ ?... } -1 + V - H + 1 = 0$$



$$\text{dim 1: } -1 + V - 1 = 0$$



$$\text{dim 0: } -1 + 1 = 0$$



$$\text{dim 4: } -1 + V - H + S - B + 1 = 0$$



⋮

Analogie a paradoxy

Pravidelné polytopy



dim 2:

Analogie a paradoxy

Pravidelné polytopy



dim 2:∞

Analogie a paradoxy

Pravidelné polytopy



dim 2: ∞



dim 3:

Analogie a paradoxy

Pravidelné polytopy



dim 2: ∞



dim 3:5

Analogie a paradoxy

Pravidelné polytopy



dim 2: ∞



dim 3: 5



dim 4:

Analogie a paradoxy

Pravidelné polytoxy



dim 2:∞



dim 3:5



dim 4:6

Analogie a paradoxy

Pravidelné polytoxy



dim 2: ∞



dim 3: 5



dim 4: 6



dim $n > 4$:

Analogie a paradoxy

Pravidelné polytoxy



dim 2: ∞



dim 3:5



dim 4:6



dim $n > 4$:3 (simplexy, nadkrychle, orthoplexy)

Analogie a paradoxy

Měření

eukleidovská vzdálenost:

Analogie a paradoxy

Měření

eukleidovská vzdálenost:



$$\text{dim 1: } |AB| = \sqrt{(x_1^B - x_1^A)^2} \rightarrow$$

Analogie a paradoxy

Měření

eukleidovská vzdálenost:



$$\text{dim 1: } |AB| = \sqrt{(x_1^B - x_1^A)^2} \rightarrow$$



$$\text{dim 2: } \sqrt{(x_1^B - x_1^A)^2 + (x_2^B - x_2^A)^2} \rightarrow$$

Analogie a paradoxy

Měření

eukleidovská vzdálenost:



$$\text{dim 1: } |AB| = \sqrt{(x_1^B - x_1^A)^2} \rightarrow$$



$$\text{dim 2: } \sqrt{(x_1^B - x_1^A)^2 + (x_2^B - x_2^A)^2} \rightarrow$$



$$\text{dim 3: } \sqrt{(x_1^B - x_1^A)^2 + (x_2^B - x_2^A)^2 + (x_3^B - x_3^A)^2} \rightarrow$$

Analogie a paradoxy

Měření

eukleidovská vzdálenost:



$$\text{dim 1: } |AB| = \sqrt{(x_1^B - x_1^A)^2} \rightarrow$$



$$\text{dim 2: } \sqrt{(x_1^B - x_1^A)^2 + (x_2^B - x_2^A)^2} \rightarrow$$



$$\text{dim 3: } \sqrt{(x_1^B - x_1^A)^2 + (x_2^B - x_2^A)^2 + (x_3^B - x_3^A)^2} \rightarrow$$



$$\text{dim 4: } \sqrt{(x_1^B - x_1^A)^2 + (x_2^B - x_2^A)^2 + (x_3^B - x_3^A)^2 + (x_4^B - x_4^A)^2} \rightarrow$$

Analogie a paradoxy

Měření

eukleidovská vzdálenost:



$$\text{dim 1: } |AB| = \sqrt{(x_1^B - x_1^A)^2} \rightarrow$$



$$\text{dim 2: } \sqrt{(x_1^B - x_1^A)^2 + (x_2^B - x_2^A)^2} \rightarrow$$



$$\text{dim 3: } \sqrt{(x_1^B - x_1^A)^2 + (x_2^B - x_2^A)^2 + (x_3^B - x_3^A)^2} \rightarrow$$



dim 4:

$$\sqrt{(x_1^B - x_1^A)^2 + (x_2^B - x_2^A)^2 + (x_3^B - x_3^A)^2 + (x_4^B - x_4^A)^2} \rightarrow$$



$\vdots \rightarrow$

Analogie a paradoxy

Měření

eukleidovská vzdálenost:



$$\text{dim 1: } |AB| = \sqrt{(x_1^B - x_1^A)^2} \rightarrow$$



$$\text{dim 2: } \sqrt{(x_1^B - x_1^A)^2 + (x_2^B - x_2^A)^2} \rightarrow$$



$$\text{dim 3: } \sqrt{(x_1^B - x_1^A)^2 + (x_2^B - x_2^A)^2 + (x_3^B - x_3^A)^2} \rightarrow$$



dim 4:

$$\sqrt{(x_1^B - x_1^A)^2 + (x_2^B - x_2^A)^2 + (x_3^B - x_3^A)^2 + (x_4^B - x_4^A)^2} \rightarrow$$



$\vdots \rightarrow$



$$\text{dim } n: \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i^B - x_i^A)^2}$$

Analogie a paradoxy

Měření

eukleidovská vzdálenost:



$$\text{dim 1: } |AB| = \sqrt{(x_1^B - x_1^A)^2} \rightarrow$$



$$\text{dim 2: } \sqrt{(x_1^B - x_1^A)^2 + (x_2^B - x_2^A)^2} \rightarrow$$



$$\text{dim 3: } \sqrt{(x_1^B - x_1^A)^2 + (x_2^B - x_2^A)^2 + (x_3^B - x_3^A)^2} \rightarrow$$



dim 4:

$$\sqrt{(x_1^B - x_1^A)^2 + (x_2^B - x_2^A)^2 + (x_3^B - x_3^A)^2 + (x_4^B - x_4^A)^2} \rightarrow$$



$\vdots \rightarrow$



$$\text{dim } n: \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i^B - x_i^A)^2}$$

Pozn.: a co důkaz Pythagorovy věty?

Analogie a paradoxy

Měření

objem:

Analogie a paradoxy

Měření

objem:



dim 1: $|\vec{u}| = |u_1| \rightarrow$

Analogie a paradoxy

Měření

objem:



$$\text{dim 1: } |\vec{u}| = |u_1| \rightarrow$$



$$\text{dim 2: } |\vec{u}, \vec{v}| = |u_1v_2 - u_2v_1| = |\vec{u} \times \vec{v}| \rightarrow$$

Analogie a paradoxy

Měření

objem:



$$\text{dim 1: } |\vec{u}| = |u_1| \rightarrow$$



$$\text{dim 2: } |\vec{u}, \vec{v}| = |u_1v_2 - u_2v_1| = |\vec{u} \times \vec{v}| \rightarrow$$



$$\text{dim 3: } |\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}| = |(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w}| = |\det(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})|$$

Analogie a paradoxy

Měření

objem:



$$\text{dim 1: } |\vec{u}| = |u_1| \rightarrow$$



$$\text{dim 2: } |\vec{u}, \vec{v}| = |u_1v_2 - u_2v_1| = |\vec{u} \times \vec{v}| \rightarrow$$



$$\text{dim 3: } |\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}| = |(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w}| = |\det(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})| \rightarrow$$



$\vdots \rightarrow$



$$|\det(\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_n)|$$

Analogie a paradoxy

Měření

objem:



$$\text{dim 1: } |\vec{u}| = |u_1| \rightarrow$$



$$\text{dim 2: } |\vec{u}, \vec{v}| = |u_1v_2 - u_2v_1| = |\vec{u} \times \vec{v}| \rightarrow$$



$$\text{dim 3: } |\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}| = |(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w}| = |\det(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})| \rightarrow$$



$\vdots \rightarrow$



$$|\det(\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_n)|$$

Pozn.: pozor na diagonály

Analogie a paradoxy

Sféra / Koule

Analogie a paradoxy

Sféra / Koule

Množina \forall bodů, které mají od pevného bodu stejnou / \leq vzdálenost.

Analogie a paradoxy

Sféra / Koule

Množina \forall bodů, které mají od pevného bodu stejnou / \leq vzdálenost.

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 = r^2$$

Analogie a paradoxy

Sféra / Koule

Množina \forall bodů, které mají od pevného bodu stejnou / \leq vzdálenost.

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 = r^2$$

$\dim \mathbb{E}^n$	1	2	3	4	5	...
S	2	$2\pi r$	$4\pi r^2$	$2\pi^2 r^3$	$\frac{8}{3}\pi^2 r^4$...
V	$2r$	πr^2	$\frac{4}{3}\pi r^3$	$\frac{1}{2}\pi^2 r^4$	$\frac{8}{15}\pi^2 r^5$...

Analogie a paradoxy

Sféra / Koule

Množina \forall bodů, které mají od pevného bodu stejnou / \leq vzdálenost.

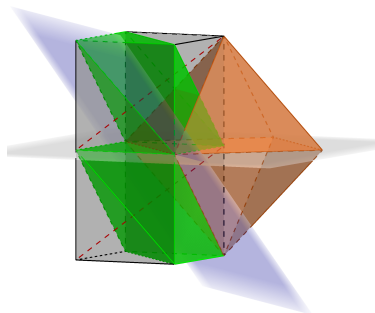
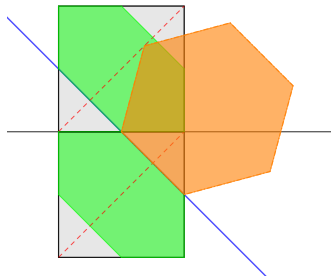
$$\sum_{i=1}^n x_i^2 = r^2$$

dim \mathbb{E}^n	1	2	3	4	5	...
S	2	$2\pi r$	$4\pi r^2$	$2\pi^2 r^3$	$\frac{8}{3}\pi^2 r^4$...
V	$2r$	πr^2	$\frac{4}{3}\pi r^3$	$\frac{1}{2}\pi^2 r^4$	$\frac{8}{15}\pi^2 r^5$...

Pozn.: $V_{i+2} = V_i \frac{2\pi}{i+2} r^2$, $S_{i+2} = S_i \frac{2\pi}{i} r^2$

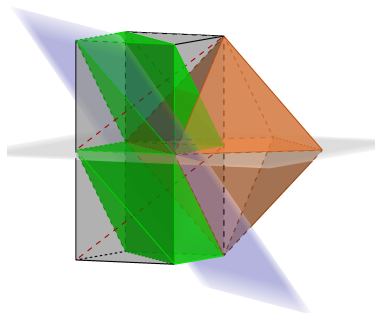
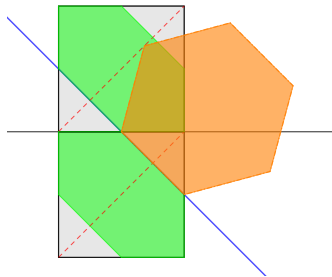
Analogie a paradoxy

Krychle vs hyperkrychle (řez)



Analogie a paradoxy

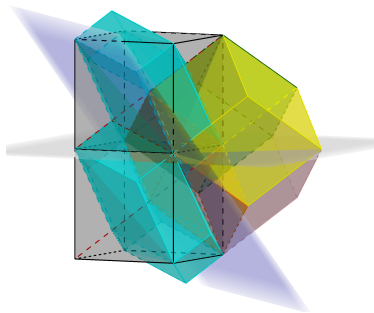
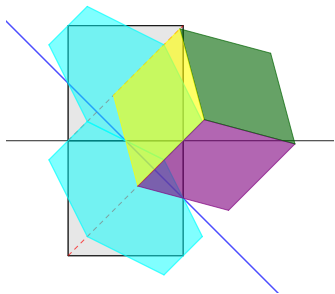
Krychle vs hyperkrychle (řez)



6-úhelník vs 8-stěn

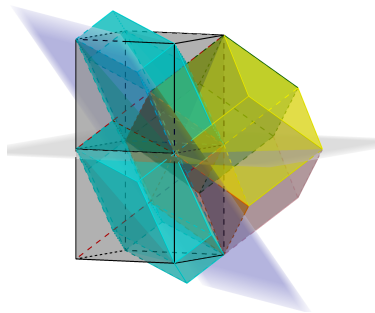
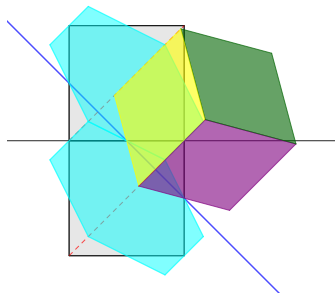
Analogie a paradoxy

Krychle vs hyperkrychle (průmět)



Analogie a paradoxy

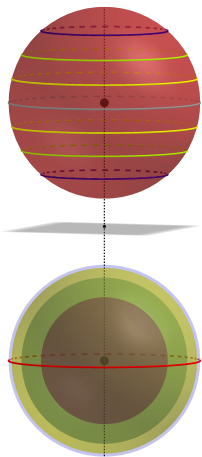
Krychle vs hyperkrychle (průmět)



6-úhelník vs kosočtvercový 12-stěn

Analogie a paradoxy

3-sféra



Analogie a paradoxy

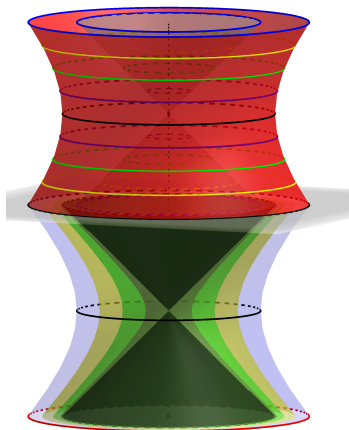
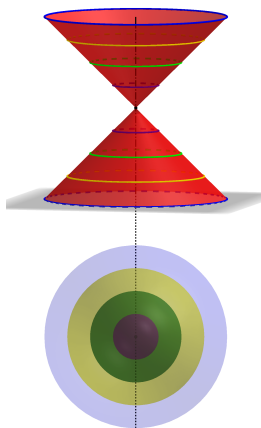
Kružnice podruhé



V rovině je dána kružnice a její vnitřný bod. V dané rovině neexistuje žádný pohyb (skládání přímých shodností), kterým by bod vyšel z kružnice aniž by procházel její hranicí (byl s ní incidentní). Popište jakým způsobem lze bod dostat ven z kružnice. Uveďte analogické problémy o dimenzi výše.

Analogie a paradoxy

Nadkužel



Analogie a paradoxy

Úhel

Věta: $\sum \sphericalangle \Delta = \pi$.

Analogie a paradoxy

Úhel

Věta: $\sum \sphericalangle \triangle = \pi$.

A co čtyřstěn?

Analogie a paradoxy

Úhel

Věta: $\sum \sphericalangle \Delta = \pi$.

A co čtyřstěn?

Jak se definuje úhel ve vyšších dimenzích? A jaká je jeho velikost?

Analogie a paradoxy

Úhel

Věta: $\sum \sphericalangle \Delta = \pi$.

A co čtyřstěn?

Jak se definuje úhel ve vyšších dimenzích? A jaká je jeho velikost?

ve 3D:

$$\sum_{i=1}^4 \sphericalangle A_i \leq 2\pi$$

Analogie a paradoxy

Úhel

Věta: $\sum \sphericalangle \Delta = \pi$.

A co čtyřstěn?

Jak se definuje úhel ve vyšších dimenzích? A jaká je jeho velikost?

ve 3D:

$$\sum_{i=1}^4 \sphericalangle A_i \leq 2\pi$$

$$2 \sum_{i=1}^6 \sphericalangle a_i + \sum_{i=1}^4 \sphericalangle A_i = 4\pi$$

Analogie a paradoxy

Úhel

Věta: $\sum \sphericalangle \Delta = \pi$.

A co čtyřstěn?

Jak se definuje úhel ve vyšších dimenzích? A jaká je jeho velikost?

ve 3D:

$$\sum_{i=1}^4 \sphericalangle A_i \leq 2\pi$$

$$2 \sum_{i=1}^6 \sphericalangle a_i + \sum_{i=1}^4 \sphericalangle A_i = 4\pi$$

Jak zní zobecnění věty o středovém a obvodovém úhlu?

Analogie a paradoxy

Dělení prostoru



Na kolik částí je rozdělen prostor pěti rovinami v obecné poloze?

Analogie a paradoxy

Dělení prostoru



Na kolik částí je rozdělen prostor pěti rovinami v obecné poloze?



Na kolik částí je rozdělena rovina pěti přímkami v obecné poloze?

Analogie a paradoxy

Dělení prostoru



Na kolik částí je rozdělen prostor pěti rovinami v obecné poloze?



Na kolik částí je rozdělena rovina pěti přímkami v obecné poloze?



Na kolik částí je rozdělena rovina čtyřmi přímkami v obecné poloze?

Analogie a paradoxy

Dělení prostoru



Na kolik částí je rozdělen prostor pěti rovinami v obecné poloze?



Na kolik částí je rozdělena rovina pěti přímkami v obecné poloze?



Na kolik částí je rozdělena rovina čtyřmi přímkami v obecné poloze?

Analogie a paradoxy

Dělení prostoru

#	přímka	rovina	prostor	...
0	1	1	1	...
1	2	2	2	...
2	3	4	4	...
3	4	7	8	...
4	5	11	15	...
⋮	⋮	⋮	⋮	...

Analogie a paradoxy

Klobásová domněnka



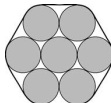
Jak zabalit shodné kružnice, aby zabíraly co nejmenší obsah? (konvexní obal)

Analogie a paradoxy

Klobásová domněnka



Jak zabalit shodné kružnice, aby zabíraly co nejmenší obsah? (konvexní obal)

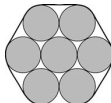


Analogie a paradoxy

Klobásová domněnka



Jak zabalit shodné kružnice, aby zabíraly co nejmenší obsah? (konvexní obal)



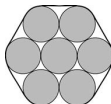
A co koule v prostoru?

Analogie a paradoxy

Klobásová domněnka



Jak zabalit shodné kružnice, aby zabíraly co nejmenší obsah? (konvexní obal)



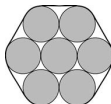
A co koule v prostoru? klobásy 56 | 57 buňky

Analogie a paradoxy

Klobásová domněnka



Jak zabalit shodné kružnice, aby zabíraly co nejmenší obsah? (konvexní obal)



A co koule v prostoru? klobásy 56 | 57 buňky



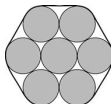
4D?

Analogie a paradoxy

Klobásová domněnka



Jak zabalit shodné kružnice, aby zabíraly co nejmenší obsah? (konvexní obal)



A co koule v prostoru? klobásy 56 | 57 buňky



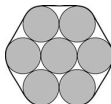
4D? cca 377000

Analogie a paradoxy

Klobásová domněnka



Jak zabalit shodné kružnice, aby zabíraly co nejmenší obsah? (konvexní obal)



A co koule v prostoru? klobásy 56 | 57 buňky



4D? cca 377000



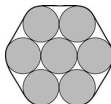
42D?

Analogie a paradoxy

Klobásová domněnka



Jak zabalit shodné kružnice, aby zabíraly co nejmenší obsah? (konvexní obal)



A co koule v prostoru? klobásy 56 | 57 buňky



4D? cca 377000



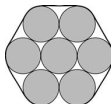
42D? klobása

Analogie a paradoxy

Klobásová domněnka



Jak zabalit shodné kružnice, aby zabíraly co nejmenší obsah? (konvexní obal)



A co koule v prostoru? klobásy 56 | 57 buňky



4D? cca 377000



42D? klobása



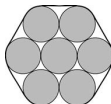
43D?

Analogie a paradoxy

Klobásová domněnka



Jak zabalit shodné kružnice, aby zabíraly co nejmenší obsah? (konvexní obal)



A co koule v prostoru? klobásy 56 | 57 buňky



4D? cca 377000



42D? klobása



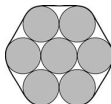
43D? klobása

Analogie a paradoxy

Klobásová domněnka



Jak zabalit shodné kružnice, aby zabíraly co nejmenší obsah? (konvexní obal)



A co koule v prostoru? klobásy 56 | 57 buňky



4D? cca 377000



42D? klobása



43D? klobása



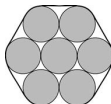
44D?

Analogie a paradoxy

Klobásová domněnka



Jak zabalit shodné kružnice, aby zabíraly co nejmenší obsah? (konvexní obal)



A co koule v prostoru? klobásy 56 | 57 buňky



4D? cca 377000



42D? klobása



43D? klobása



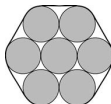
44D? klobása

Analogie a paradoxy

Klobásová domněnka



Jak zabalit shodné kružnice, aby zabíraly co nejmenší obsah? (konvexní obal)



A co koule v prostoru? klobásy 56 | 57 buňky



4D? cca 377000



42D? klobása



43D? klobása



44D? klobása



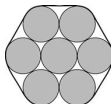
... D?

Analogie a paradoxy

Klobásová domněnka



Jak zabalit shodné kružnice, aby zabíraly co nejmenší obsah? (konvexní obal)



A co koule v prostoru? klobásy 56 | 57 buňky



4D? cca 377000



42D? klobása



43D? klobása



44D? klobása



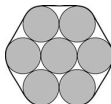
... D? klobása

Analogie a paradoxy

Klobásová domněnka



Jak zabalit shodné kružnice, aby zabíraly co nejmenší obsah? (konvexní obal)



A co koule v prostoru? klobásy 56 | 57 buňky



4D? cca 377000



42D? klobása



43D? klobása



44D? klobása



... D? klobása



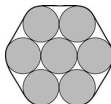
{5, ..., 41} D?

Analogie a paradoxy

Klobásová domněnka



Jak zabalit shodné kružnice, aby zabíraly co nejmenší obsah? (konvexní obal)



A co koule v prostoru? klobásy 56 | 57 buňky



4D? cca 377000



42D? klobása



43D? klobása



44D? klobása



... D? klobása



{5,..., 41} D? asi klobása (otevřený problém)



Děkuji za pochopení!