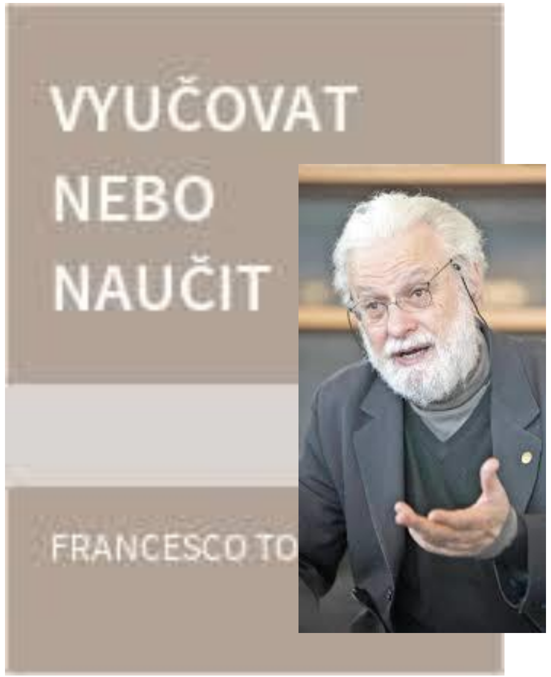
Matematika v proměnách věků

Letní škola geometrie
Česká Lípa, 2. červenec 2023

RNDr. Dag Hrubý, M. M.
edukátor transmisivní industriální školy
řešitel grantu: UMMPRTLPSZT

Transmisivní a konstruktivní

Transmisivní – konstruktivní vyučování



Francesco Tonucci
(*1940)

Transmisivní vyučování

vidí poznání jako předávání, vychází z předpokladů

1. žák neví
2. učitel ví (je **garant pravdy**)
3. inteligence je prázdná nádoba

Konstruktivní vyučování

vidí poznání jako konstrukci, výstavbu vlastního poznání, přestavbu vstupních poznávacích struktur, vychází z předpokladů

1. žák ví (má tzv. prekoncepty)
2. učitel vytváří podmínky pro to, aby každý žák mohl dosáhnout co nejvyšší úrovně rozvoje (**garant metody**)
3. inteligence je určitá oblast, která se modifikuje a obohacuje restrukturováním

TONUCCI, Francesco. *Vyučovat nebo naučit?*. Přeložil Stanislav ŠTECH.
Praha: Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy, 1991. Informační bulletiny.

Program přednášky

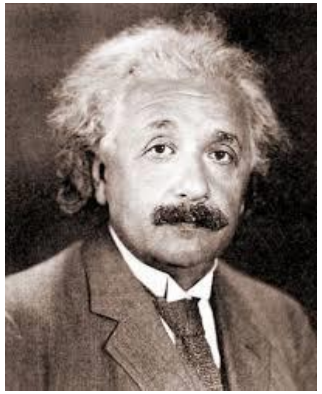
1. ÚT
2. ÚT
3. ÚT

Typ studijního materiálu: BUM

Internet

Nevěř všemu, co najdeš na internetu.

Archimedes



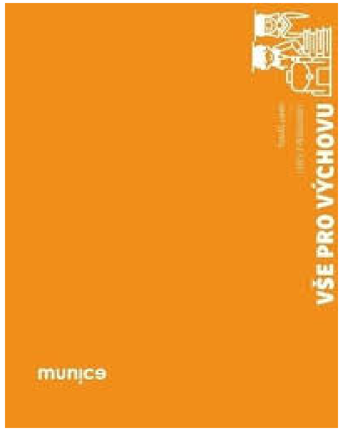
Internet zkracuje vzdálenost.
Otázkou je, zda přináší blízkost.

Hádanka

*   2. července 1932, Košice

† 30. května 2009, St. Petersburg, Florida

Co mne zaujalo



JANÍK, Tomáš. *Vše pro výchovu: lekce z pedagogiky*. Ilustroval Nikola KALINOVÁ. Brno: Masarykova univerzita, 2021. Munice.

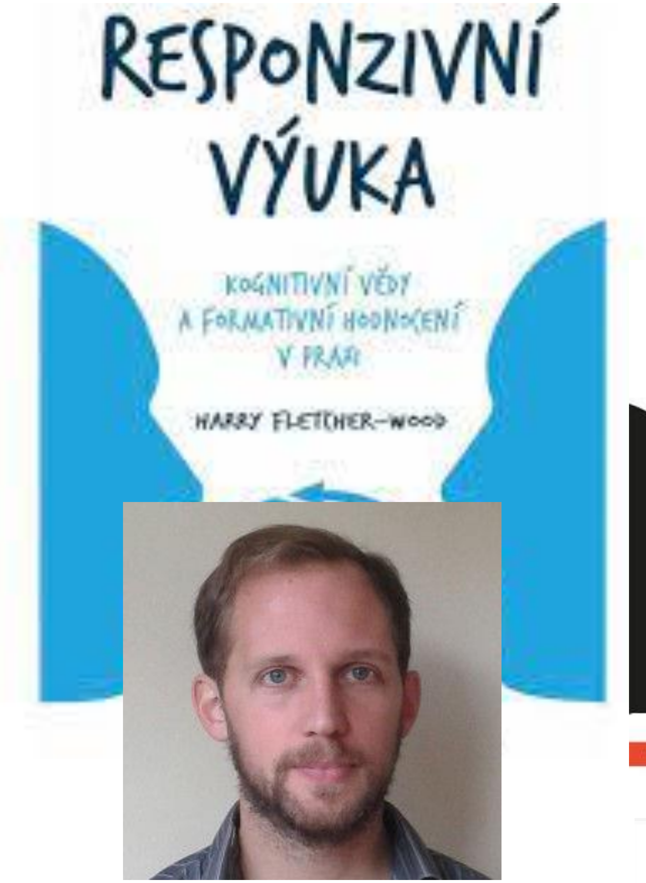
prof. PhDr. Tomáš Janík, Ph.D., M.Ed.
Pedagogická fakulta MU Brno

doc. Mgr. Radim Šíp, Ph.D.
Centrum výzkumu FHS UTB, Zlín

ŠÍP, Radim. *Proč školství a jeho aktéři selhávají: kognitivní krajiny a nacionalismus*. Brno: Masarykova univerzita, 2019

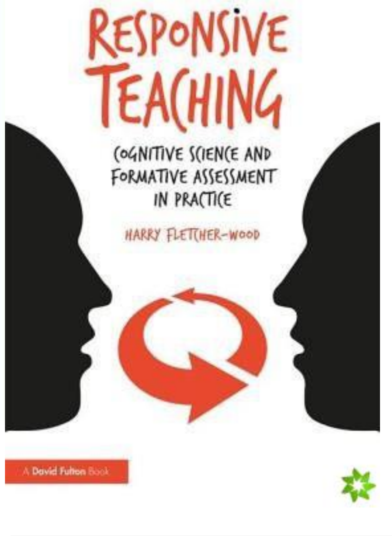
Z recenze (Martin Strouhal, FF UK Praha)
„… kniha Radima Šípa přináší do české pedagogiky nový ideový náboj, a doufám, že rozpoutá intelektuální diskusi jdoucí hluboko pod povrch běžně diskutovaných problémů teorie a praxe školního vzdělávání.“

Co mne zaujalo



Harry Fletcher - Wood

FLETCHER-WOOD, Harry. *Responzivní výuka: kognitivní vědy a formativní hodnocení v praxi*. Přeložil Miroslava KOPICOVÁ. Praha: Euromedia Group, 2021. Universum (Euromedia Group).



Dylan Wiliam

KING'S College LONDON

Ambition Institute

Zdálo se, že dovednosti jsou důležitější než znalosti. Opak je pravdou.

Co mne zaujalo

Carl Hendrick
vedoucím výuky a výzkumu
Wellington College

Robin MacPherson
Robert Gordon's College

HENDRICK, Carl a Robin MACPHERSON. *Co funguje ve třídě?: most mezi výzkumem a praxí.* Druhé, revidované vydání. Přeložil Pavla LE ROCH. Praha: Euromedia Group, 2021. Universum (Euromedia Group).

Co mne zaujalo

Z knihy *Co funguje ve třídě*.
Budoucnost je pochopitelně nejistá, takže jaký je nejlepší způsob, jak na ni připravit žáky? Nejspíš bychom měli rychle přestat přednášet zastaralá fakta a místo toho učit žáky dovednostem, které jim pomohou prospívat v 21. století.

A co jsou tyto futuristické dovednosti? Typicky se za ně považuje
kritické myšlení, řešení problémů, komunikace, spolupráce a tvořivost.

Báječné věci, všechny do jedné, ale snaha beze zbytku jim nahradit školní kurikulum přináší své problémy. **Jsou to „dovednosti 21. století“?**
<u>Nejde spíš o to, že tyto věci byly docela důležité vždycky?</u>

A pokud bylo důležité kriticky myslet pro Sokrata, řešit problémy pro Julia Césara, komunikovat pro Shakespeara, být tvořivý pro Leonarda da Vinciho a spolupracovat pro stavitele Velké čínské zdi, jak se jim vůbec podařilo dosáhnout úspěchů bez specifického kurikula pro 21. století?

Co mne zaujalo

CHRISTODOULOU, Daisy. *Sedm mýtů o vzdělávání*. Přeložil Tereza VLKOVÁ. Praha: EDUkační LABoratoř, 2022.

- Fakta brání porozumění
- Výuka vedená učitelem je pasivní
- Jednadvacáté století vše zásadně mění
- Vše se dá jednoduše vyhledat
- Měli bychom vyučovat dovednosti přenositelné napříč obory
- Projekty a žákovské aktivity jsou nejlepším způsobem, jak se učit
- Výuka znalostí je indoktrinace

„Tato úchvatná kniha by se měla zdarma rozdávat učitelům, akademikům a všem pracovníkům ve školství napříč Spojenými státy.“

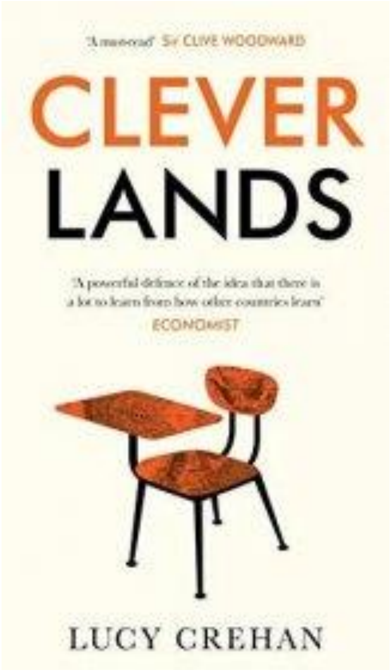
prof. E. D. Hirsch, eminentní americký vědec a emeritní profesor pedagogiky a humanitních věd na University of Virginia

Co mne zaujalo

CREHAN Lucy

Podle PISA

Finsko
Japonsko
Singapur
Čína (Šanghaj)
Kanada



CREHAN, Lucy. *Chytrozemě: tajemství úspěchu zemí s nejlepším vzděláváním na světě.* Přeložil Kristýna CHVOJKOVÁ. Praha: Audiolibrix, 2022.

Co mne zaujalo

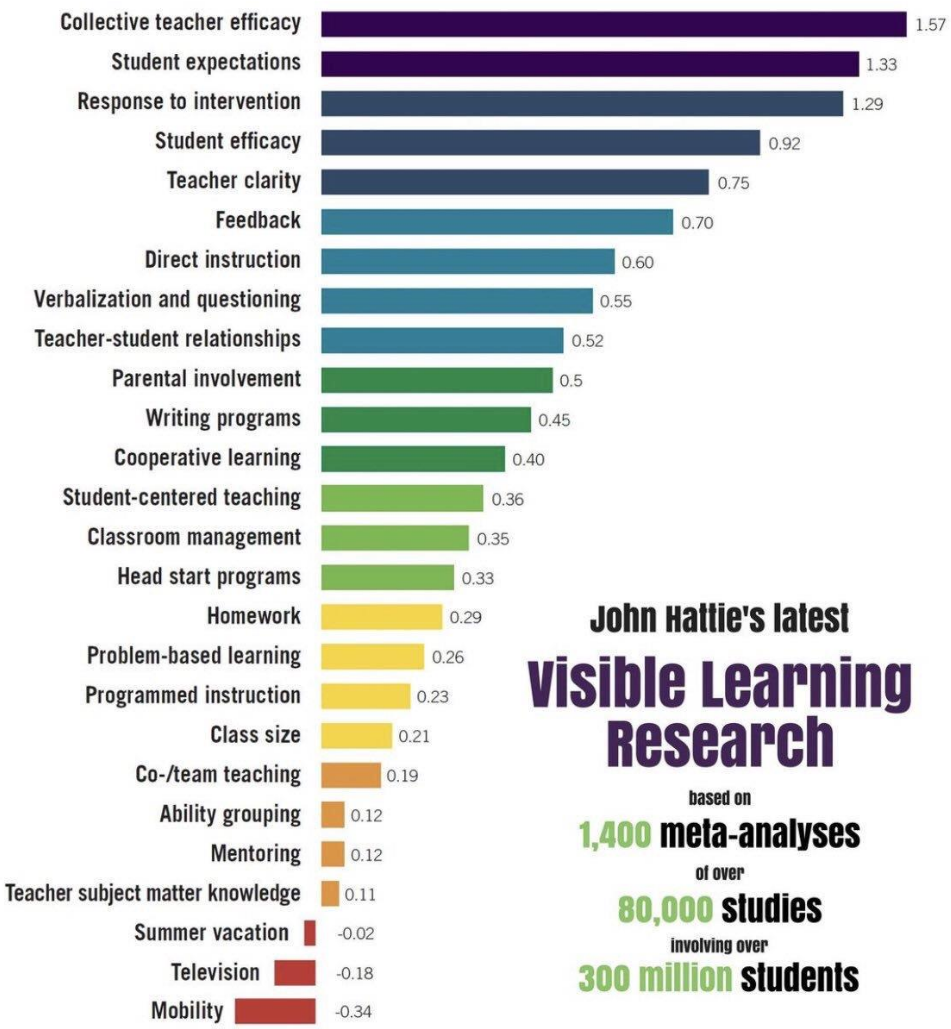
HATTIE, John. *Prokazatelné učení: metodická příručka pro učitele : maximalizace vlivu na proces učení*. Přeložil Martin MIKULÁŠ. Praha: EDUkační LABoratoř, 2022.

METODICKÁ PŘÍRUČKA PRO UČITELE
PROKAZATELNÉ UČENÍ
MAXIMALIZACE VLIVU NA PROCES UČENÍ
JOHN HATTIE
VISIBLE LEARNING FOR TEACHERS

John Allan Hattie, Ph.D., (* 1950)
profesor University of Auckland (Nový Zéland)
od března 2011 ředitel Education Research Institute University of Melbourne

Na základě super meta-analýzy tisíců studií z celého světa stanovil indikátory účinnosti různých výukových metod.

Co mne zaujalo



1. Očekávání žáků

4. Důvěryhodnost učitele

44. Domácí prostředí

63. Velikost školy

71. Mezipředmětové vztahy

77. Využití IT ve výuce

94. Domácí úkoly

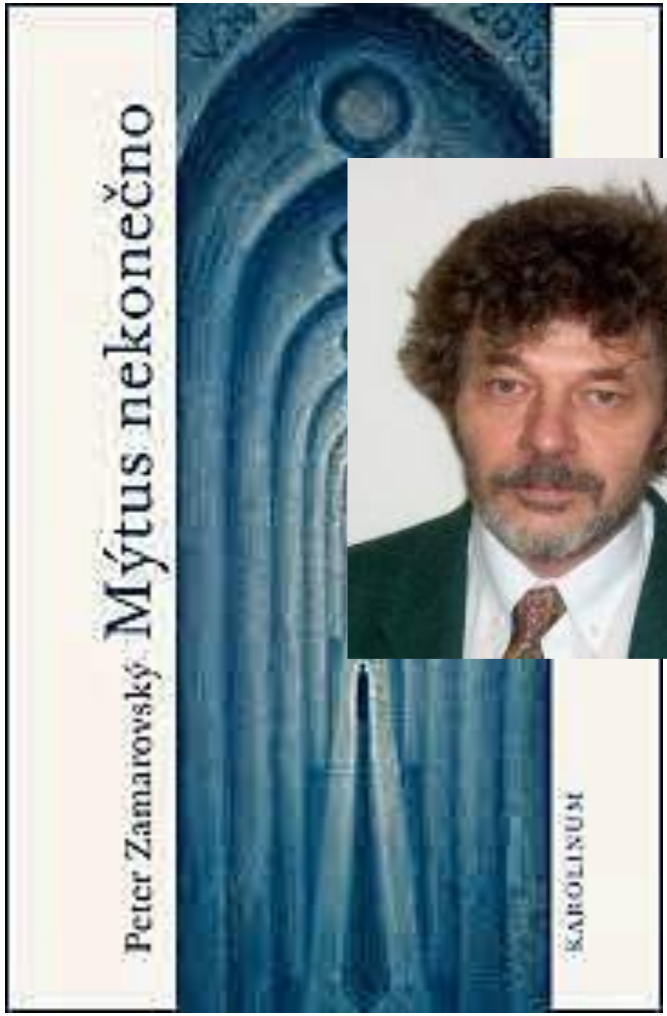
111. Komplexní reformy výuky

124. E-learnig

136. Učitelova znalost učiva

144. Řízení vlastního učení žáky

Co mne zaujalo



ZAMAROVSKÝ, Peter. *Mýtus nekonečno*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, nakladatelství Karolinum, 2018.

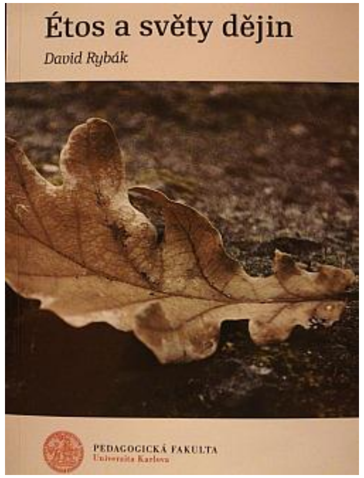
RNDr. Peter Zamarovský, CSc.
(* 1952), FEL, ČVUT Praha

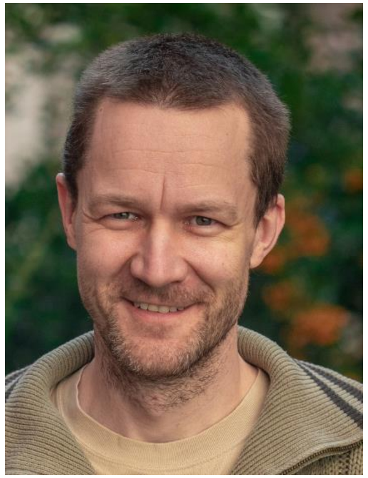
Quapropter bono christiano, sive mathematici, sive quilibet impie divinantium, maxime dicentes vera, cavendi sunt, ne consortio daemoniorum animam deceptam, pacto quodam societatis irretiant.

Každý dobrý křesťan by se měl mít na pozoru před matematiky a všemi ostatními, kteří provádějí bezbožné věštby, zejména pokud říkají pravdu, aby se jeho duše nenechala oklamat přátelstvím s démony a neupadla do osidel jejich společnosti.

Jde o nedorozumění, pod oněmi „matematiky“ Augustin myslel astrology, kteří provádějí ony „bezbožné věštby“. Jde tedy o kritiku astrologie a věštectví.

Co mne zaujalo





(lat. **studium** = nedočkavost, úsilí, píle)

Ukazuje se, že **smysl vzdělání přestává být jasný nejen studentům, ale především učitelům**:
Proč vzdělávat k něčemu, co nemá efekt na trhu práce, co je tedy neefektivní?
Tradice přestává být živou součástí nás samých, stala se těžkým balastem, který nás nijak vnitřně neoslovuje a neproměňuje.

doc. Mgr. David Rybák, Ph.D.
PedF UK

Dobrým učitelem je ten, kdo dokáže v žácích vytvořit erótické napětí a vědomí chybění vědění a kdo je tak dokáže pozvednout ke svobodě ‚být kvůli sobě samému' , nebýt pouze otrokem nějakého ‚kvůli něčemu jinému'.
Seneca: **„učíme se pro školu, ne pro život"**, tedy pro svobodu k sobě samým (scholé), ne pro otročení uvnitř kruhu produkce-konzumpce.

RYBÁK, David. *Étos a světy dějin*. Praha: Univerzita Karlova - Pedagogická fakulta, 2019.

Ούδείς άγεωμέτρητος εισίτω

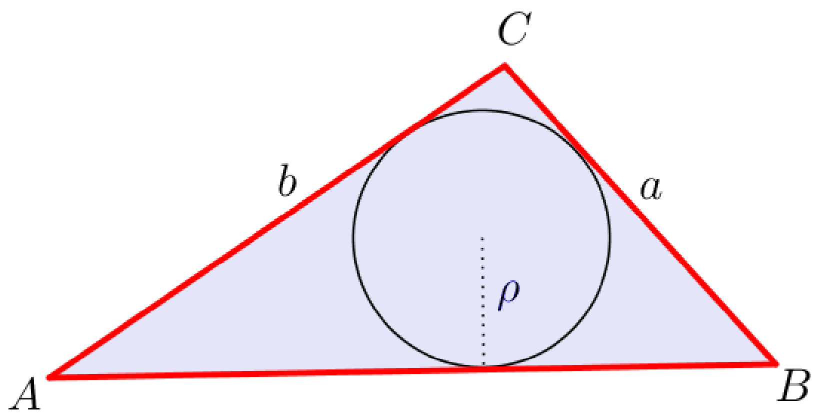
Abero

Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno a, b, ϱ.

(ϱ je poloměr kružnice trojúhelníku vepsané)

$$(a, b, \varrho) \rightarrow (a, b, c)$$

$$c = c(a, b, \varrho)$$

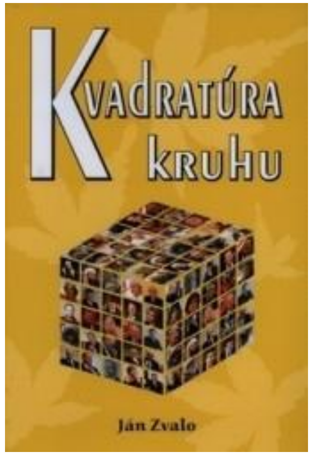


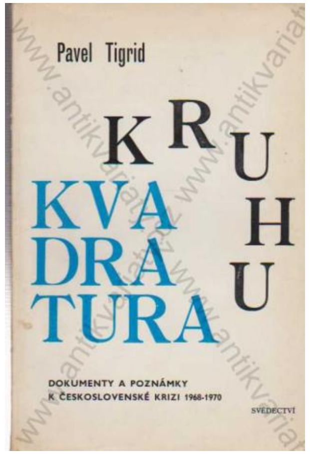
$$c^3 - (a+b)c^2 - [(a-b)^2 - 4\rho^2]c + [(a-b)^2 + 4\rho^2](a+b) = 0$$

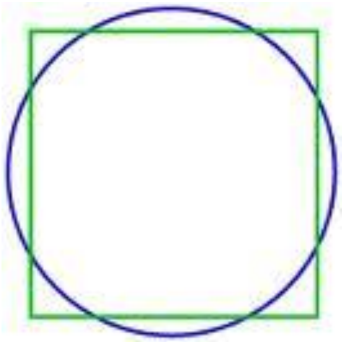
$$T = \{a, b, c, \alpha, \beta, \gamma, v_a, v_b, v_c, t_a, t_b, t_c, \varrho, r\}$$

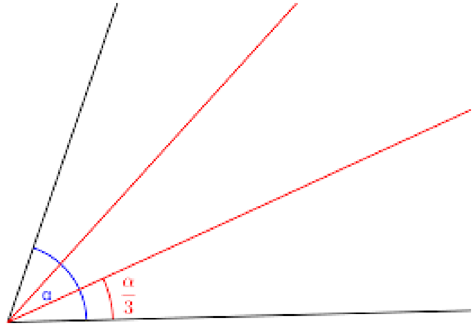
Slavné antické konstrukční problémy

Kvadratura kruhu
Trisekce úhlu
Reduplikace krychle
(Délský - Délfský problém)



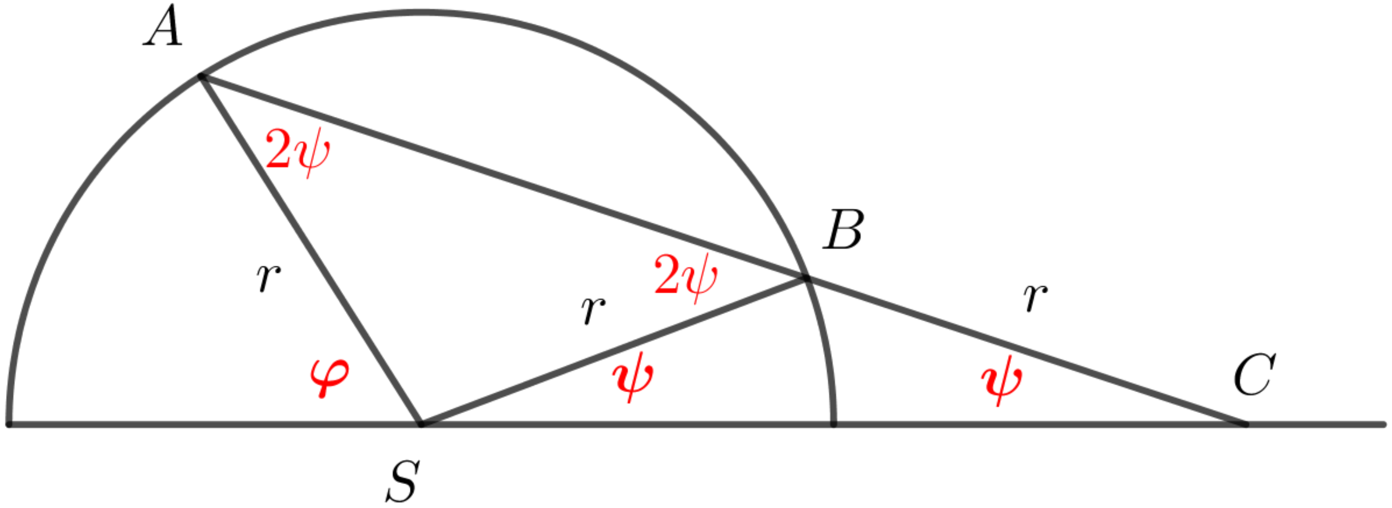


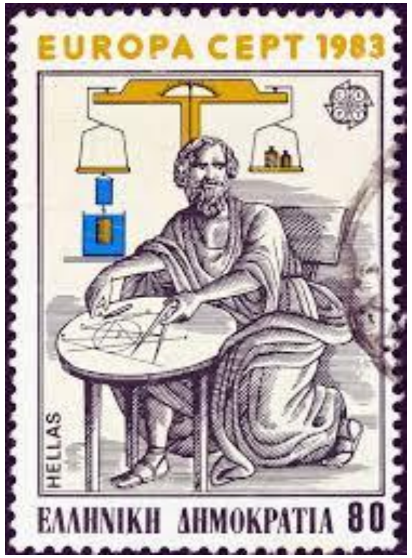




trigon AB.ggb

Trisekce úhlu



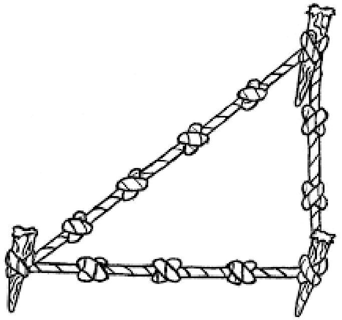


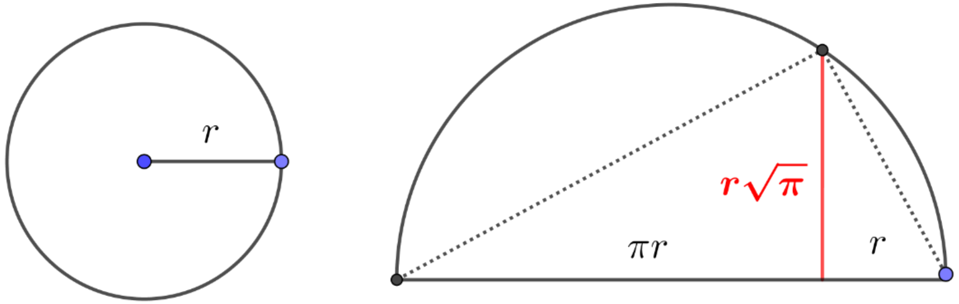
$$|SA| = |SB| = |BC| = r$$

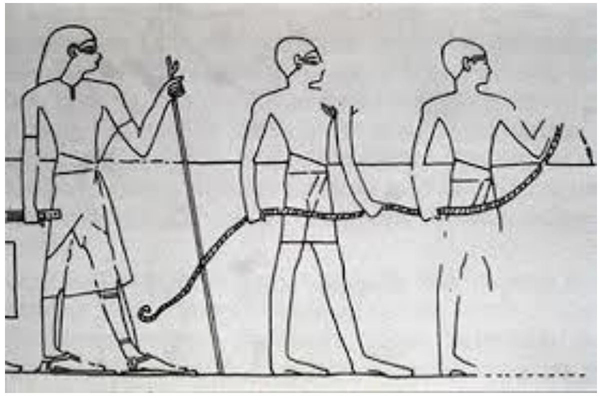
$$\psi = \frac{\varphi}{3}$$

Kvadratura kruhu

Harpedonapté (napínači lan, zeměměřiči, stavitelé)

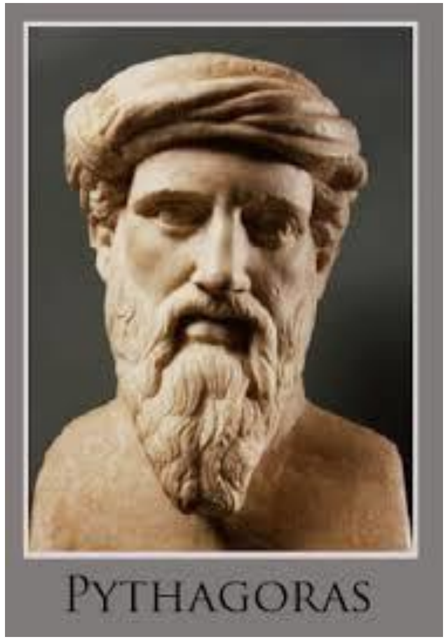






Matematika v proměnách věků

Πυθαγόρας ο Σάμιος (okolo 570–po 510 př. n. l.)

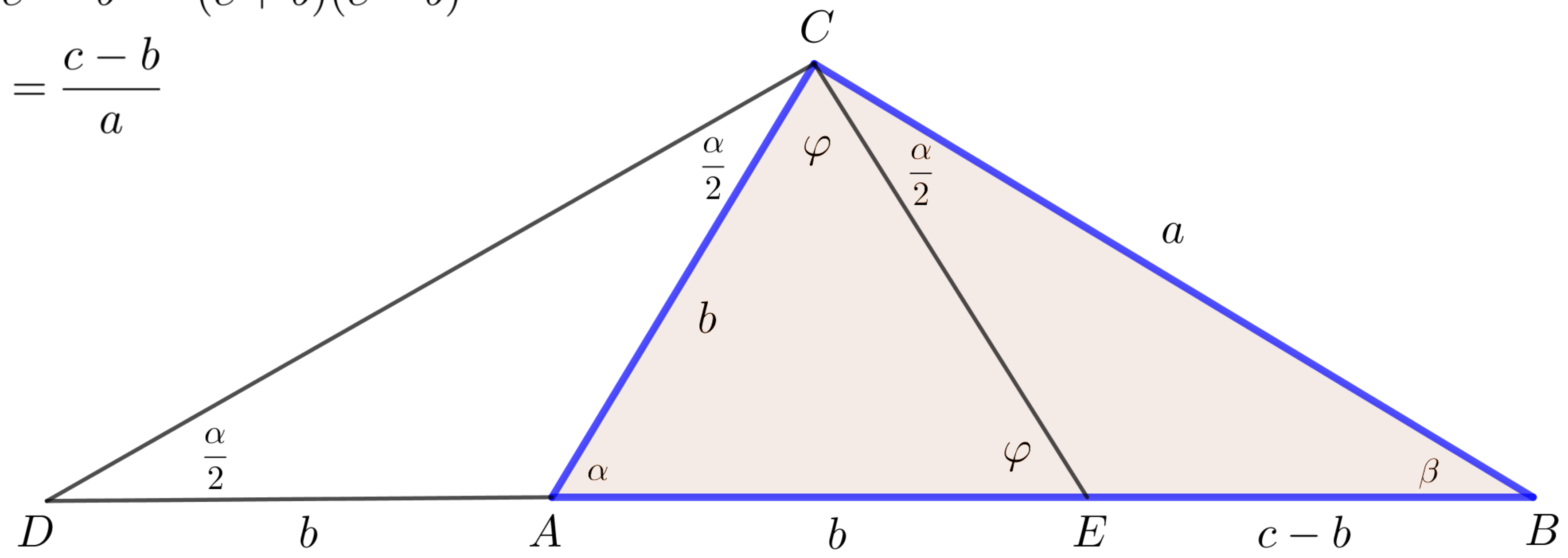


Byl první, který použil slovo „filosofie“, připadalo mu totiž troufalé, aby se nazýval „sofos“, to je mudrc, jak bylo do té doby běžné, a tak se nazýval skromněji „filosofos“, přítelem či milovníkem moudrosti, byl první kdo svět nazýval „kosmem“. Od Mistra samého se nezachovala ani řádka.

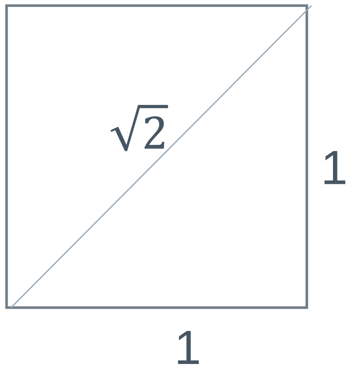
zofos – temnota, **filozof** – milovník temnoty
sofos – moudrost, **filosof** – milovník moudrosti

Pythagorova věta

$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$a^2 = c^2 - b^2 = (c+b)(c-b)$$
$$\frac{a}{c+b} = \frac{c-b}{a}$$



Matematika v proměnách věků



Hippasos z Metapontu (5. stol. př. n. l.)

Hippasos dokázal, že úhlopříčka čtverce je nedělitelná jeho stranou, tedy, druhá odmocnina ze dvou je iracionální číslo. **Hippasův objev změnil směr vývoje západní matematiky**.

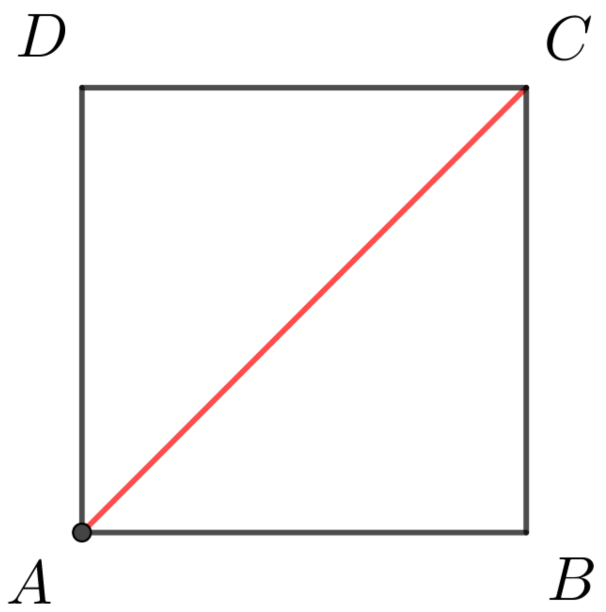
(první krize matematiky)

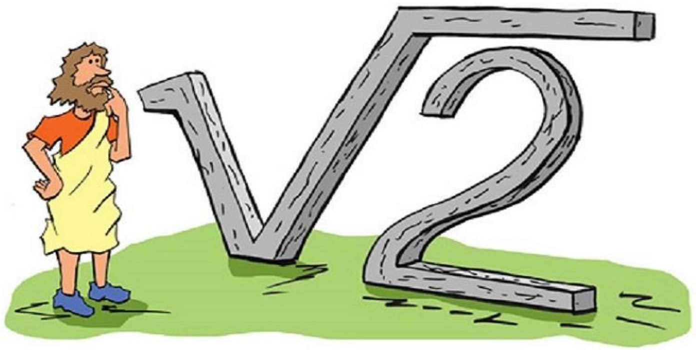
Ukázal, že podíl strany a úhlopříčky čtverce nelze vyjádřit jako jednoduchý zlomek, čímž popřel Pythagorovo snažení. Z toho dále vyplynulo, že přímku nelze popsat jako sled malých bodů spojených dohromady. Hippasos dokázal, že diskrétní čísla a body nemohou nikdy zcela popsat svět obsahující spojité entity, jako jsou přímky a plochy. Důsledkem bylo, že jedinou pravou matematickou vědou se tehdy stala geometrie, která zkoumá vzájemné vztahy mezi spojitými veličinami.

Autor: Z originálu A Brief History of Infinitesimals, Mensa World Journal (zdroj www.scientificamerican.com), June 2014, přeložila Pavla Janovská

Podle knihy Jiřího Mrázka ***„Taje matematiky"*** byl Hippasos potrestán za to, že objevil dvanáctistěn, nebo-li dodekaedr, a svůj objev vyzradil. Hippasos zahynul v moři.

Matematika v proměnách věků





$$D(m,n) = 1$$
$$|AC| : |AB| = m : n$$
$$|AC|^2 : |AB|^2 = m^2 : n^2$$
$$2|AB|^2 : |AB|^2 = m^2 : n^2$$
$$2 : 1 = m^2 : n^2$$
$$m^2 = 2n^2$$
$$D(m,n) > 1$$

Matematika v proměnách věků

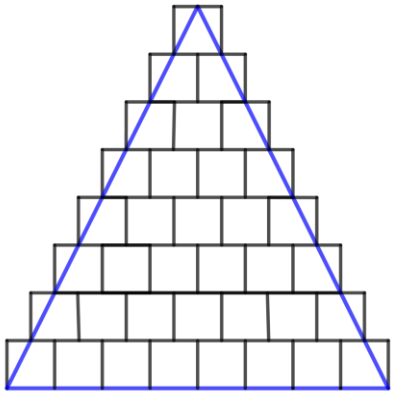
Demokritos (asi 460 – 370 př. n. l.)

Demokritos na myšlenku atomismu přišel údajně tak, že ležel v posteli a ve vedlejší místnosti pekla jeho sestra chléb. A on přemýšlel, jak je možné, že se vůně chleba dostala až k němu. Představoval si bochníky chleba složené z drobných částeček, které se od celku odtrhnou a pohybují se vzduchem, až doputují k němu.

Zdroj: *http://fyzika.jreichl.com*

Matematika v proměnách věků

Jaká je atomistická představa trojúhelníka? Rameno trojúhelníka nevytváří čára, ale „schodiště" s velkým počtem stupňů. Toto „schodiště" s velkým počtem stupňů ve smyslovém nazírání je ztotožněno s čárou. Budiž dán trojúhelník, jehož základna je rovna výšce a předpokládejme, že na této základně a výšce se nachází n geometrických atomů.



Obsah tohoto trojúhelníka je potom dán součtem: $1+2+\cdots+n=\frac{1}{2}n(n+1)$

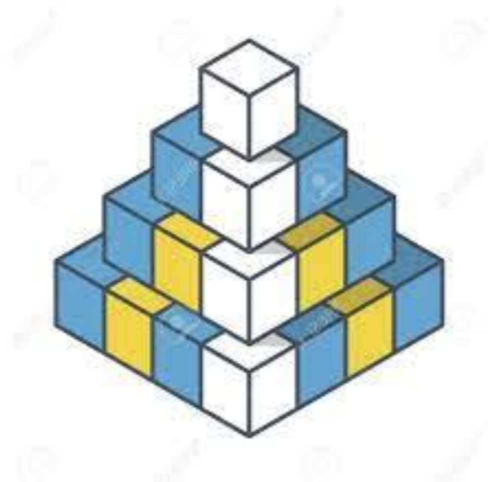
V Démokritově matematickém atomismu je tedy udáván vzorec pro obsah trojúhelníka, jehož základna je rovna jeho výšce, ve tvaru

$$S=\frac{1}{2}n(n+1)$$

Atomisté nikterak neodmítali použitelnost oficiálního vzorce: $S=\frac{1}{2}n^2$

Tvrdili však, že má nižší gnozeologickou hodnotu, protože platí ve světě smyslového poznání. Jeho platnost odmítli ve světě rozumu. Ukazovali, že jejich atomistický vzorec ve světě smyslů přechází v běžně používanou formuli. Při velkém množství matematických atomů, můžeme na základě smyslové nepostižitelnosti jejich počtu psát $n=n+1$
Atomistický vzorec potom přechází v oficiální vzorec.

Matematika v proměnách věků



$$n = n + 1$$

Atomistická představa jehlanu je představa pyramidy o velkém počtu výstupků nevnímatelných našimi smysly. Objem pyramidy je potom roven celkovému počtu nedělitelných, které mají podobu krychlí, z nichž je pyramida vytvořena.

Objem jehlanu je roven součtu

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$$

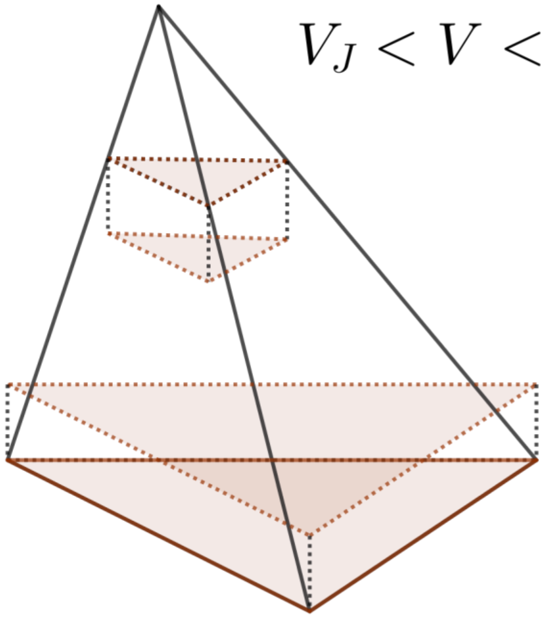
$$\frac{1}{6} n(n+1)(2n+1) = \frac{n^2(n+1)}{3} + \frac{1}{3}(1 + 2 + \cdots + n)$$

LURIA, Salomon. Die Infinitesimallehre der antiken atomisten. In: *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik*, 2, 1932, p. 106-185.

DRÁBEK, Jaroslav. Démokritova atomistická metoda. In: Bečvář, J, (ed.), Fuchs, E. (ed.): Matematika v proměnách věků. I. Sborník. Praha: Prometheus, 1998, s. 175-180.

Matematika v proměnách věků

GEOMETRIE
Učebnice pro devátý až jedenáctý postupný ročník. Praha: SPN, 1954.



$$V_J < V < V_O$$

$$V_J = \frac{v}{n}(p_1 + p_2 + \cdots + p_{n-1})$$

$$V_O = \frac{v}{n}(p_1 + p_2 + \cdots + p_n)$$

$$\frac{p_k}{p_n} = \frac{k^2}{n^2} \qquad p_n = p \rightarrow p_k = p\frac{k^2}{n^2}$$

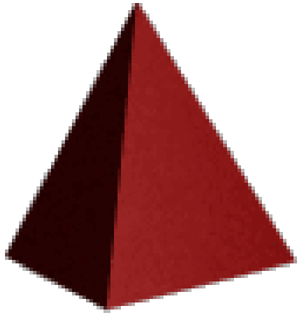
$$V_J = \frac{vp}{n^3}[1^2 + 2^2 + \cdots + (n-1)^2] = \frac{vp}{6n^3}n(n-1)(2n-1)$$

$$V_O = \frac{vp}{n^3}(1^2 + 2^2 + \cdots + n^2) = \frac{vp}{6n^3}n(n+1)(2n+1)$$

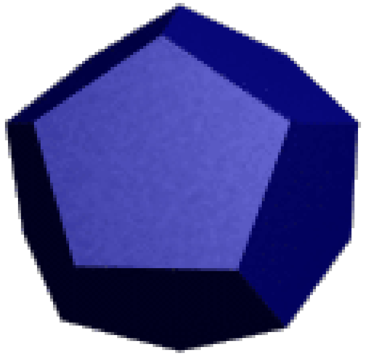
$$\frac{vp}{3}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right) < V < \frac{vp}{3}\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{2}{n}\right) \qquad \boldsymbol{V = \frac{1}{3}pv}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{vp}{3}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right) = \lim_{n\to\infty}\frac{vp}{3}\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{2}{n})\right) = \frac{vp}{3}$$

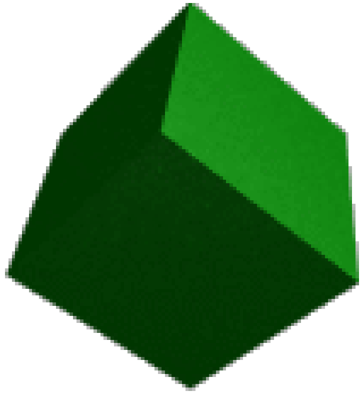
Platonova tělesa



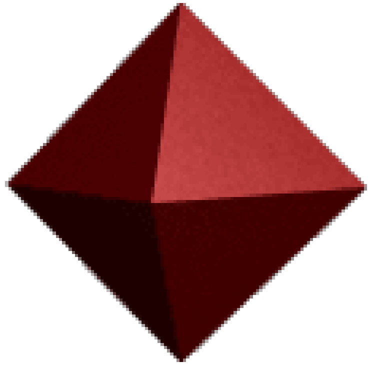
Tetraedr
Oheň



Dodekaedr



Hexaedr
Země



Oktaedr
Vzduch

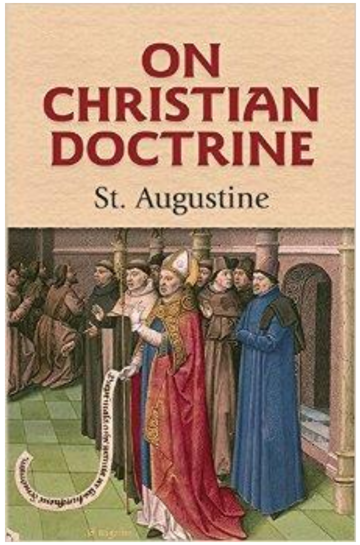
Eulerova věta

$$S + V = H + 2$$

$$V = \frac{1}{24} pnh^3 cotg^2 \frac{\pi}{n} tg\omega$$

Ikosaedr
Voda

Matematika v proměnách věků



Caesarius z Arles (asi 470-542)

Svatý Augustin

(*13. 11. 354 – †28. 8. 430)

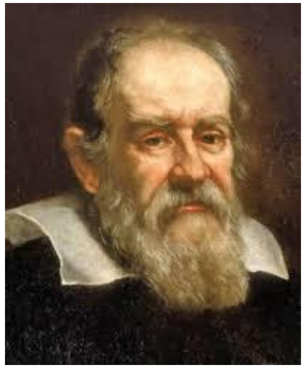
Klíčové dílo **„De doctrina christiana“**, které napsal sv. Augustin v letech 396 – 428, lze považovat za ustavující text celého křesťanského vzdělávání a výchovy středověkého Západu. Za první doklad snahy církve převzít školský systém se obvykle považuje **koncil ve Vaison**, jenž roku **529** vyzval biskupy v Provence ke zřizování škol při katedrálách a hlavních kostelech diecézí. Předsednictvím koncilu byl pověřen Caesarius z Arles.

„Každý dobrý křesťan by se měl mít na pozoru před matematiky, kteří již po staletí pomáhají ďáblu zatemnit lidem ducha.“ *(sv. Augustin, 390)*

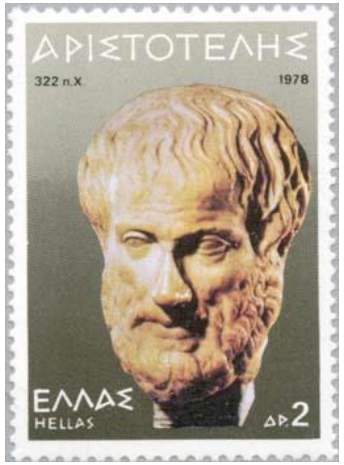
Zdroj: Riché, P. a J. Verger. (2011). *Učitelé a žáci ve středověku*. Praha: Vyšehrad.

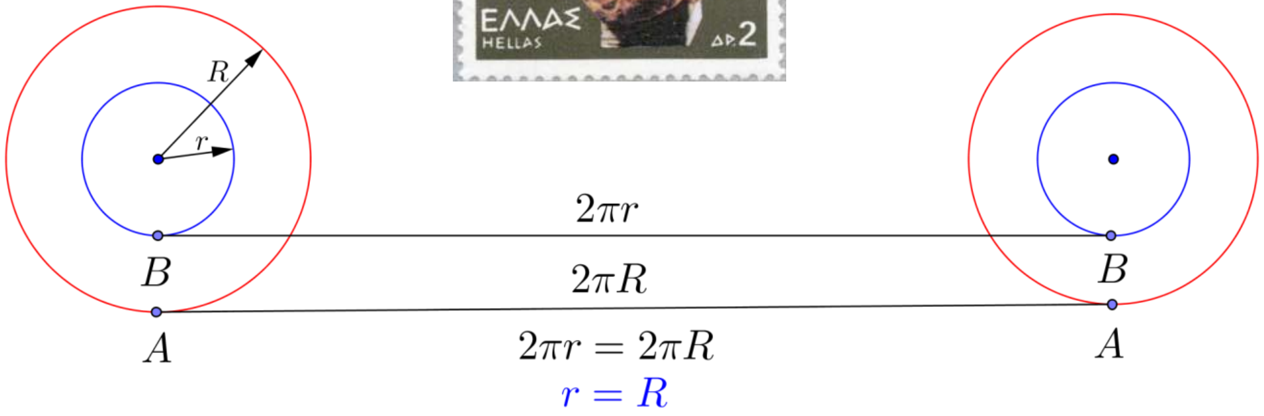
Matematika v proměnách věků

Rota Aristotelis



Vysvětlení podal
Galileo Galilei
(1564 – 1642)





Matematika v proměnách věků

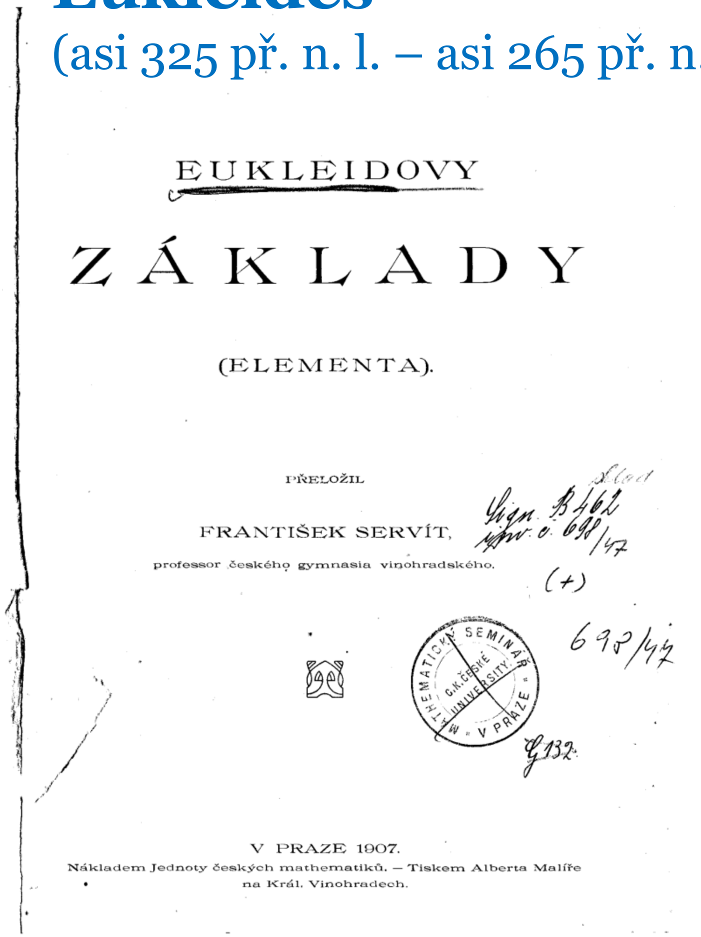

THE ELEMENTS
OF GEOMETRIE
of the most aunci-
ent Philosopher
EVCLIDE
of Megara.

Imprinted at London by Iohn Daye.

1570

Eukleidés

(asi 325 př. n. l. – asi 265 př. n. l.)


EUKLEIDOVY

ZÁKLADY

(ELEMENTA).

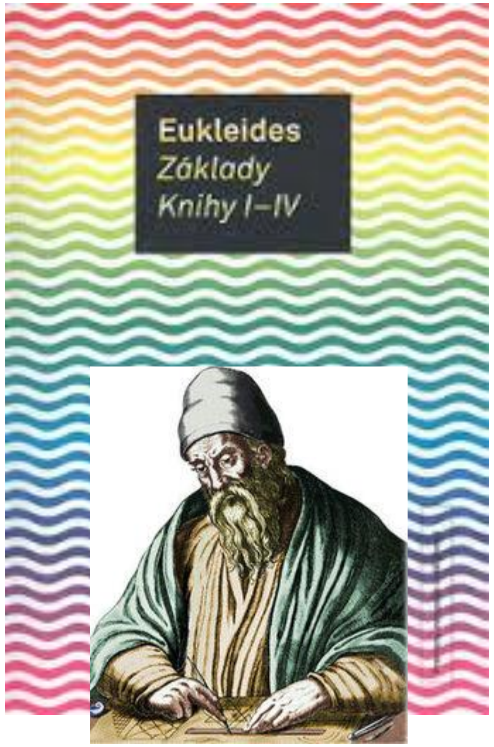
PŘELOŽIL

FRANTIŠEK SERVÍT,

professor českého gymnasia vinohradského.

V PRAZE 1907.

Nákladem Jednoty českých mathematiků. – Tiskem Alberta Malíře na Král. Vinohradech.



Stoicheia

kolem roku 300 př. n. l.

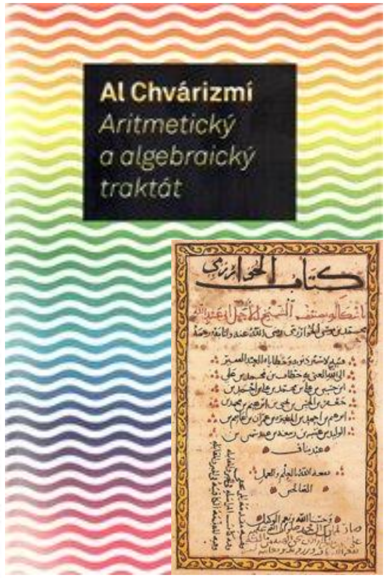
Matematika v proměnách věků

Abú Abdalláh Muhammad ibn Músá al Mádžúsí al- Chvárizmí (787 – kol. 850)

Aritmetický traktát a algebraický traktát

Kitáb al-džám'a wa-t-tafríq bil-hisáb al-hindi (asi 825, přeloženo 1145, nula)

Al-Kitab al-muchtasar fí hisab al-džábr wa-l-muqabala



al – Chvarizmí → *al – Chorezmí*
ve středověku latinizováno na *Al – Gorizmí*
zkomoleno na *Algoritmí* → **Algoritmus**

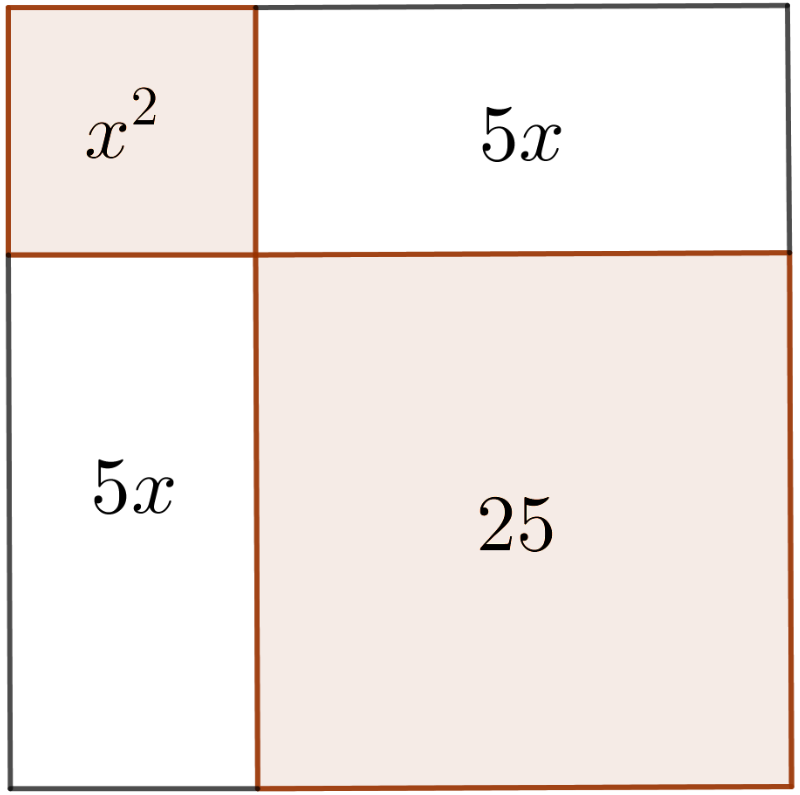
Slovo **algebra** pochází z arabského
لجبر *(al-džábr)*
Bylo přejato z názvu výše uvedené knihy.

Matematika v proměnách věků

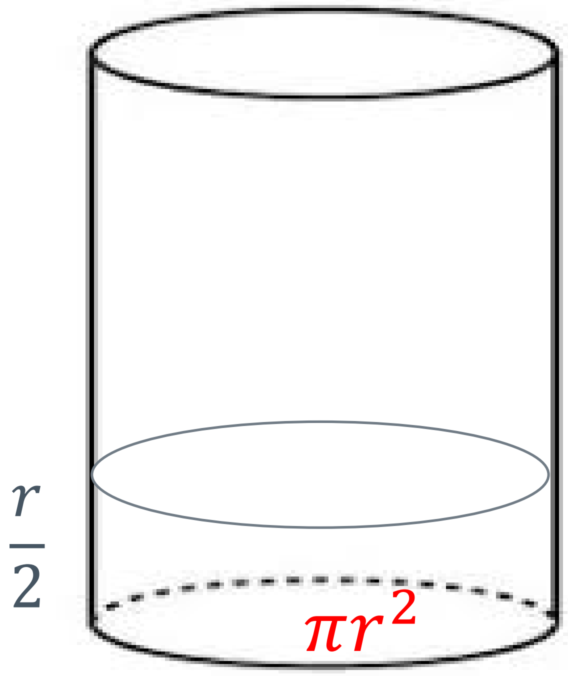
ÚLOHA

Čtverec neznámé a deset neznámých dává 39 dirhemů (dirhem byla stříbrná mince středověkého Východu). Čemu se rovná neznámá? (Má se řešit graficky.)

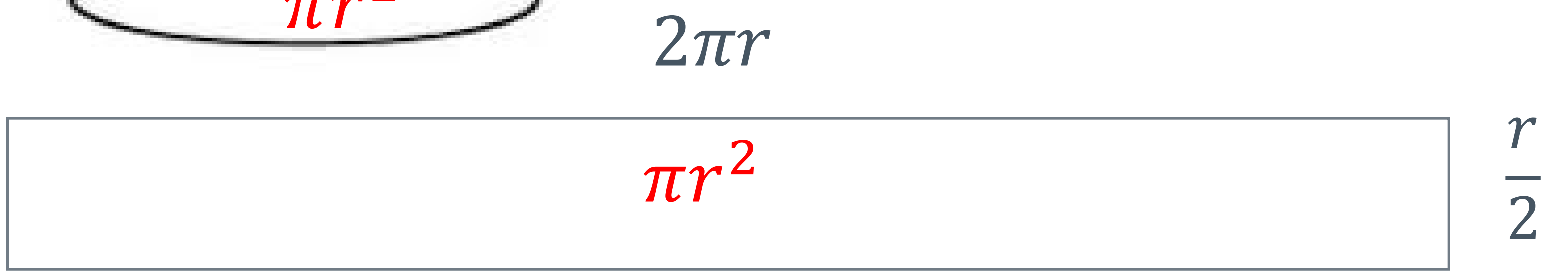
$$x^2 + 10x = 39$$
$$x^2 + 10x + 25 = 64$$



Kvadratura kruhu



Leonardo da Vinci



Luca Pacioli (1447-1517)

Obsah trojúhelníku se rovná 84 jednotkám obsahu. Vypočítejte délky jeho stran, když je známo, že jsou vyjádřeny třemi za sebou následujícími přirozeným čísly.

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$
$$2s = a + b + c$$

$$2s = x - 1 + x + x + 1 = 3x$$

$$84 = \sqrt{\frac{3}{2}x \cdot \frac{1}{2}x \cdot \left(\frac{x}{2}+1\right) \cdot \left(\frac{x}{2}-1\right)} = \frac{x}{4}\sqrt{3(x^2-4)}$$

Konforovič, A. G. (1989). *Významné matematické úlohy*. Praha: SPN.

Luca Pacioli (1447-1517)

$$84 = \sqrt{\frac{3}{2}x \cdot \frac{1}{2}x \cdot \left(\frac{x}{2}+1\right) \cdot \left(\frac{x}{2}-1\right)} = \frac{x}{4}\sqrt{3(x^2-4)}$$

$$84^2 = \frac{x^2}{16} \cdot 3\left(x^2-4\right)$$

$$x^4 - 4x^2 - 37632 = 0$$

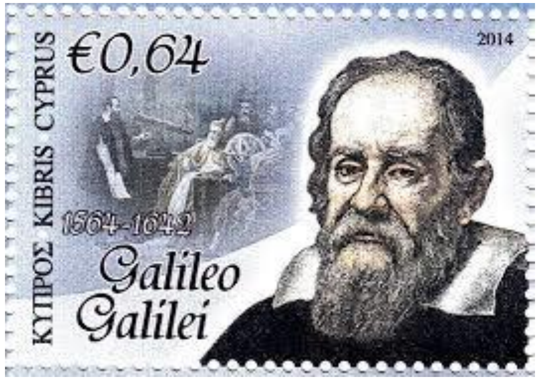
$$196 \cdot 192 = 37632$$
$$196 - 192 = 4$$

$$\mathbf{(x^2 - 196)(x^2 + 192) = 0}$$

Délky stran trojúhelníku jsou 13, 14, 15 jednotek délky.

Teorii indivisibilií

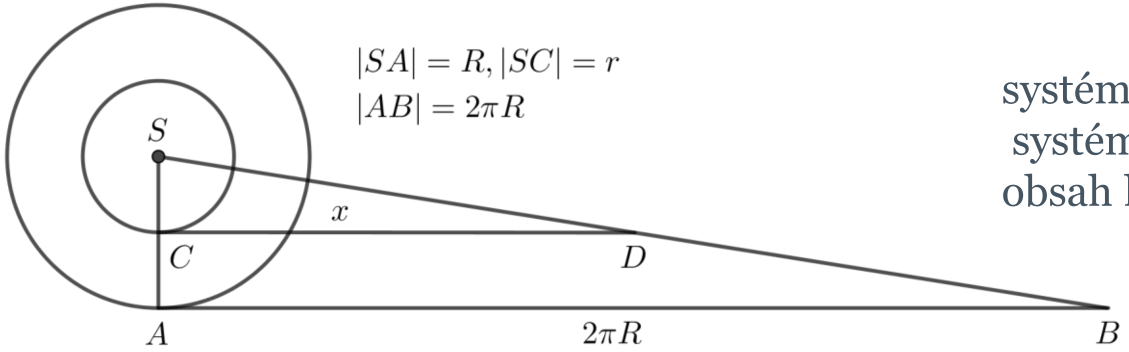
Geometría indivisibilius continuorum (1635)



Galileo Galilei
(*1564-†1642)

Bonaventura Cavalieri
(*1598-†1647)

Evangelista Torricelli
(*1608-†1647)



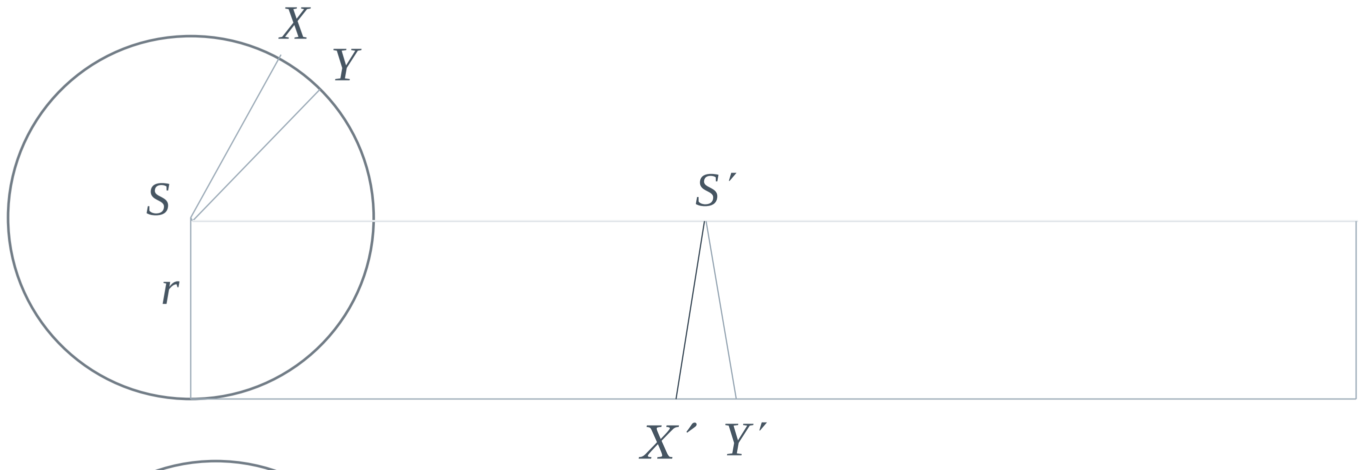
systému „nedělitelných“ kružnic odpovídá
 systém „nedělitelných“ úseček
obsah kruhu je roven obsahu trojúhelníku SAB

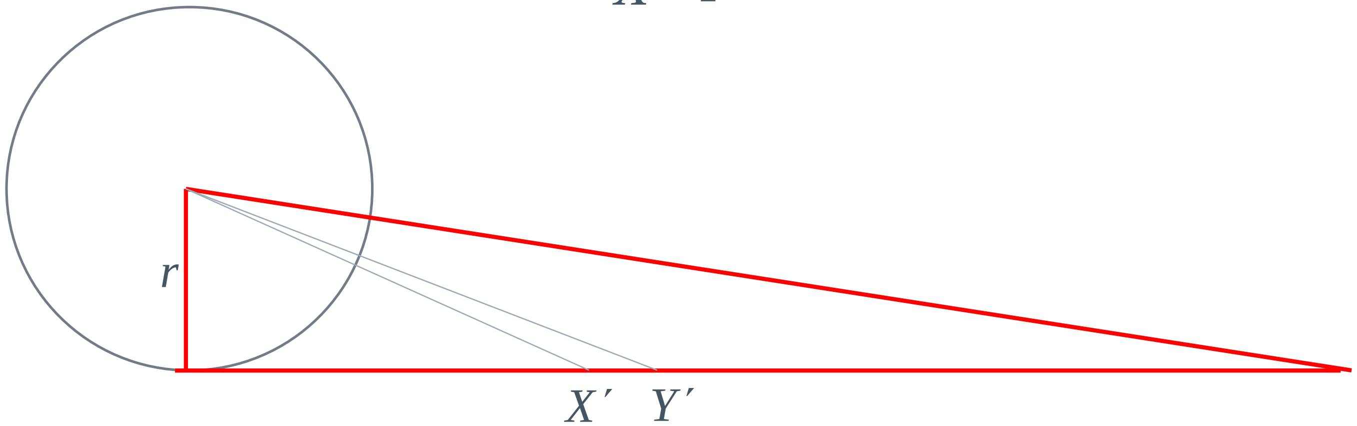
$$\frac{x}{2\pi R} = \frac{r}{R} \rightarrow x = 2\pi r$$

Obsah kruhu

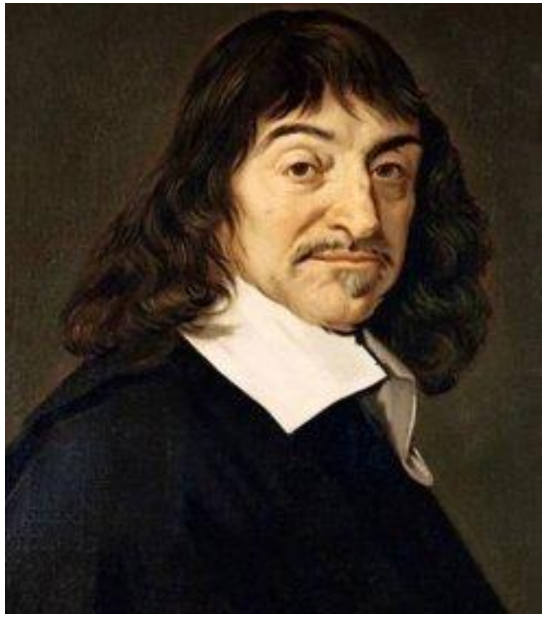
Johannes Kepler (*1571 –†1630)

Obsah kruhu





Matematika v proměnách věků

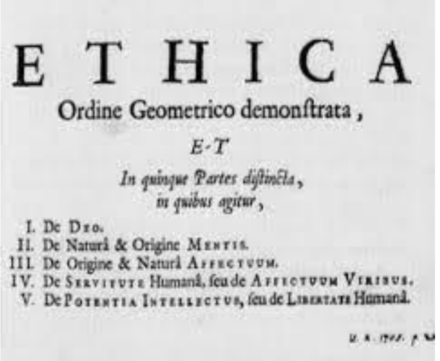


René Descartes
1596-1650

Gottfried Wilhelm Leibniz
1643-1716

Blaise Pascal
1623-1662

Baruch Spinoza
1632-1677

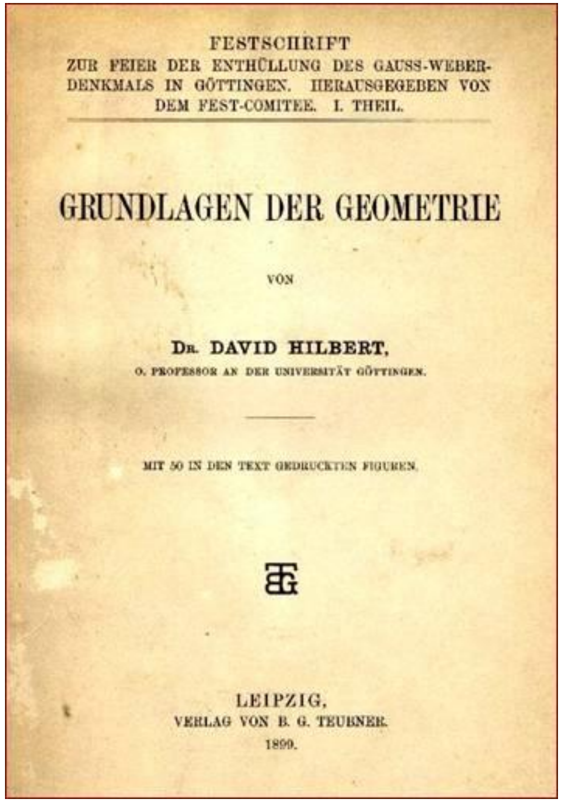


ETHICA
Ordine Geometrico demonstrata,
ET
In quinque Partes distincta,
in quibus agitur,
I. De Deo.
II. De Naturâ & Origine Mentis.
III. De Origine & Naturâ Affectuum.
IV. De Servitute Humanâ, seu de Affectuum Viribus.
V. De Potentia Intellectus, seu de Libertate Humanâ.

Barokní filosofie - racionalismus

Grundlagen der Geometrie

David Hilbert
(1862-1943)



FESTSCHRIFT
ZUR FEIER DER ENTHÜLLUNG DES GAUSS-WEBER-DENKMALS IN GÖTTINGEN. HERAUSGEGEBEN VON DEM FEST-COMITEE. I. THEIL.

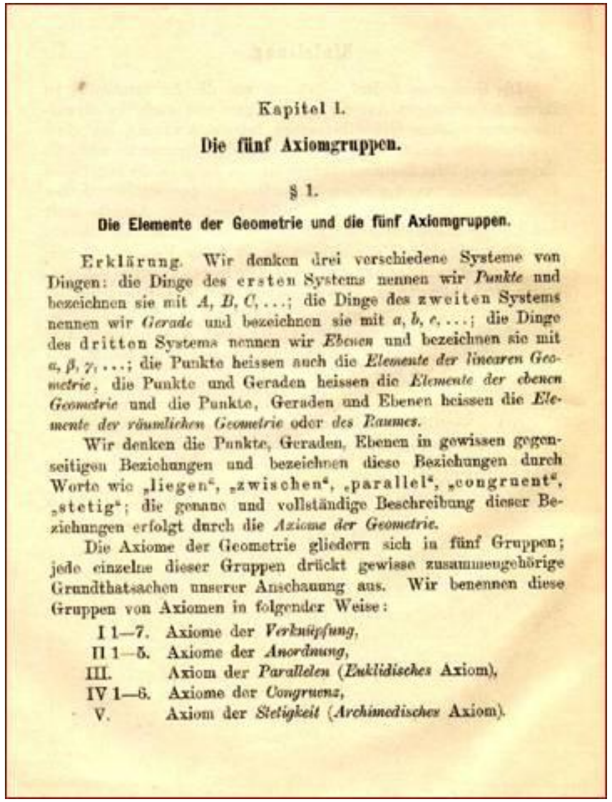
GRUNDLAGEN DER GEOMETRIE

VON

DR. DAVID HILBERT,
O. PROFESSOR AN DER UNIVERSITÄT GÖTTINGEN.

MIT 50 IN DEN TEXT GEDRUCKTEN FIGUREN.

LEIPZIG,
VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1899.



Kapitel I.

Die fünf Axiomgruppen.

§ 1.

Die Elemente der Geometrie und die fünf Axiomgruppen.

Erklärung. Wir denken drei verschiedene Systeme von Dingen: die Dinge des ersten Systems nennen wir *Punkte* und bezeichnen sie mit $A, B, C, \ldots$; die Dinge des zweiten Systems nennen wir *Gerade* und bezeichnen sie mit $a, b, c, \ldots$; die Dinge des dritten Systems nennen wir *Ebenen* und bezeichnen sie mit $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$; die Punkte heissen auch die *Elemente der linearen Geometrie*, die Punkte und Geraden heissen die *Elemente der ebenen Geometrie* und die Punkte, Geraden und Ebenen heissen die *Elemente der räumlichen Geometrie* oder *des Raumes*.

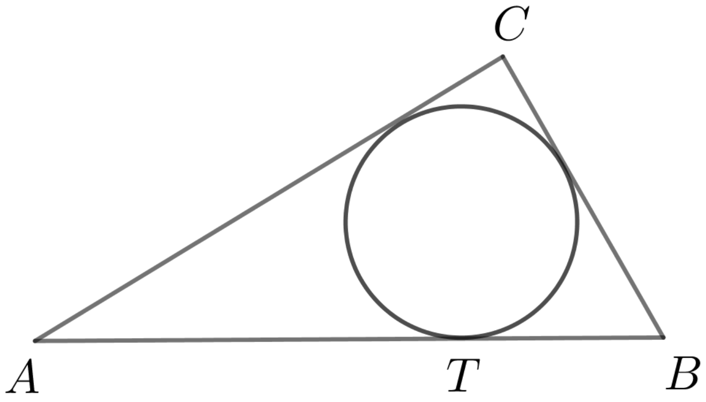
Wir denken die Punkte, Geraden, Ebenen in gewissen gegenseitigen Beziehungen und bezeichnen diese Beziehungen durch Worte wie „liegen", „zwischen", „parallel", „congruent", „stetig"; die genaue und vollständige Beschreibung dieser Beziehungen erfolgt durch die *Axiome der Geometrie*.

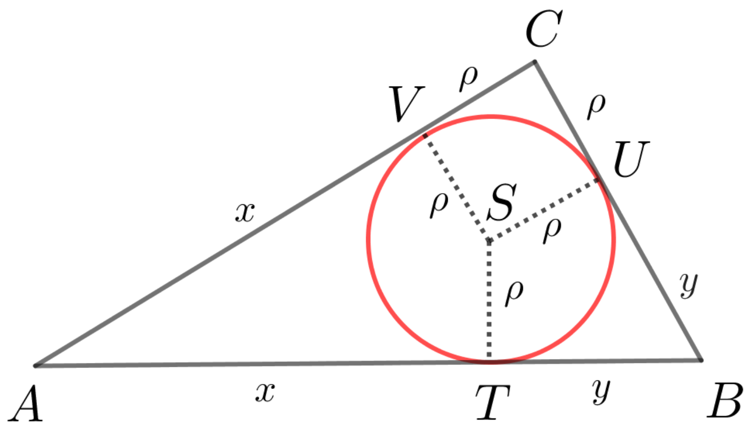
Die Axiome der Geometrie gliedern sich in fünf Gruppen; jede einzelne dieser Gruppen drückt gewisse zusammengehörige Grundthatsachen unserer Anschauung aus. Wir benennen diese Gruppen von Axiomen in folgender Weise:

I 1—7. Axiome der *Verknüpfung*,
II 1—5. Axiome der *Anordnung*,
III. Axiom der *Parallelen* (*Euklidisches* Axiom),
IV 1—6. Axiome der *Congruenz*,
V. Axiom der *Stetigkeit* (*Archimedisches* Axiom).

Pravoúhlý trojúhelník

V pravoúhlém trojúhelníku ABC se dotýká kružnice vepsaná přepony v bodě T. Dokažte, že pro obsah trojúhelníku platí $S = |AT| \cdot |BT|$.



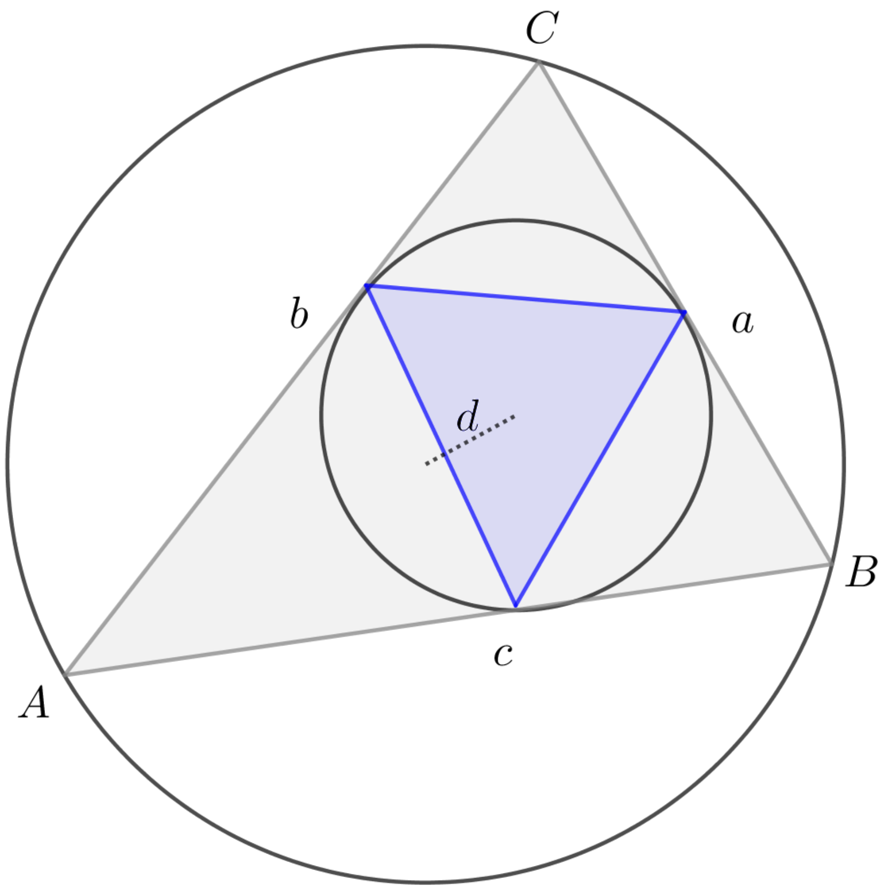


$$S = x\varrho + y\varrho + \varrho^2$$

$$S = xy = |AT| \cdot |BT|$$

$$S = \frac{1}{2}(x+\varrho)(y+\varrho) = \frac{1}{2}(xy + x\varrho + y\varrho + \varrho^2) \qquad S = \frac{1}{2}(xy + S)$$

Trojúhelník



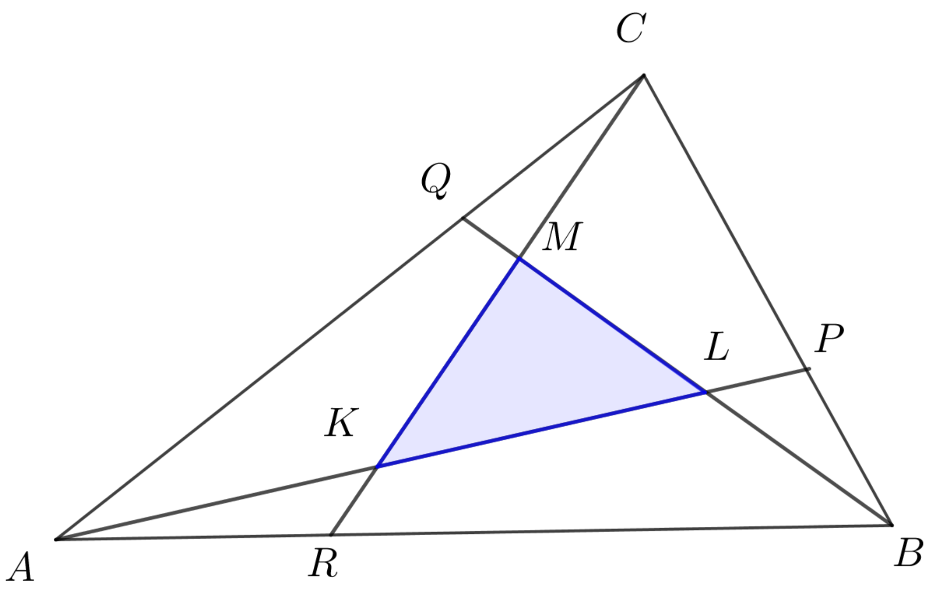
$$\frac{abc}{a+b+c} = 2r\varrho$$

$$\frac{1}{r+d} + \frac{1}{r-d} = \frac{1}{\varrho}$$

$$d = \sqrt{r^2 - 2r\varrho}$$

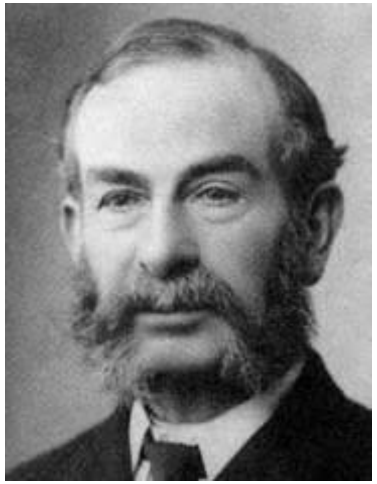
$$r \geq 2\varrho$$

Feynmanův trojúhelník



Vypočtěte obsah trojúhelníku *KLM*, je-li dáno

$$|BP| : |PC| = 1 : 2$$
$$|CQ| : |QA| = 1 : 2$$
$$|AR| : |RB| = 1 : 2$$



Edward John Routh
(1831-1907)

ROUTHOVA VĚTA (1891)

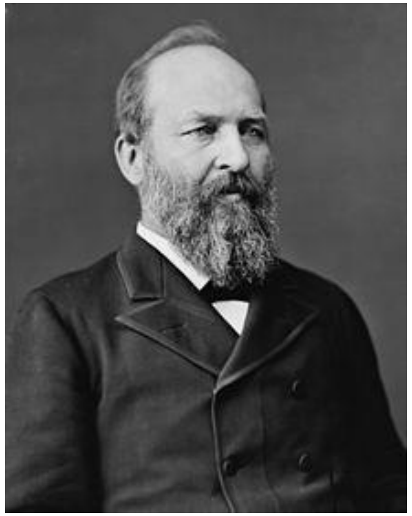
$$|CP| : |PB| = x, |AQ| : |QC| = y, |BR| : |RA| = z$$

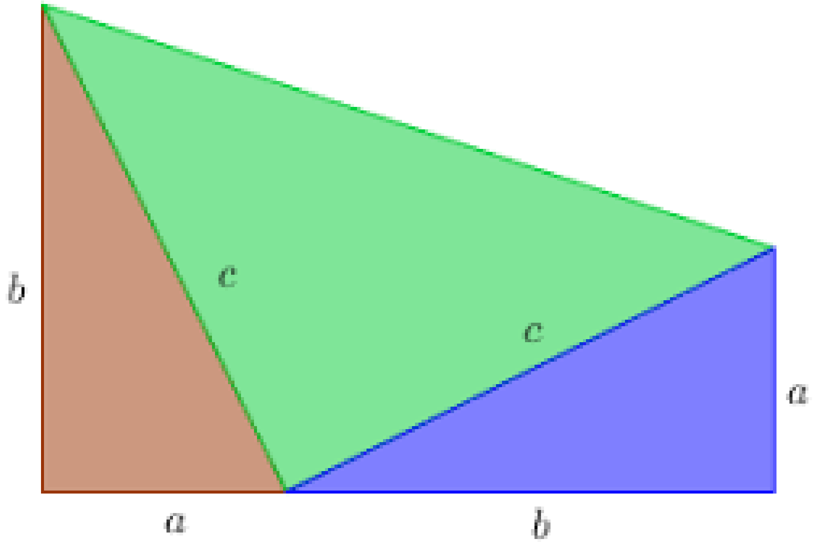
$$\frac{S_{KLM}}{S_{ABC}} = \frac{(xyz-1)^2}{(xy+y+1)(yz+z+1)(xz+x+1)}$$

$$S_{KLM} = \frac{1}{7} S_{ABC}$$

Pythagorova věta

James Abram Garfield (1831-1881), 20. president USA





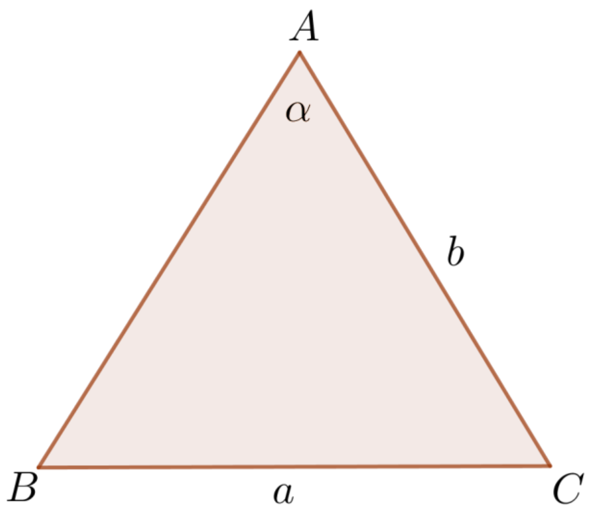
$$S = \left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot (a+b) \qquad S = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$$

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)(a+b) = ab + \frac{1}{2}c^2$$

$$(a+b)^2 = 2ab + c^2 \qquad a^2 + b^2 = c^2$$

Rovnoramenný trojúhelník

V rovnoramenném trojúhelníku ABC se základnou a a ramenem b je úhel při hlavním vrcholu $\alpha = 20^0$. Dokažte, že platí $a^3 + b^3 = 3ab^2$.



$$\sin\frac{\alpha}{2} = \sin 10^0 = \frac{a}{2b}$$

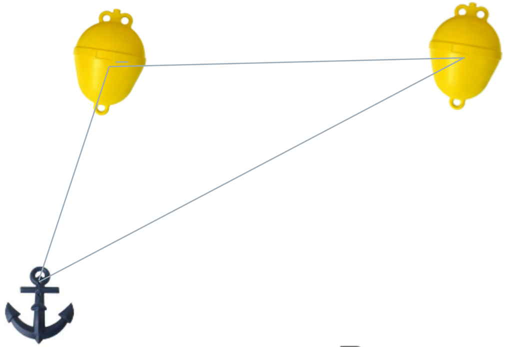
$$\sin 3\varphi = 3\sin\varphi - 4\sin^3\varphi$$

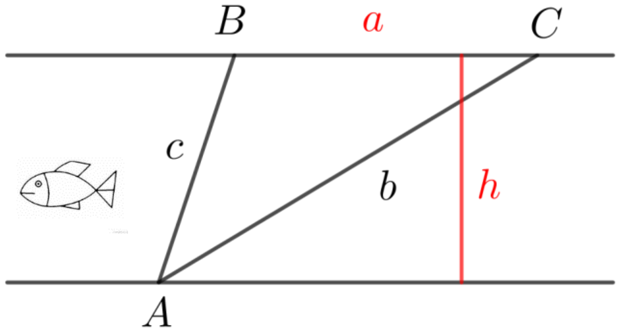
$$\frac{1}{2} = 3\,\frac{a}{2b} - 4\left(\frac{a}{2b}\right)^3$$

$$4b^3 = 12ab^2 - 4a^3$$

$$a^3 + b^3 = 3ab^2$$

Měření hloubky řeky





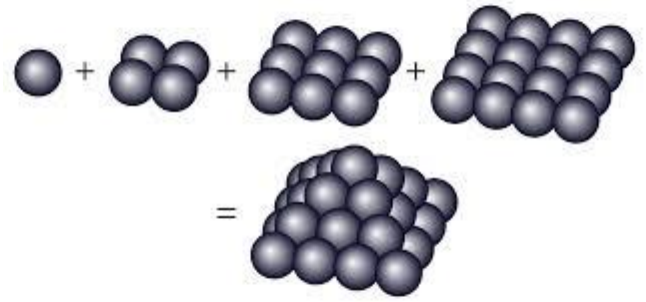
$$S = \frac{1}{2}ah = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

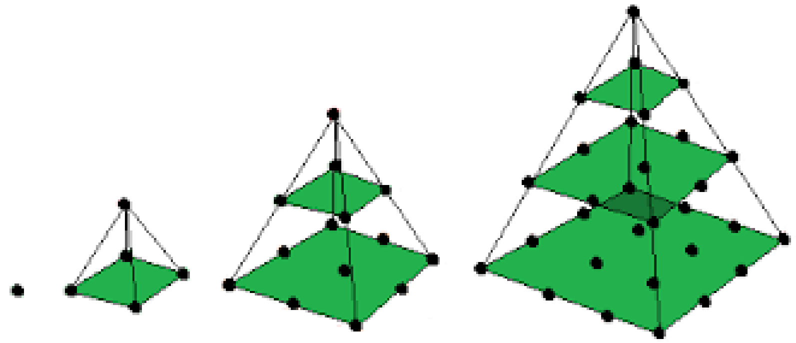
$$s = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

$$h = \frac{2S}{a}$$

Dělové koule

Čtvercové pyramidové číslo





$$1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$$

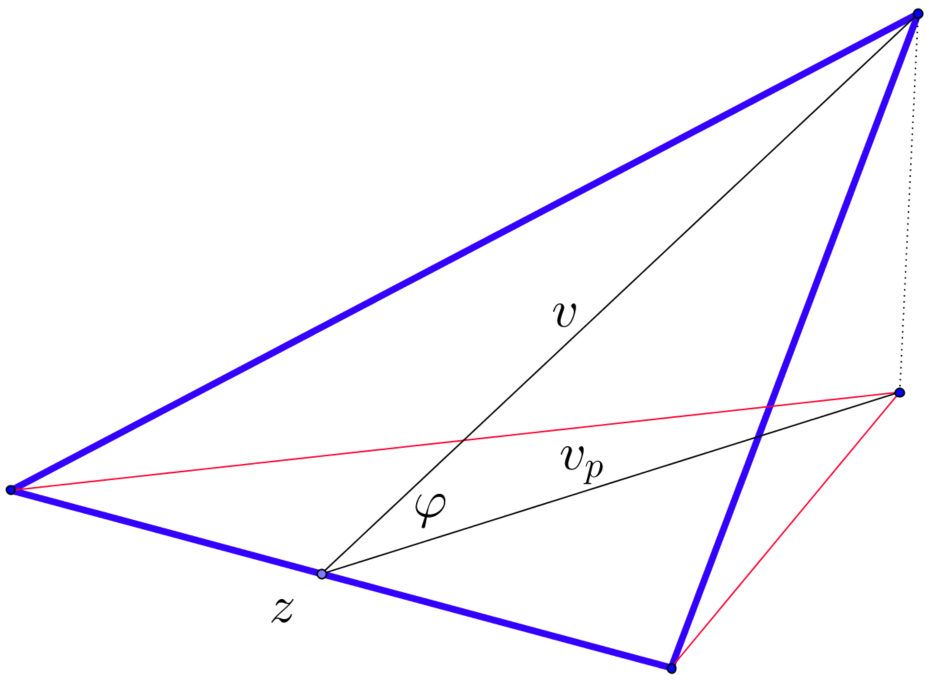
Pro která $m > 1, n > 1$ platí

$$\frac{1}{6} n(n+1)(2n+1) = m^2$$

$$n = 24, m = 70$$

E. Lucas. Problem 1180. Nouvelle Ann. Math. (2) 14 (1875), 336.

Pravoúhlý průmět



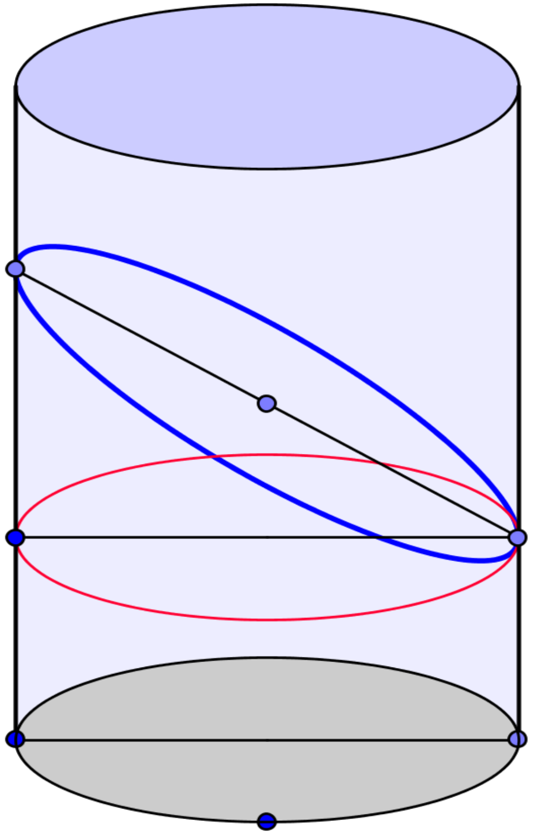
$$S = \frac{1}{2} z v$$

$$v_p = v \cos\varphi$$

$$S_p = \frac{1}{2} z v_p = \frac{1}{2} z v \cos\varphi$$

$$S_p = S \cos\varphi$$

Pravoúhlý průměr



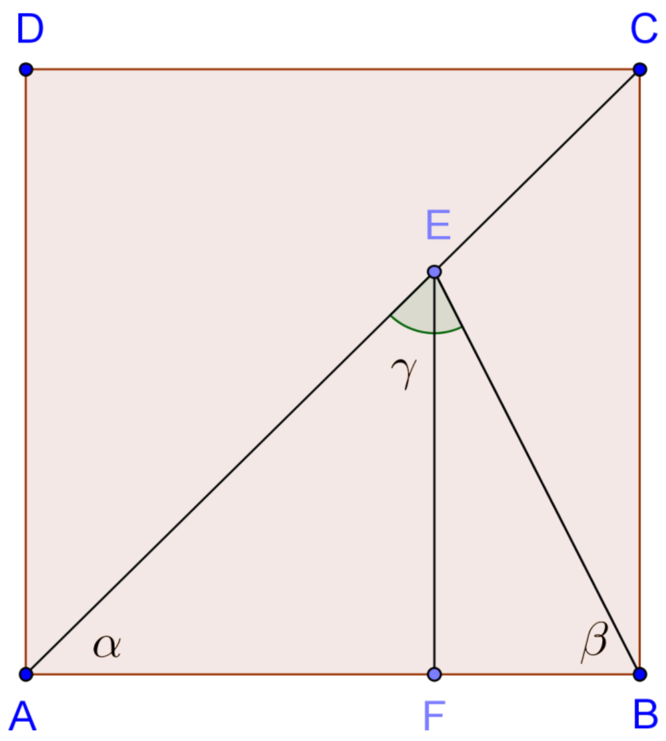
$$S_p = S\cos\varphi = S\frac{2b}{2a}$$

$$\pi b^2 = S\frac{b}{a}$$

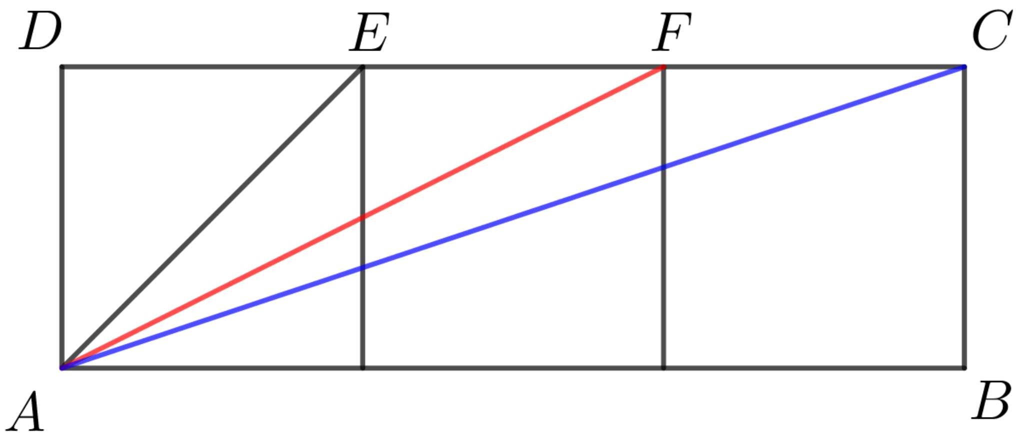
$$S = \pi ab$$

Zajímavý trojúhelník

Na úhlopříčce AC jednotkového čtverce je dán bod E, pro který platí $|AE| : |EC| = 2 : 1$.



Součet úhlů



$|\sphericalangle BAE| = \alpha$

$|\sphericalangle BAD| = \beta$

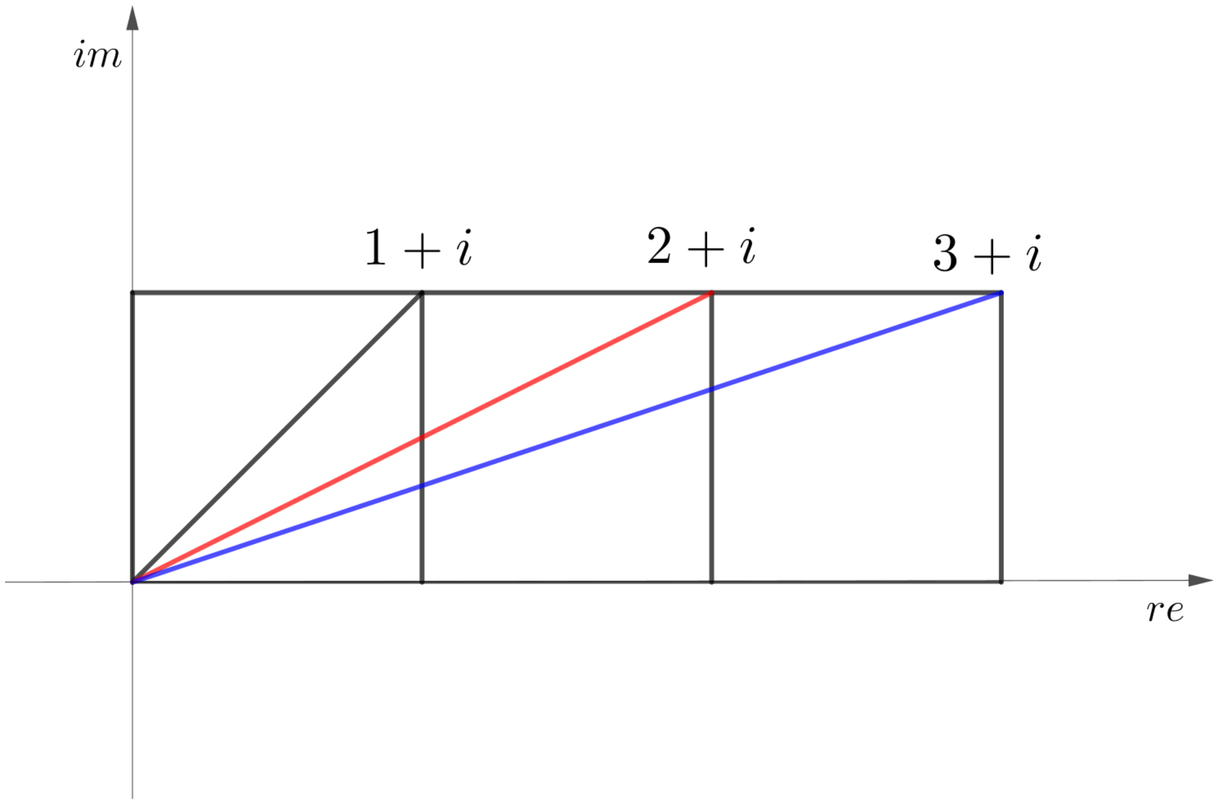
$|\sphericalangle BAC| = \gamma$

$|AD| = |DE| = |EF| = |FC| = |CB| = 1$

$|AB| = 3$

$\alpha + \beta + \gamma = ?$

Součet úhlů



$$u = 1+i, v = 2+i, w = 3+i$$

$$uvw = (1+i)(2+i)(3+i) = 10i$$

$$u = |u|(\cos\alpha + i\sin\alpha)$$
$$v = |v|(\cos\beta + i\sin\beta)$$
$$w = |w|(\cos\gamma + i\sin\gamma)$$

$$\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$$

Gaokao

For ΔABC, A, B, C are the interior angles, $a, b, c,$ are the opposing sides respectively. Given that

$$\frac{\cos A}{1+\sin A} = \frac{\sin 2B}{1+\cos 2B}$$

1. If $C = \dfrac{2\pi}{3}$, find B
2. Find the minimum value of $\dfrac{a^2+b^2}{c^2}$

Simpsonův vzorec

Simpsonův vzorec

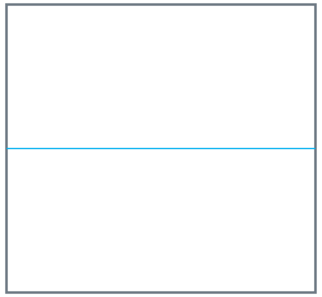
$$O = \frac{1}{6} v(a_1 + 4a_2 + a_3)$$

O	obsah, objem
v	výška
a_1	délka, obsah dolní (podstavy)
a_2	délka, obsah střední (podstavy)
a_3	délka, obsah horní (podstavy)

O značí
obsah čtverce
obsah obdélníku
obsah lichoběžníku
obsah trojúhelníku
obsah kruhu
objem krychle
objem kvádru
objem jehlanu
objem komolého jehlanu
objem koule

Simpsonův vzorec

Obsah čtverce



$$O = \frac{1}{6}v(a_1 + 4a_2 + a_3)$$

$$O = \frac{1}{6}a(a + 4a + a) = \frac{1}{6}a \cdot 6a = a^2$$

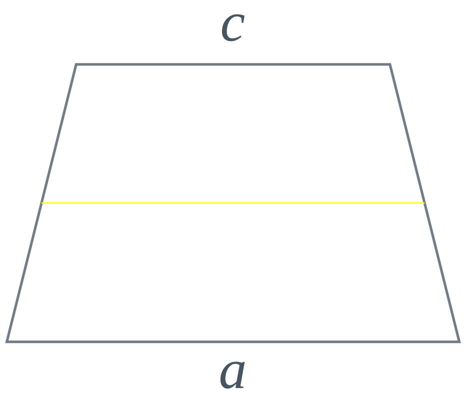
Obsah obdélníku

$$O = \frac{1}{6}v(a_1 + 4a_2 + a_3)$$

$$O = \frac{1}{6}b(a + 4a + a) = \frac{1}{6}b \cdot 6a = ab$$

Simpsonův vzorec

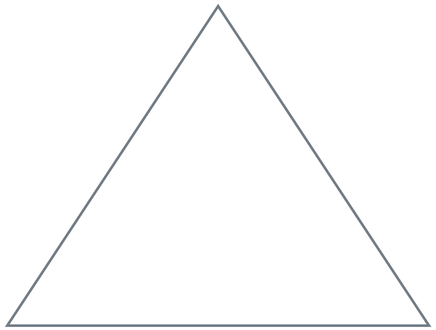
Obsah lichoběžníku



$$O = \frac{1}{6}v(a_1 + 4a_2 + a_3)$$

$$O = \frac{1}{6}v(a + 4\frac{a+c}{2} + c) = \frac{1}{6}v \cdot (3a + 3c) = \frac{1}{2}v(a + c)$$

Obsah trojúhelníku

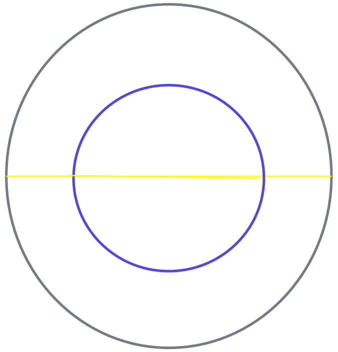


$$O = \frac{1}{6}v(a_1 + 4a_2 + a_3)$$

$$O = \frac{1}{6}v(z + 4\frac{z}{2} + 0) = \frac{1}{6}v \cdot 3z = \frac{1}{2}zv$$

Simpsonův vzorec

Obsah kruhu

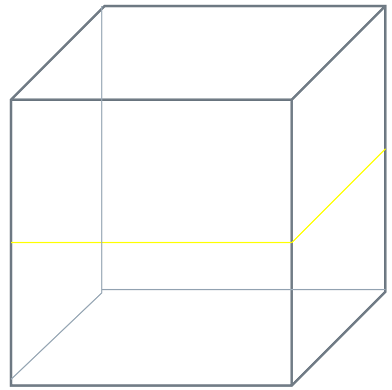


$$O = \frac{1}{6}v(a_1 + 4a_2 + a_3)$$

$$O = 2 \cdot \frac{1}{6}r\left(0 + 4\pi\frac{r}{2} + \pi r\right) = \pi r^2$$

Simpsonův vzorec

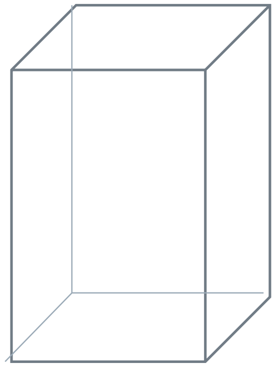
Objem krychle



$$O = \frac{1}{6} v(a_1 + 4a_2 + a_3)$$

$$O = \frac{1}{6} a(a^2 + 4a^2 + a^2) = a^3$$

Objem kvádru

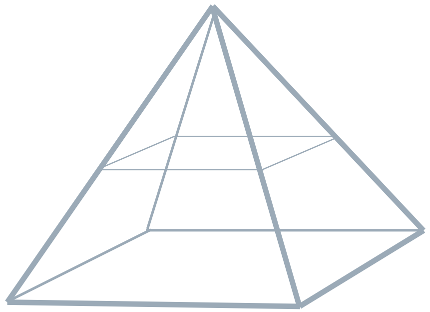


$$O = \frac{1}{6} v(a_1 + 4a_2 + a_3)$$

$$O = \frac{1}{6} c(ab + 4ab + ab) = abc$$

Simpsonův vzorec

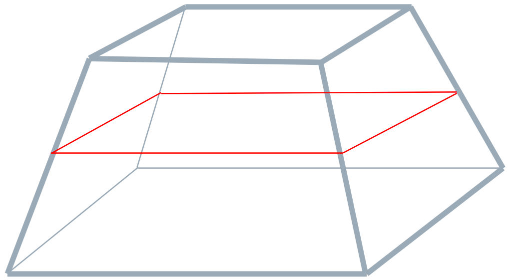
Objem jehlanu



$$O = \frac{1}{6} v(a_1 + 4a_2 + a_3)$$

$$O = \frac{1}{6} v\left(a^2 + 4\left(\frac{a}{2}\right)^2 + 0\right) = \frac{1}{3} a^2 v$$

Objem komolého jehlanu

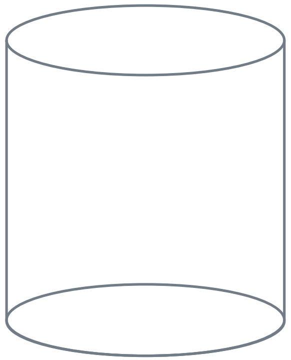


$$O = \frac{1}{6} v(a_1 + 4a_2 + a_3)$$

$$O = \frac{1}{6} v\left(a^2 + 4\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + b^2\right) = \frac{1}{3} v(a^2 + ab + b^2)$$

Simpsonův vzorec

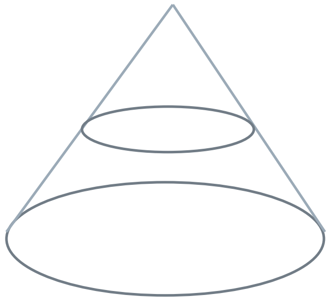
Objem válce



$$O = \frac{1}{6} v(a_1 + 4a_2 + a_3)$$

$$O = \frac{1}{6} v(\pi r^2 + 4\pi r^2 + \pi r^2) = \pi r^2 v$$

Objem kužele

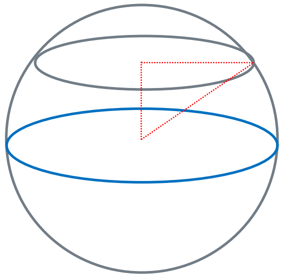


$$O = \frac{1}{6} v(a_1 + 4a_2 + a_3)$$

$$O = \frac{1}{6} v\left(\pi r^2 + 4\pi \left(\frac{r}{2}\right)^2 + 0\right) = \frac{1}{3} \pi r^2 v$$

Simpsonův vzorec

Objem koule



$$O = \frac{1}{6} v (a_1 + 4a_2 + a_3)$$

$$O = 2 \cdot \frac{1}{6} r (\pi r^2 + 4\pi x^2 + 0) = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$x^2 = r^2 - \frac{r^2}{4} = \frac{3}{4} r^2$$

Kariérní vzestup a sestup učitele

Kód projektu: EduVibr - Tdi 007 - KOMAFRI
Motivace: pokles zájmu o učitelskou profesi, nedostatek učitelů (Fy), domácí vzdělávání

Finanční zajištění: MŠMT: 0 % Škola: 100 %

Doporučená strategie: ASVNAKZC (der Wolf und die Ziege)
odchod učitelů do důchodu v 90 letech

Projednat:	Doporučené místo jednání:
Kulaté stoly s kvalifikovanými učiteli	U Fleků
Hranaté stoly s nekvalifikovanými učiteli	U Kaštanu
Oválné stoly s akademickými pedagogickými údy	Bufet Rektorátu UK, Celetná 20
Hospodářská komora	Obec spisovatelů, Železná 18
Svaz průmyslu a dopravy	Svaz hudebníků ČR, Na Zátorách 8
Eduin	Hlavní kancelář společnosti Eduout
Eduout	Hlavní kancelář společnosti Eduin
Školští experti ČSSD, ANO, KDU-ČSL, ODS, TOP 09, KSČM	Pedagogické muzeum, Valdštejnská 20
Ostatní školští experti působící v médiích	Pedagogická knihovna J. A. Komenského
Zálesák Tom	Sherwood
ČMOS PŠ	Fantova kavárna na hlavním nádraží
Svaz důchodců (učitelů) ČR	PSZN v Litomyšli (v případě deště penzion Lilie)

Kariérní vzestup a sestup učitele

<u>Seznam použitých zkratek:</u>

ES	edukace sólo, bez doprovodu
ED	edukace s doprovodem
AS	asistent edukátora seniora
ZDS	zdravotní dozor edukátora seniora
VP	výuka pouze v přízemí
UKM	známá diagnóza staršího edukátora
NKM	ještě známější diagnóza ještě staršího edukátora
BP	barevné pruhy na chodbě
BPKT	barevný pruh na trase kabinet – třída
BPKWC	barevný pruh na trase kabinet – záchod
BPTWC	barevný pruh na trase třída – záchod
ZKZZŽ	zákaz komunikace se zákonnými zástupci žáků
PORG	pedagogický orgasmus
T	Teachers - blended whiskey
MD, MO	Magistr Dark, Magistr Orginal (Plzeň – Božkov)
R, xR	Rum, x –počet povolených panáků v průběhu edukační reality
NRNŠ	nima ruma nima šturma
NBI	nemocen během inspekce ve škole

Kariérní vzestup a sestup učitele

Kariérní stupeň		Délka praxe	Odměna Poplatek	Označení edukátora	Poznámky
	UUKOKŘ				
1	1,00	5	radost z díla	**Basic**	hledání, očekávání, šok z reality
2	0,80	10	3000,-Kč	**De Lux**	nalezení pevného bodu
3	0,60	15	3010,-Kč	**Jiskra**	ví o něm školník
4	0,50	20	4999,-Kč	**Plamen**	poučuje ředitele školy, vědí o něm na kraji
5		25	6666,-Kč	**Inferno**	ve škole dělá peklo, poučuje předsedu ŠR
6		30	10000,-Kč	**Kanschulin**	kandidát na školního inspektora, NLV
7		35	15000,-Kč	**Holzam**	dřevěný Amos (Č, M, S)
8		40	20000,-Kč	**Feram**	železný Amos
9	0,50	45	-2000,-Kč	**Kleinzden**	der kleine Zdeněk Nejedlý, ZKZZŽ, 1R
10	0,40	50	-3000,-Kč	**Groszden**	der große Zdeněk Nejedlý, ZKZZŽ, 2R
11	0,30	55	-3500,-Kč	**Demen**	dementus, ED(AS), VP, ZKZZŽ , 3R
12	0,20	60	-4000,-Kč	**Demen s.**	dementus superior, ED(AS), ZDS, VP
13	0,10	65	-4500,-Kč	**Demen m.**	dementus maximus, ED(AS), ZDS, VP, UKM
14		není nutná	radost z díla	**Reformátor**	tvůrce kurikulárních reforem

Volba učitele v 18. století

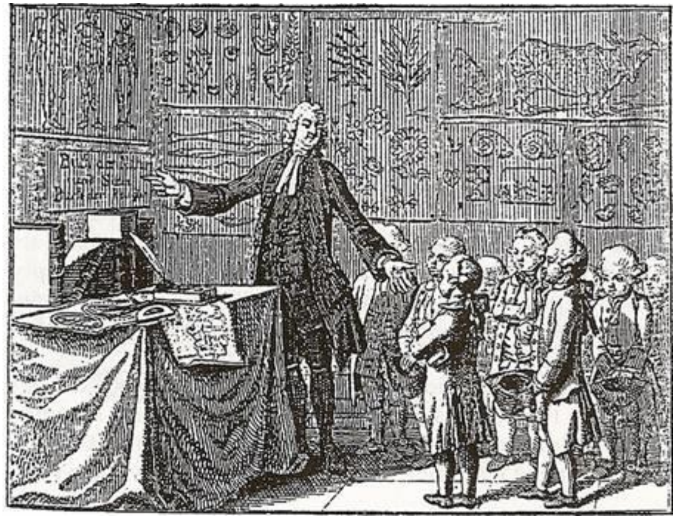
Protokol, sepsaný o volbě učitele z 18. století, zníť takto:

Ježto po smrti dosavadního učitele jen pět uchazečů se přihlásilo, předsevzata s nimi zkouška před očima a ušima celé obce v kostele, potom dále zkoušeni byli na faře.

Volba učitele v 18. století

Martin Oves, zdejší švec, 30 let stár,

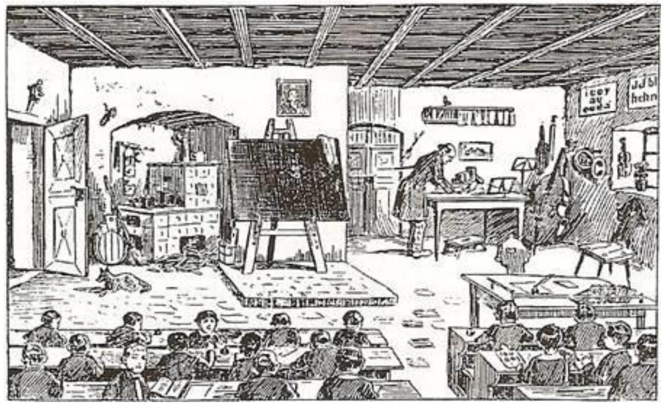
zpíval v kostele tři písně; ale měl by se učiti mnohé melodie, také hlas jeho mohl by býti lepší. Četl z knihy obstojně, a slabikoval jakž takž. Tři rukopisy četl prostředně. Zodpovídal tři otázky z rozumu dosti dobře. Recitoval z katechismu o svátosti oltářní bez chyby. Napsal tři řádky diktanda – 4 chyby. Počtů jest úplně neznalý.



Volba učitele v 18. století

Jakub Maučka, tkadlec z D.,

má padesátku za zády; zpíval tři písně, ale melodie přecházela do mnoha jiných písní, hlas měl by míti silnější, vícekráte vykvikl, což by nemuselo býti. Četl Jana 19, 1 – 7 s deseti chybami, slabikoval Jana 18, 23 – 26 bez chyby. Tři rukopisy četl – slabě a zajíkal se. Z rozumu tři otázky zodpovídal dobře. Z katechismu recitoval bez chyby. Diktanda napsal tři řádky – 5 chyb. Počtů také neznal.



Volba učitele v 18. století

Jan Sejkora, kotlář zdejší, padesátník,

zpíval tři písně dobře. Četl a slabikoval Genesis 10, 13 – 18 dobře. Při katechismu zpozorováno, že v některých částech se neprocvičil. Diktanda napsal 3 řádky – ušlo to, pokud se týče písmen, ale udělal 10 chyb. Z počtů znal jen adici.

Volba učitele v 18. století

Václav Senohrab, krejčí z S.,

stařec šedesátiletý, měl raději zůstati doma. Zpíval 2 písně; hlas má jako bečící tele, také stále upadal do melodií jiných písní. Četl z Josua – hrozně, slabikoval s velikým namáháním; velké T bylo mu kamenem úrazu. Z rozumu 3 otázky – zůstal na holičkách. Maje čísti 3 rukopisy, přiznal se, že neumí. Z diktanda napsal velmi obtížně 3 slova – k nepřečtení. Počítati neuměl docela nic; počítal na prstech jako malé dítě. Bylo mu řečeno, že jednal zpozdile, hlásе se k probě, což sám slze a vzlykaje uznal.

Volba učitele v 18. století

Jan Vojtů, poddůstojník z N.; ztratil v bitvě nohu, 45 let stár,

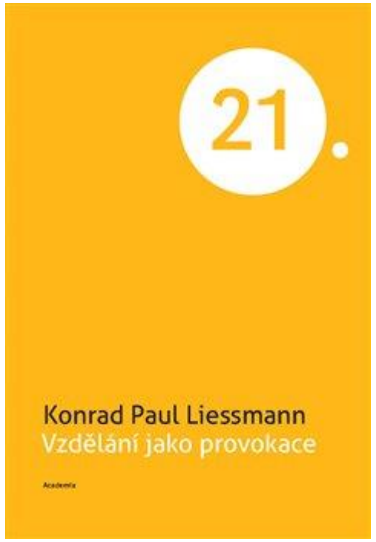
zpíval 3 písně dobře, má silný hlas, ale melodie chyběla. Tři rukopisy četl hbitě. Četl a slabikoval z Genesis 10, 13 – 18 obstojně. Katechismus uměl dobře. Čtyři otázky z rozumu – tak tak. Diktando 3 řádky, ale 8 chyb. Z počtů znal addici a trošku subtrakce.

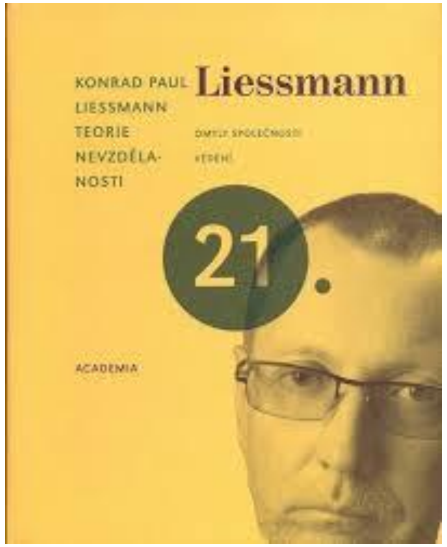
Protože Jakub Maučka vždy „bonae famae“

byl a přímluvčích mnoho měl, obdržel místo.

bonae famae – dobré pověsti

Konrad Paul Liessmann (*1953)





Konrad Paul Liessmann
je rakouský literární vědec a filosof.