

JAK (NE)UČIT STEREOMETRII

Vlasta Moravcová

Katedra didaktiky matematiky
Matematicko-fyzikální fakulta
Univerzita Karlova v Praze

&

Gymnázium Na Pražačce
Nad Ohradou 23
Praha 3

Letní škola geometrie (2019),
2. července 2019, Česká Lípa

Co říká národní kurikulum – RVP ZV

V tematickém okruhu Geometrie v rovině a v prostoru žáci určují a znázorňují geometrické útvary a geometricky modelují reálné situace, hledají podobnosti a odlišnosti útvarů, které se vyskytují všude kolem nás, uvědomují si vzájemné polohy objektů v rovině (resp. v prostoru), učí se porovnávat, odhadovat, měřit délku, velikost úhlu, obvod a obsah (resp. povrch a objem), zdokonalovat svůj grafický projev. Zkoumání tvaru a prostoru vede žáky k řešení polohových a metrických úloh a problémů, které vycházejí z běžných životních situací.

Co říká národní kurikulum – RVP ZV

Na konci 9. ročníku žák:

- určuje a charakterizuje základní prostorové útvary (tělesa), analyzuje jejich vlastnosti
 - odhaduje a vypočítá objem a povrch těles
 - načrtne a sestrojí síť základních těles
 - načrtne a sestrojí obraz jednoduchých těles v rovině
-
- řeší úlohy na prostorovou představivost

Prostředkem je následující učivo:

- kvádr, krychle, rotační válec, jehlan, rotační kužel, koule, kolmý hranol

Co říká národní kurikulum – RVP G

Jedním z cílových zaměření vzdělávací oblasti *Matematika a její aplikace* je *rozvíjení geometrického vidění a prostorové představivosti*.

Co říká národní kurikulum – RVP G

Na konci gymnaziálního studia žák:

- používá geometrické pojmy, zdůvodňuje a využívá vlastnosti geometrických útvarů v prostoru, na základě vlastností třídí útvary
- určuje vzájemnou polohu lineárních útvarů, vzdálenosti a odchyšky
- využívá náčrt při řešení prostorového problému
- zobrazí ve volné rovnoběžné projekci hranol a jehlan, sestrojí a zobrazí rovinný řez těchto těles
- řeší stereometrické problémy motivované praxí

Prostředkem je následující učivo:

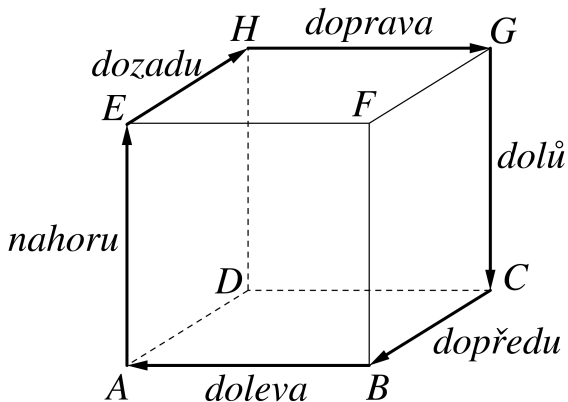
- polohové a metrické vlastnosti; základní tělesa, povrchy a objemy, volné rovnoběžné promítání

Jak upřesnit?

- revize???
- *Katalogy požadavků* (CERMAT)
 - k přijímacím zkouškám
 - k maturitě
- učebnice
- zkušenosti, osnovy

kvantita x kvalita

Procházky po krychli

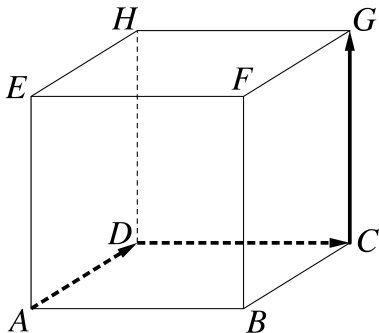


Procházky po krychli

Začínáme ve vrcholu A . Pohybujeme se: dozadu – vpravo – nahoru. Jaký je koncový bod?

Procházky po krychli

Začínáme ve vrcholu A . Pohybujeme se: dozadu – vpravo – nahoru. Jaký je koncový bod?

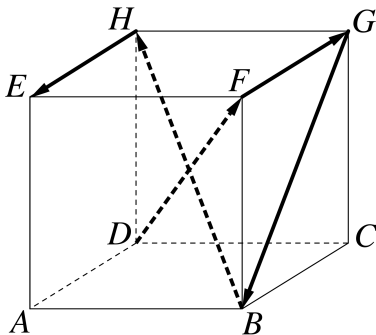


Procházky po krychli

Začínáme ve vrcholu D . Pohybujeme se: napříč krychlí – dozadu – napříč pravou stěnou – napříč krychlí – dopředu. Jaký je koncový bod?

Procházky po krychli

Začínáme ve vrcholu D . Pohybujeme se: napříč krychlí – dozadu – napříč pravou stěnou – napříč krychlí – dopředu. Jaký je koncový bod?



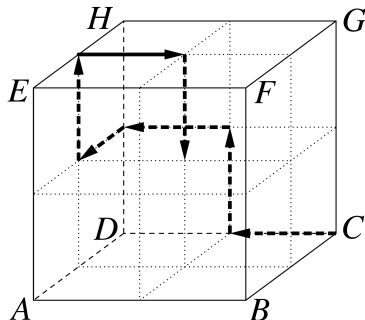
Procházky po krychli

Krychle o hraně 2

Začínáme ve vrcholu C . Pohybujeme se: doleva – nahoru – doleva – dopředu – nahoru – doprava – dolů. Jaký je koncový bod?

Procházky po krychli

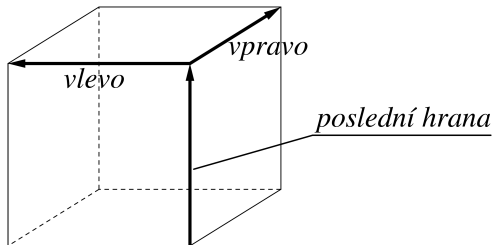
Začínáme ve vrcholu C. Pohybujeme se: doleva – nahoru – doleva – dopředu – nahoru – doprava – dolů. Jaký je koncový bod?



Procházky po mnohostěnech

Relativní směr pohybu

- aplikovatelné na více těles
- 3 hrany do vrcholu (krychle, čtyřstěn)
- 4 hrany do vrcholu (osmistěn)



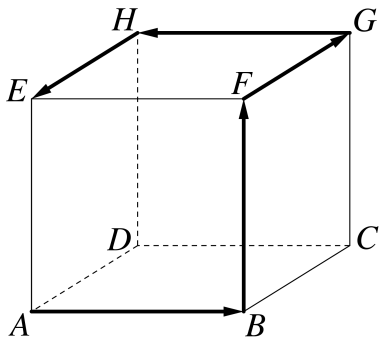
Procházky po krychli

Relativní směr pohybu – krychle

Jdeme z A do B , z vrcholu B poté pokračujeme: vlevo – vpravo – vlevo – vlevo. Jaký je koncový bod?

Procházky po krychli

Jdeme z A do B , z vrcholu B poté pokračujeme: vlevo – vpravo – vlevo – vlevo. Jaký je koncový bod?



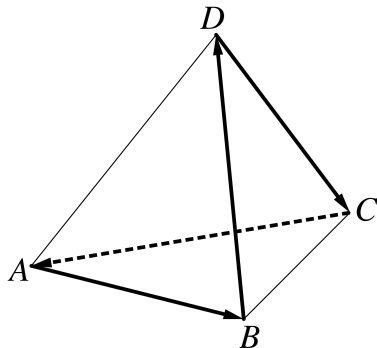
Procházky po čtyřstěnu

Relativní směr pohybu – čtyřstěn

Jdeme z A do B , z vrcholu B poté pokračujeme: vlevo – vpravo – vlevo.
Jaký je koncový bod?

Procházky po čtyřstěnu

Jdeme z A do B , z vrcholu B poté pokračujeme: vlevo – vpravo – vlevo. Jaký je koncový bod?



Poznej těleso

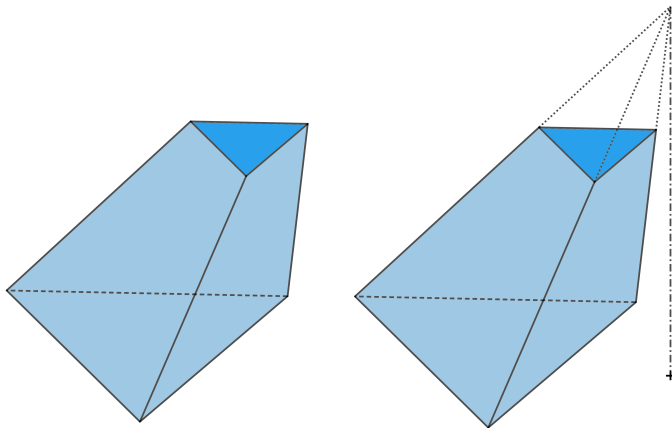
- terminologie (kolmý/kosý; n -boký; rotační/nerotační; pravidelný/nepravidelný; konvexní/nekonvexní; komolý)

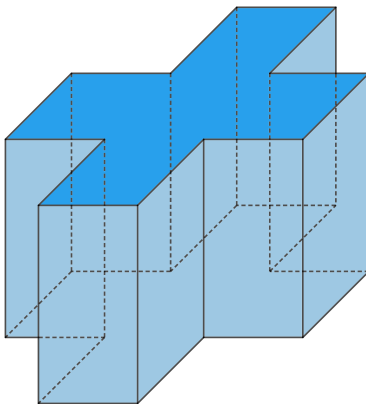
Myslím si těleso...

- zjišťovací otázky (ano/ne)
- zakázané otázky
- žáci hádají/kreslí

Hmatová hra

- použití „nového“ smyslu





Vztahy spadlé z nebe?

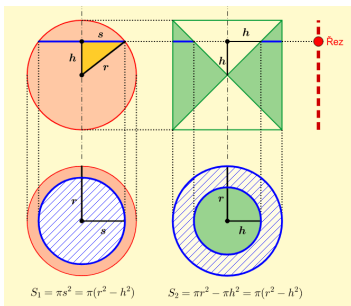
Povrchy a objemy těles

- snadné: krychle, kvádr, hranol; analogicky válec
- objem jehlanu a kuželu
 - pro krychli model
 - experimentování s vodou



Vztahy spadlé z nebe?

- koule – trochu problém
 - objem – Cavalieriho princip; povrch – pomeranč



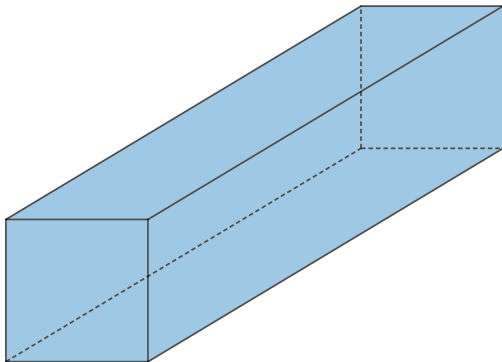
Vztahy spadlé z nebe?

- obsah pláště kužele
 - nejprve objevit, čím je plášt tvořen
 - trojčlenka

ve vztazích je třeba stále
vidět vztahy dílčí dále

Volné rovnoběžné promítání

- úhel o velikosti 45° , koeficient $\frac{1}{2}$... opravdu???



VRP – úlohy

Načrtněte krychli, kvádr se čtvercovou podstavou, pravidelný čtyřboký jehlan, rotační válec, rotační kužel a kouli.

Sestrojte pravidelný osmistěn

- vepsaný krychli ($a = 6 \text{ cm}$) v průčelné poloze,
- vepsaný krychli ($a = 6 \text{ cm}$) v nárožní poloze,
- o hraně $a = 6 \text{ cm}$ (bez krychle) v libovolné poloze,
- o hraně $a = 6 \text{ cm}$ tak, že jeho stěna leží v rovině rovnoběžné s nákresem.

Ve VRP $\left(120^\circ, q = \frac{4}{3}\right)$ zobrazte kolmý hranol o výšce 5 cm , jehož podstavou je rovnoramenný lichoběžník $ABCD$ se základnou AB o délce 7 cm , CD o délce 5 cm a výškou 3 cm .

Kolmý průmět bodu a přímky

- základ metrických úloh ve stereometrii, ale i těžších řezů těles
- náročné na představivost
- pro žáky zpravidla obtížné, zdroj častých chyb
- je třeba nepodcenit procvičení:
 - zprvu s modely, postupně odstraňovat
 - kreslit odpovídající náčrtky

Odchylka rovin. . .

... je rovna odchylce průsečnic daných rovin s rovinou, která je k oběma daným rovinám kolmá.

- pro žáky komplikované pochopit, natož aplikovat
 - kolmost rovin (2x)
 - průsečnice rovin (2x)
 - odchylka přímek

... je rovna odchylce kolmic k daným rovinám vedených libovolným bodem.

- názorné, snadno zapamatovatelné, snáze aplikovatelné
 - kolmice k rovině (2x)
 - odchylka přímek

Pozor na odchylky rovin vs. stěn!

Závěrem

- rozvoj prostorové představivosti
 - předškolní a mladší školní věk
 - 10–15 let
 - SŠ – pozdě, ale ne nemožné
- práce s modely, ale i **nemodely**
 - příklady a protipříklady
 - pozor na nevhodné fixace (např. *válec*)
 - postupné zvyšování míry abstrakce (model → obrázek → představa)
- pracovní listy, ale všeho s mírou...
- črtat i rýsovat, i když to trvá...
- propojení s
 - dalšími oblastmi matematiky
 - dalšími předměty
 - praxí (architektura a stavitelství, krystalografie, modelování, ...)

Literatura

Moravcová, V., Robová, J. & Pazourek, K.: *Procházky (nejen) po krychli*, MFI 28(1), 2019, 18–29 (+ příloha).

Gergelitsová, Š.: *Výuka stereometrie a podpora prostorové představivosti s využitím počítače*, dostupné z: www.geometru.cz/Sarka/index.html (cit. 2019-07-01).

Molnár, J.: *Rozvíjení prostorové představivosti (nejen) ve stereometrii*, 2., rozš. vyd. Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc, 2009.

základoškolské a středoškolské učebnice