

Celostátní konference učitelů matematiky SŠ

Praha 15. – 17. září 2025

Tréninkové hry v Math4u a úlohy typu „Najdi chybu“ ve výuce matematiky

Mgr. Marie Kubíčková (SPŠ elektrotechniky a informatiky Ostrava)

Mgr. Iva Skybová (Gymnázium Hladnov a Jazyková škola, Ostrava)

Učíme s MATH 4 U



Název projektu

Učím(e) s Math4U

Realizace

1. 2. 2025 – 31. 1. 2027

Hlavní řešitel

VŠB-Technická univerzita Ostrava

Partneři

Gymnázium Viliama Paulinyho Tótha, Martin

Gymnázium Hladnov a Jazyková škola s právem státní jazykové zkoušky

Celkové oprávněné výdaje

270 873,62 EUR

Web

<https://ucimesmath4u.vsb.cz/>

ucimesmath4u.vsb.cz

Objevte svět INOVATIVNÍCH VÝUKOVÝCH METOD s portálem Math4U!



Naučte se vytvářet interaktivní testy na míru svým žákům a efektivně využívat digitální technologie ve výuce.

Připojte se k našemu vzdělávacímu kurzu s prezenčními workshopy a online setkáními a získajte přístup k metodickým návodům a nápadům do výuky v tištěné i video formě.

O projektu

Projekt umožní proškolení učitelů z příhraničních regionů v praktickém využití inovativních výukových metod s pomocí aplikací Math4U. Portál Math4U je pro učitele ideální vstupní branou do moderních vyučovacích metod. Učitelé si osvojí tvorbu interaktivních testů na míru svým žákům a naučí se efektivněji zapojovat do výuky počítače, tablety i mobilní telefony. Díky využití připravených aplikací a digitálních technologií budou moci silněji zaujmout a motivovat studenty a zvýšit efektivitu své výuky.

Projekt zahrnuje tvorbu metodických materiálů s tipy na využití portálu Math4U ve výuce, prezenční workshopy konané přímo na středních školách a návazná on-line setkávání. Učitelé získají inspiraci, jak aktivizovat studenty, získávat okamžitou zpětnou vazbu, zařazovat do výuky soutěže a hry nebo připravovat interaktivní domácí úkoly. Kurz také reaguje na jazykovou rozmanitost příhraničních regionů a naučí učitele, jak připravovat testy ve více jazycích.

Interreg



Spolufinancovaný
Európskou uniou

Slovensko – Česko

Procvičování celé matematiky pod jednou střechou

6 000 úloh, 150 tréninkových her, 5 jazyků pro studenty, učitele a celé třídy

SEZNAM OBLASTÍ

$$1+2=$$

ZÁKLADNÍ POZNATKY

$$\{\sqrt{x}\}^2$$

ROVNICE A NEROVNICE



FUNKCE



EXPONENCIÁLY A
LOGARITMY



GONIOMETRIE



TRIGONOMETRIE
TROJÚHELNÍKU



GEOMETRIE



ANALYTICKÁ GEOMETRIE



KOMPLEXNÍ ČÍSLA



KOMBINATORIKA,
PRAVDĚPODOBNOST A
STATISTIKA



POSLOUPNOSTI A ŘADY

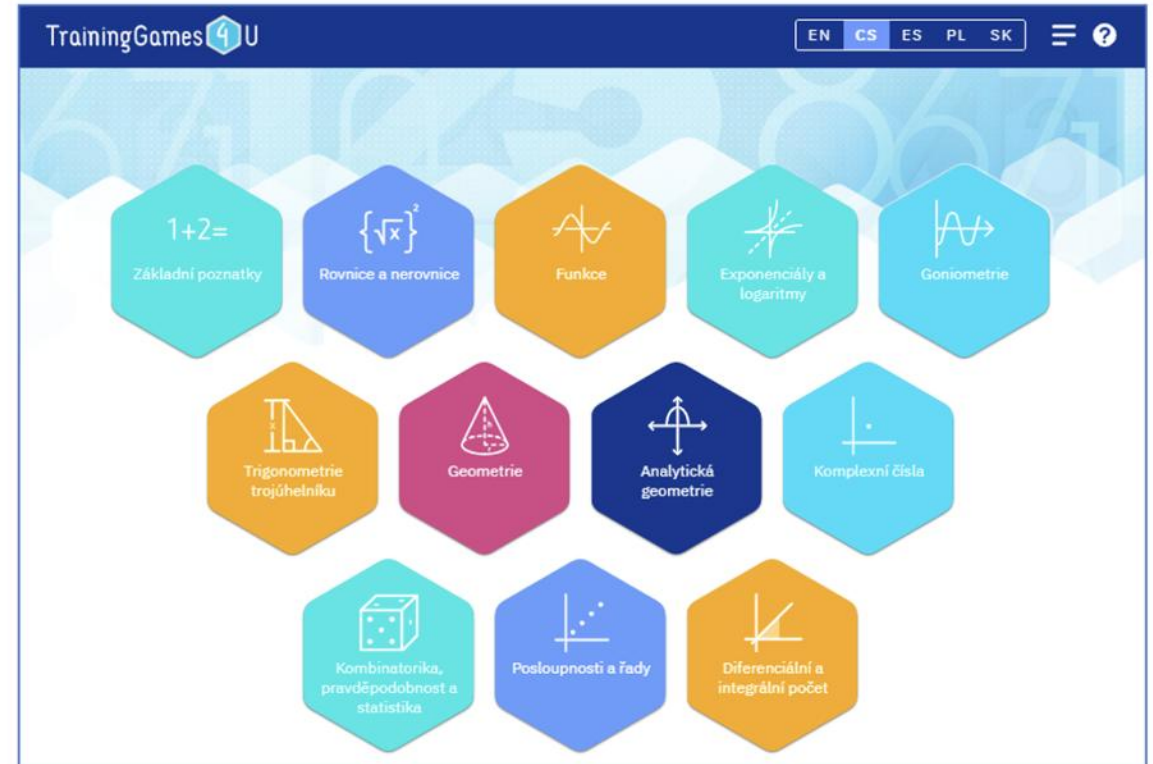


DIFERENCIÁLNÍ A
INTEGRÁLNÍ POČET



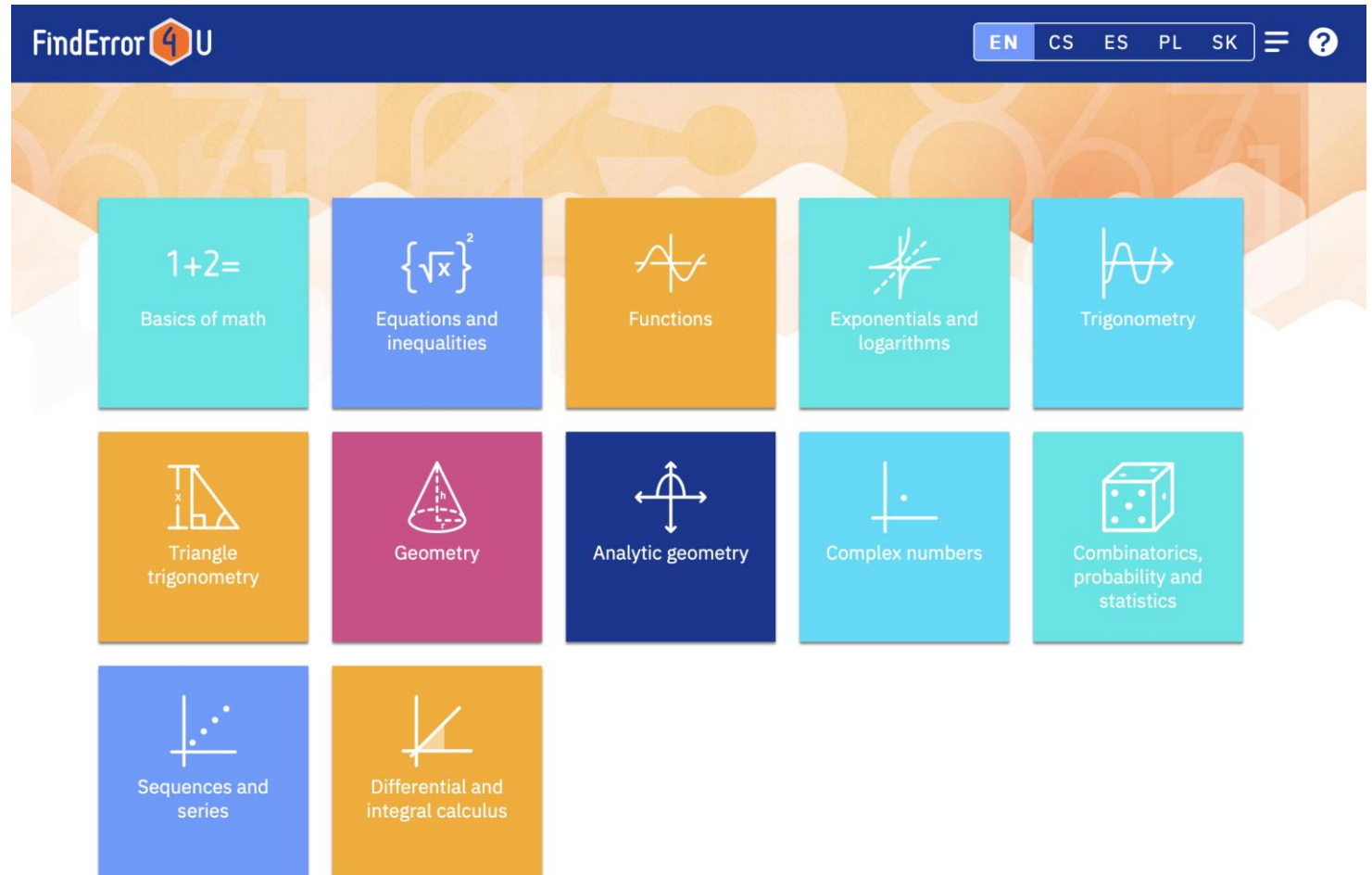
Aplikace Tréninkové hry

- Aplikace obsahuje 280 HTML her.
- Každá hra je v 5 jazycích.
- Hry jsou rozděleny do oblastí a podoblastí.
- Aplikace obsahuje 5 typů her.



Aplikace Najdi chybu

- Celkem 206 příkladů
- Každý příklad má tři části:
 - krokované řešení
 - výběr odpovědí
 - nápovědu
- Různé typy příkladů





TrainingGames U

Tréninkové hry

Procvičujte zábavně pomocí 300 tréninkových her

Trénujte si základní znalosti a dovednosti pomocí 300 připravených her a kvízů.
I procvičování může být zábava.

Zkuste Pexeso, Párovací hru, Najdi vše nebo třeba Automat.

DO APLIKACE

NÁPOVĚDA

Jak Tréninkové hry zařadit do výuky?

- aktivizace žáků na začátku hodiny
- ověření pochopení probrané látky
- domácí nebo školní procvičování žáků

Jaké metody práce lze použít?

- skupinová práce
- kooperativní výuka
- vrstevnické učení

Kompetence

- Kompetence **k učení** – studenti hledají způsoby řešení, procvičují strategie zapamatování a aplikace znalostí.
- Kompetence **k řešení problémů** – rychlá analýza úlohy, volba vhodného postupu, ověřování výsledků.
- Kompetence **komunikativní** – vysvětlování postupu, obhajoba výsledku, práce s matematikou jako jazykem.
- Kompetence **sociální a personální** – spolupráce při týmovém duelu, respekt k soupeři, férové chování.
- Kompetence **pracovní** – efektivní využití pomůcek (kalkulačka, tabule, software), práce pod tlakem času.
- Kompetence **k využívání digitálních technologií** – pokud se používají aplikace

Matematické kompetence

- **Početní** dovednosti – rychlost a přesnost při úpravách výrazů, řešení rovnic, počítání hodnot.
- **Logické** myšlení – porovnávání postupů, odhalování chyb, hledání elegantních řešení.
- **Aplikace poznatků** – propojení teorie a praxe (např. procenta v reálných kontextech, goniometrie v technice).
- **Práce s chybou** – schopnost rychle zjistit jak a kde chyboval soupeř a tak i opravit vlastní postup.

Osobnostní a měkké dovednosti

- Rychlé rozhodování pod tlakem.
- Sebevědomí při prezentaci výsledků před třídou.
- Soustředění a zvládání stresu.
- Fair play a respekt k druhým.

Aplikace Tréninkové hry

- Po volbě oblasti a podoblasti se zobrazí seznam tréninkových her.
- U každé hry je uvedeno číslo, které uvádí pořadí hry v rámci dané oblasti a podoblasti.

Posloupnosti a řady

Vlastnosti posloupností

Členy posloupnosti

1.

Grafy posloupností

2.

Člen a graf posloupnosti

3.

Vlastnosti posloupnosti

4.

Aplikace Tréninkové hry- typy her

1.

Základní goniometrické rovnice I

1.

Základní goniometrické rovnice II

2.

Základní goniometrické nerovnice I

3.

2.

3.

4.

5.

Grafy a předpisy kvadratických funkcí III

3.

Funkce $f(x) = a(x + m)^2 + n$, graf a vlastnosti
koeficientů

4.



Azurová

Párovací hra

Hledáme správné páry „otázka-odpověď“. Při nalezení správného páru, tento zmizí z nabídky a hra pokračuje.

I. Typ – párovací hra

Číselné operace

3.

Číselné operace

Vypočítejte. Přiřadte správnou hodnotu ke každému danému výrazu.

Výrazy

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(1\frac{3}{4}\right)^2$$

$$\frac{5(0,2 + \frac{3}{5})^2}{3,2} + \frac{1}{3}$$

$$0,2 \cdot \frac{3}{4} + (-6) : 3$$

$$\frac{4^3 \cdot 16^2}{(8^2)^4}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot (2,25)^2$$

$$\left(\frac{1,4}{5} + \frac{19}{20}\right) \cdot 2 - 6\frac{1}{2}$$

$$0,5^2 - 0,1^3$$

$$\frac{2 \cdot (-1,5) \cdot 4}{0,4 \cdot 3 \cdot (-8)}$$

Hodnoty

$$\frac{50}{16}$$

$$\frac{1}{1024}$$

$$\frac{5}{4}$$

$$\frac{249}{1000}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{4}{3}$$

$$-\frac{37}{20}$$

$$-4\frac{4}{100}$$

Spárujte vybrané!

Zavřít

I. Typ – párovací hra

Vyhodnocování výrazů s goniometrickými
funkcemi I

5.

Vyhodnocování výrazů s goniometrickými funkcemi I

K daným výrazům přiřadte jejich hodnotu.

Výrazy:

$$\sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos 0$$

$$\cotg \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{4}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \cdot \cotg \frac{\pi}{6}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \cdot \cotg \frac{\pi}{4}$$

$$\sin \frac{11\pi}{6} \cdot \cos \frac{11\pi}{6}$$

$$\sin \frac{3\pi}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{2}$$

$$\sin \frac{5\pi}{6} \cdot \sin \frac{7\pi}{6}$$

$$\sin \frac{3\pi}{2} \cdot \cos 0$$

Hodnoty:

0

-1

1

$\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{4}$

3

$-\frac{\sqrt{3}}{4}$

$\frac{\sqrt{2}}{2}$

Spárujte vybrané!

Zavřít

I. Typ – párovací hra

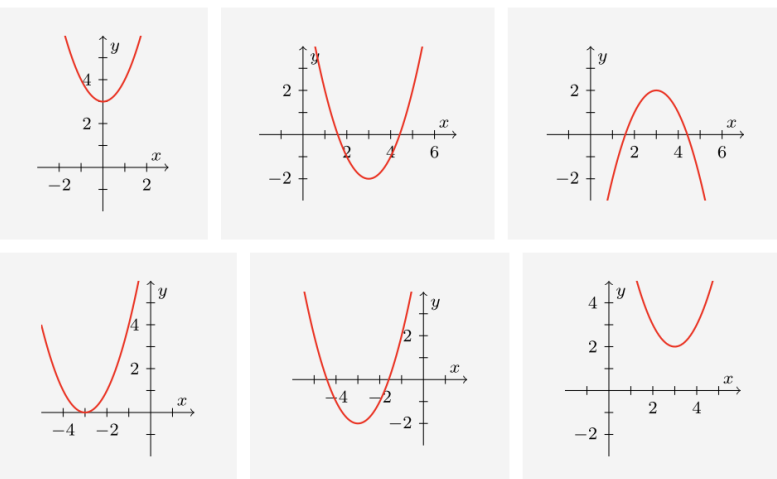
Funkce $f(x) = a(x + m)^2 + n$, graf a vlastnosti koeficientů

4.

Funkce $f(x) = a(x + m)^2 + n$, graf a vlastnosti koeficientů

Každá kvadratická funkce může být zapsána ve tvaru $f(x) = a(x + m)^2 + n$, kde a , m a n , jsou reálná čísla a a je různé od nuly. Ke každému grafu kvadratické funkce v uvedeném tvaru vyberte odpovídající vlastnosti jejich koeficientů.

Grafy:



Vlastnosti koeficientů:

$$a > 0 \wedge n = 0$$

$$a > 0 \wedge m < 0 \wedge n > 0$$

$$a > 0 \wedge m = 0$$

$$a > 0 \wedge m < 0 \wedge n < 0$$

$$a < 0 \wedge m < 0 \wedge n > 0$$

$$a > 0 \wedge m > 0 \wedge n < 0$$

Spárujte vybrané!

Zavřít



Oranžová

Párovací hra s listovacím blokem

Hledáme správné páry „otázka-odpověď“, přičemž buď otázky nebo odpovědi jsou vloženy do listovacího bloku. V bloku se lze pohybovat šipkami.

Označíme jednu otázku a jednu odpověď a klikneme na tlačítko „Spárujte vybrané“.

Pokud jsme našli správný pár, pak tento zmizí z obrazovky i listovacího bloku a pokračujeme hledáním dalšího páru.

II. Typ – párovací hra s listovacím blokem

Graf posloupnosti

2.

Graf posloupnosti

Přiřadte ke každé dané posloupnosti její graf s několika prvními členy.

Otázky

$$(-2 + n)_{n=1}^{\infty}$$

$$((-1, 3)^n)_{n=1}^{\infty}$$

$$(-2)_{n=1}^{\infty}$$

$$(1, 3^n)_{n=1}^{\infty}$$

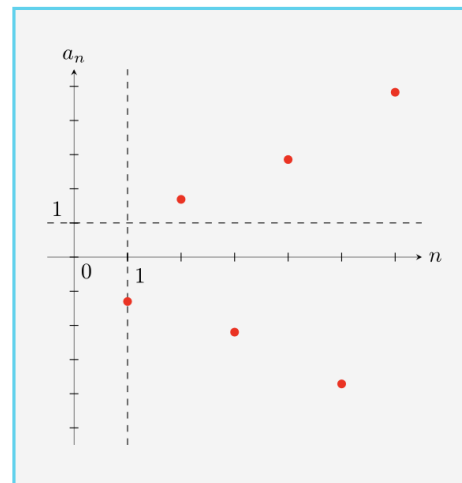
$$(1 - 0,5n)_{n=1}^{\infty}$$

$$((-0,5)^n)_{n=1}^{\infty}$$

$$(0,5^n)_{n=1}^{\infty}$$

$$((-1)^n)_{n=1}^{\infty}$$

Odpovědi



Spárujte vybrané!

Zavřít

II. Typ – párovací hra s listovacím blokem

Množinové operace - Vennovy diagramy I

5.

Množinové operace - Vennovy diagramy I

Přiřadte dané množinové operace k odpovídajícím Vennovým diagramům.

Popis množiny

$A \cup C$

$C \setminus A$

$B \setminus C$

$A \cap C$

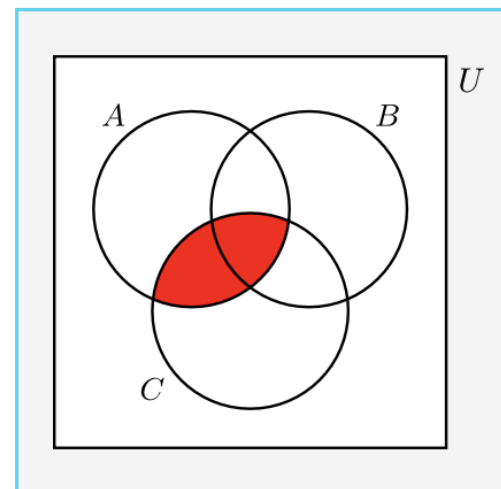
$B \cap C$

$C \setminus B$

$B \cup C$

$A \setminus C$

Vizualizace množiny



Spárujte vybrané!

Zavřít

II. Typ – párovací hra s listovacím blokem

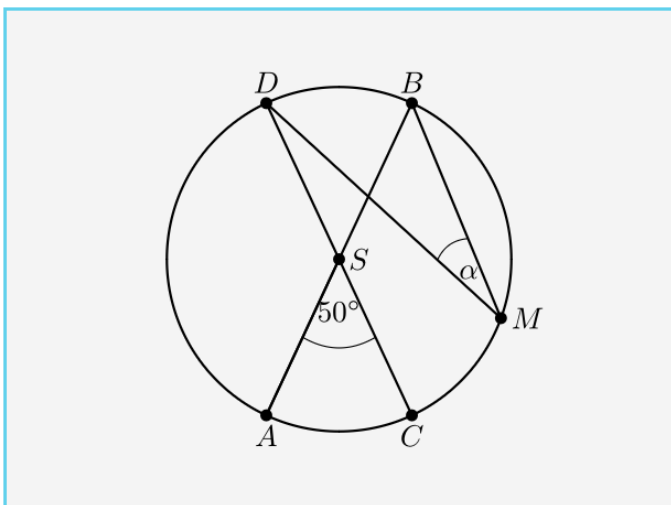
Středové a obvodové úhly III

3.

Středové a obvodové úhly III

Vypočtěte velikost úhlu α a přiřadte ji ke správnému výsledku.

Obrázky:



Výsledky:

60°

70°

50°

25°

31°

40°

Spárujte vybrané!

Zavřít



Modrá

Automat

Hledáme správné trojice.

Na obrazovce jsou tři sloupce. V daném sloupci se lze pohybovat pomocí šipek.

Cílem je nalézt trojice, které odpovídají zadání.

Po stisknutí tlačítka „Spárujte vybrané“ se dozvíme, zda byla označená trojice správná.

Pokud ano, daná trojice zmizí z nabídky a hra pokračuje hledáním další trojice.

III. Typ – automat (propoj tři prvky)



Modus a medián

Najděte správné trojice: statistický soubor, jeho modus a odpovídající medián.

Statistický soubor



99, 96, 84, 84, 97, 58



Modus



92



Medián



84



Spárujte vybrané!

Zavřít

III. Typ – automat (propoj tři prvky)

Přímka - parametrické vyjádření, obecná rovnice a směrnice tvar

10.

Přímka - parametrické vyjádření, obecná rovnice a směrnice tvar

Najděte odpovídající trojice skládající se z parametrického vyjádření, obecného tvaru rovnice a směrnice tvaru rovnice stejné přímky.

Parametrické vyjádření přímky



$$\left. \begin{array}{l} x = 1 + 3t \\ y = 3 + 2t \end{array} \right\} t \in \mathbb{R}$$



Obecný tvar rovnice přímky



$$3x - 2y - 7 = 0$$



Směrnice tvar rovnice přímky



$$y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$$



Spárujte vybrané!

Zavřít

III. Typ – automat (propoj tři prvky)

Reprezentace intervalů

8.

Reprezentace intervalů

Ke každému intervalu vyberte jeho znázornění na číselné ose a množinový zápis.

Interval

^

$\langle -3; 2 \rangle$

v

Znázornění na číselné ose

^



v

Množinový zápis

^

$\{x \in \mathbb{R} : -3 < x < 2\}$

v

Spárujte vybrané!

Zavřít



Fialová

Najdi vše

Cílem je označit všechny objekty dané vlastnosti.
Po stisknutí tlačítka „Vyhodnot“ se objeví výsledky.
Tato hra může mít jednu až tři různé obrazovky.
Mezi obrazovkami se lze pohybovat šipkami.

IV. Typ – najdi vše

Medián statistického souboru

1.

Medián statistického souboru

(1/1) Vyberte všechny statistické soubory s mediánem 24.

24, 31, 12, 38, 12, 15, 30

20, 38, 28, 15, 13, 30

22, 20, 4, 38, 26, 35

15, 19, 4, 13, 28, 17

20, 16, 7, 24, 23, 28, 13

20, 21, 24, 24, 20, 26

26, 15, 23, 25, 13, 14

30, 25, 24, 24, 11, 28, 28



Vyhodnot!

Zavřít



IV. Typ – najdi vše

Dělitelnost čísel

8.

Dělitelnost čísel

(1/3) Označte všechna čísla dělitelná 12:

444

768

2256

3192

276

600

24540

1312



Vyhodnoť!

Zavřít



IV. Typ – najdi vše

Parametrické vyjádření části přímky I

12.

Parametrické vyjádření části přímky I

(1/3) Najděte všechna parametrická vyjádření polopřímky KL , kde $K = [2; -5]$ a $L = [-1; -3]$.

$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -5 - 2t \end{cases} t \in \langle 0; \infty \rangle$$

$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -5 - 2t \end{cases} t \in (-\infty; 0)$$

$$\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -5 + 2t \end{cases} t \in \langle 0; \infty \rangle$$

$$\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -5 + 2t \end{cases} t \in \langle -1; \infty \rangle$$

$$\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -3 - 2t \end{cases} t \in \langle 0; \infty \rangle$$

$$\begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = -3 + 2t \end{cases} t \in (-\infty; 1)$$

$$\begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = -3 + 2t \end{cases} t \in \langle -1; \infty \rangle$$

$$\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -3 - 2t \end{cases} t \in (-\infty; 1)$$



Vyhodnoť!

Zavřít

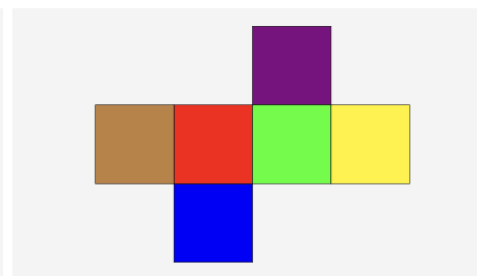
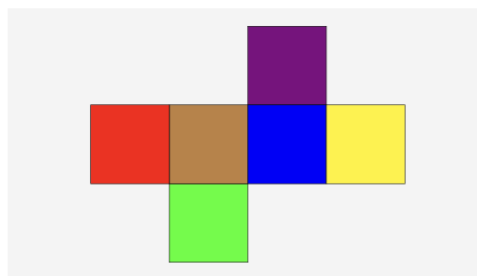
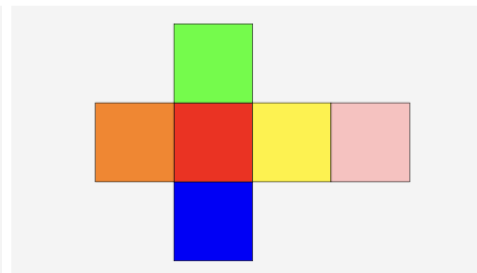
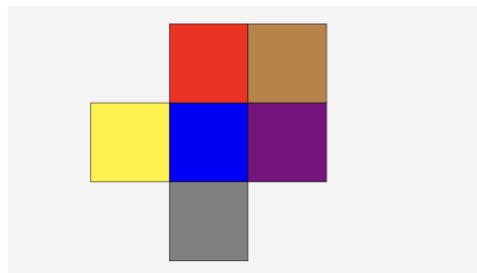
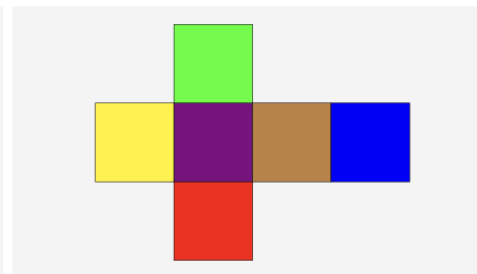
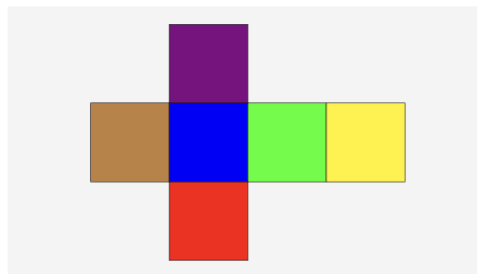


IV. Typ – najdi vše



Barevná krychle

(1/2) Na obrázku máš znázorněnu jednu krychli z různých pohledů. Označ všechny sítě krychle, které odpovídají krychli ze zadání.



Vyhodnoť!

Zavřít





Tmavě modrá

Pexeso

Na obrazovce jsou rozházené kartičky. Cílem je najít správné páry.

Po kliknutí na dvě odpovídající si kartičky, tyto zmizí z plochy a hra pokračuje.

V. Typ – pexeso

Zjednodušování výrazů s absolutní hodnotou I

8.

Zjednodušování výrazů s absolutní hodnotou I

Spárujte výrazy, které jsou stejné pro všechna reálná kladná čísla x .

$-2x - 2x $	$2x - -x $	$-4x$
$5x$	$-x$	$3x + 2x $
$6x$	$-2x$	x
$4x$	$2x - 4x $	$2x - 2x $
$2x + 4x $	$2x$	$2x - -3x $
0	$-2x + 4x $	$2x + 2x $

Spárujte vybrané!

Zavřít

V. Typ – pexeso

Zjednodušování výrazů s absolutní hodnotou II

9.

Zjednodušování výrazů s absolutní hodnotou II

Spárujte výrazy, které jsou stejné pro všechna reálná záporná čísla x .

$2x - 4x $	$2x - -x $	$3x + 2x $
$-5x$	$5x$	$-2x + 4x $
$2x + 2x $	$-6x$	x
$2x + 4x $	$-2x$	$6x$
0	$2x - -3x $	$3x$
$2x - 2x $	$4x$	$-2x + 3x $

Spárujte vybrané!

Zavřít

V. Typ – pexeso

Goniometrické vztahy a vzorce

11.

Goniometrické vztahy a vzorce

Spárujte goniometrické výrazy, které jsou si rovny pro všechna $x \in (0, \frac{\pi}{2})$.

$$\sin^2 x + \cos^2 x$$

$$1 + \cot^2 x$$

$$\frac{1}{\cos^3 x}$$

$$1 - \sin^2 x$$

$$\operatorname{tg} x$$

$$\frac{1}{\sin^3 x}$$

$$\sin^2 x$$

$$(1 + \cos x)(1 - \cos x)$$

$$\cos 2x$$

$$1 + \sin 2x$$

$$1$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 x$$

$$2 \sin x \cos x$$

$$\operatorname{tg}^2 x \cdot \cot^2 x$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x$$

$$(\sin x + \cos x)^2$$

$$\cos^2 x$$

$$\sin 2x$$

Spárujte vybrané!

Zavřít

V. Typ – pexeso

Rozklad kvadratického trojčlenu

1.

Rozklad kvadratického trojčlenu

Hledané dvojice tvoří kvadratický trojčlen a jeho rozklad na součin kořenových činitelů.

$$x^2 - 2x - 48$$

$$(x - 6) \cdot (x + 8)$$

$$x^2 - 16x + 48$$

$$x^2 - 47x - 48$$

$$(x + 24) \cdot (x - 2)$$

$$(x + 6) \cdot (x - 8)$$

$$x^2 + 22x - 48$$

$$(x - 2) \cdot (x - 24)$$

$$x^2 + 2x - 48$$

$$(x + 1) \cdot (x - 48)$$

$$x^2 - 26x + 48$$

$$(x + 12) \cdot (x + 4)$$

$$x^2 + 19x + 48$$

$$(x - 12) \cdot (x - 4)$$

$$(x + 3) \cdot (x + 16)$$

$$x^2 + 16x + 48$$

$$(x - 6) \cdot (x - 8)$$

$$x^2 - 14x + 48$$

Spárujte vybrané!

Zavřít

Vyhodnocení

Každá z uvedených her má na konci vyhodnocení, kdy se dozvíme počet chybných pokusů.



Dobrá práce!

Dokončeno s výsledkem 2 chyb.

Zavřít



FindError U

Najdi chybu

Hledej chyby a trénuj kritické myšlení

Odhal chyby v matematických řešeních a nauč se rozpoznat, kdy výsledek opravdu dává smysl.

Trénuj své kritické myšlení na příkladech, které tě naučí vidět víc než jen správný postup.

Pochopíš, proč a kdy platí jednotlivé vzorce a jak se vyhnout typickým chybám, které dělají ostatní.

DO APLIKACE

NÁPOVĚDA

Proč je chyba důležitá?

Chyba je klíčový prvek učení, který aktivuje myšlení a podporuje hlubší porozumění. Chyba není selháním, ale je **přirozenou součástí poznání**



PATŘÍM
K UČENÍ!

NEBOJ
SE MĚ!

POMÁHÁM
TI DĚLAT
POKROKY!

POSOUVÁM
TĚ DÁL!



JSEM
DŮLEŽITÁ!

NEJSEM TVŮJ
NEPŘÍTEL!

NAJDI
MĚ!

Příklady typu „Najdi chybu“ podporují:

- **Rozvoj kritického myšlení**

Analýza chyb podporuje u studentů vyšší úroveň myšlení, včetně schopnosti analyzovat, hodnotit a vytvářet. Studenti musí kriticky posoudit řešení, najít chybu a zdůvodnit svůj názor.

- **Hlubší konceptuální porozumění**

Když studenti analyzují chyby, prohlubují své konceptní chápání matematických pojmů a postupů. Musí totiž přemýšlet o tom, proč je dané řešení chybné a jak by mělo vypadat správně.

- **Pozitivní přístup k chybám**

Práce s chybami pomáhá vytvářet pozitivní atmosféru ve třídě, kde jsou chyby vnímány jako příležitosti k učení, nikoli jako selhání. To podporuje růstové myšlení studentů.

Jak příklady Najdi chybu zařadit do výuky?

Jaké metody výuky lze použít?

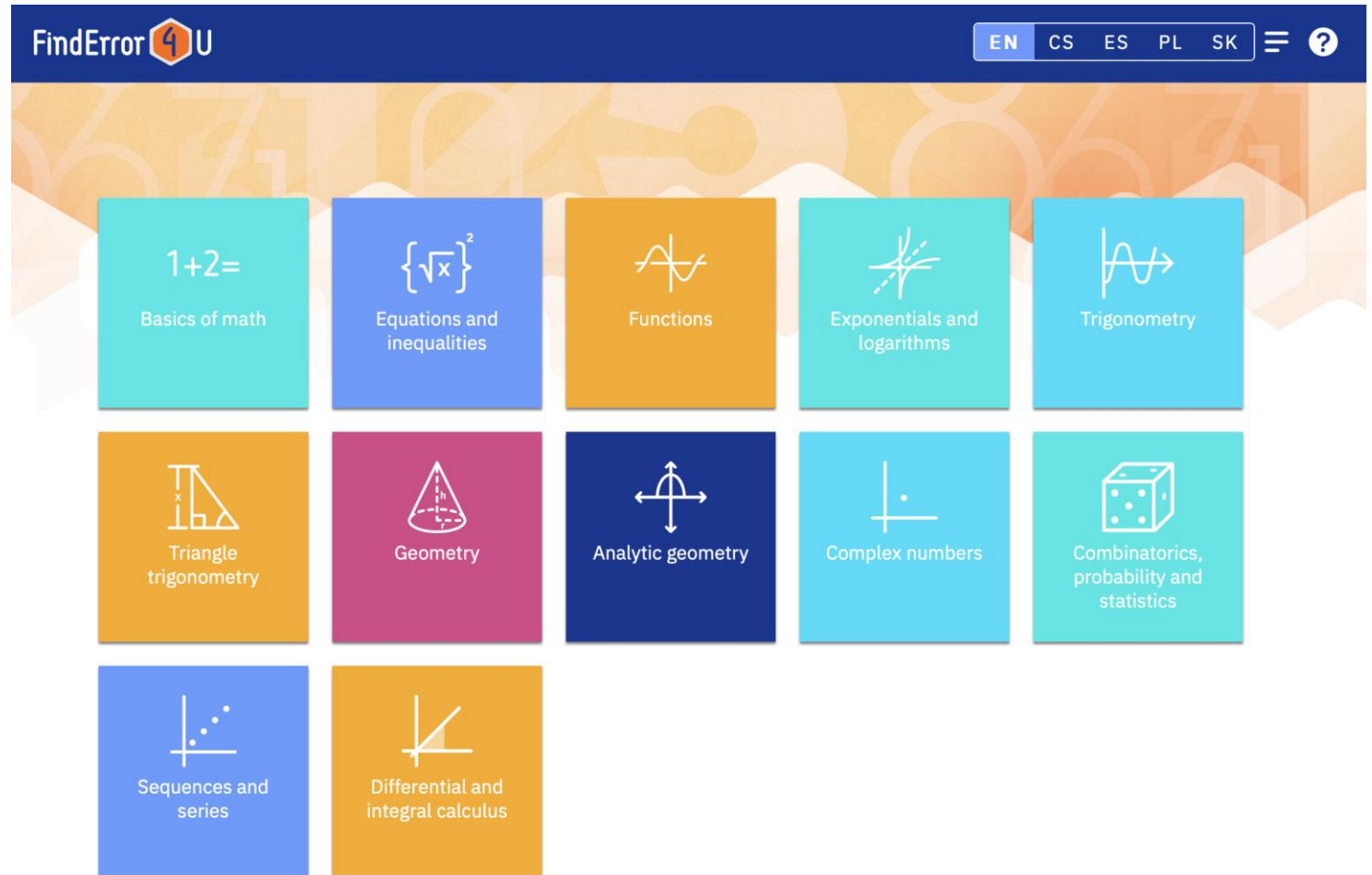
- **Skupinová** výuka (společná analýza a diskuse)
- **Kooperativní** výuka (strukturovaná spolupráce s jasnými rolemi)
- **Metoda „Já – Ty – My“** nebo „Think-Pair-Share“
(přemýšlej – prodiskutuj se sousedem – sdílej se třídou)
- **Badatelská** výuka (objevování, ověřování, zdůvodňování)
- Samostatná práce s okamžitou zpětnou vazbou (využití aplikace)
- Individualizace a gradovaná obtížnost
- Frontální výuka s diskusí a argumentací

Jaké typy úloh se nabízí?

- Student řeší úlohu a v některém kroku udělá chybu. Hledáme, ve kterém konkrétně.
- Více studentů řeší tutéž úlohu různými způsoby. Máme určit, kdo z nich ji vyřešil správně, resp. špatně.
- Student řeší úlohu. V nabízených odpovědích jsou komentáře jeho spolužáků k jednotlivým krokům jeho postupu. Úkolem je rozhodnout, čím komentář je správný, resp. nesprávný.
- Student řeší úlohu a jeho spolužáci se vyjadřují k jeho řešení. Z nabídky pak je třeba vybrat, zda měli pravdu všichni, nikdo, nebo jen někteří.

Aplikace Najdi chybu

- Celkem 206 příkladů
- Každý příklad má tři části:
 - krokované řešení
 - výběr odpovědí
 - nápovědu
- Různé typy příkladů



Základní poznatky

Mnohočleny a lomené výrazy

Úpravy výrazů s mocninami I

Úpravy výrazů s mocninami II

Úpravy výrazů s mocninami III

$$\frac{x}{x-1} - \frac{1}{1-x}$$

$$\frac{(c^4 \cdot d^7)^{-2}}{(c^3 \cdot d^5)^3}$$

$$\left(\frac{x-2}{x^2-9} + 1 \right) : \frac{1-x}{x+2} + \frac{5}{3x-x^2}$$

$$\left(\frac{x-2}{x^2-9} + 1 \right) : \frac{1-x}{x+2} + \frac{5}{3x-x^2}$$

$x \neq 1$ $\{3, -3, -2, 0\}$

Určete součet všech čísel, pro která není definovaný následující výraz:

$$\left(\frac{x-2}{x^2-9} + 1 \right) : \frac{1-x}{x+2} + \frac{5}{3x-x^2}$$

Kamila vyřešila úlohu v následujících krocích:

(1) Pro výraz v závorkách napsala podmínku jeho existence a určila, pro které hodnoty x tento výraz není definovaný:

$$\begin{aligned} x^2 - 9 \neq 0 &\Rightarrow (x-3) \cdot (x+3) \neq 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (x-3 \neq 0 \wedge x+3 \neq 0) \Rightarrow \\ &\Rightarrow (x \neq 3 \wedge x \neq -3) \end{aligned}$$

(2) Potom napsala podmínku, která musí být splněna, aby byl zlomek $\frac{1-x}{x+2}$ definovaný:

$$x+2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2$$

(3) Dále zapsala podmínku existence zlomku $\frac{5}{3x-x^2}$ a určila, pro které hodnoty x tento zlomek není definovaný:

$$\begin{aligned} 3x - x^2 \neq 0 &\Rightarrow x \cdot (3-x) \neq 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (x \neq 0 \wedge 3-x \neq 0) \Rightarrow \\ &\Rightarrow (x \neq 0 \wedge x \neq 3) \end{aligned}$$

(4) Nakonec Kamila tvrdila, že daný výraz není definovaný pro

$$x \in \{-3; -2; 0; 3\}$$

a určila součet těchto čísel: $(-3) + (-2) + 0 + 3 = -2$.

V řešení Kamily je chyba. Kde udělala Kamila ve svém postupu chybu?

Odpovědi: Kamila v zlomku $\frac{1-x}{x+2}$ zapomněla na podmínku $x \neq 1$ v čitateli, protože poté by větila zlomek

1 z 2

Find Error Problem

<https://dev.math4u.vsb.cz/appFindErrorDev/game/findError/3000...>

- Chyba je v kroku (1). Kamila neurčila správně všechny podmínky pro výraz v závorkách.
- Chyba je v kroku (2). Kamila neurčila správně všechny podmínky, které musí zlomek $\frac{1-x}{x+2}$ splňovat, aby byl definovaný.
- Chyba je v kroku (3). Kamila neurčila správně všechny podmínky, které musí zlomek $\frac{5}{3x-x^2}$ splňovat, aby byl tento výraz definovaný.
- Chyba je v kroku (4). Kamila vyslovila nesprávný závěr, protože vynechala jednu podmínku. Proto součet čísel, pro které daný výraz není definovaný, není určen správně.

Rovnice a nerovnice

Rovnice a nerovnice s parametry

$$3x^4 + bx^2 + 3 = 0$$

$$(m + 3)x^2 + (m - 2)x + m - 2 > 0$$

Pro jaké hodnoty parametru $m \in \mathbb{R}$ jsou řešením dané nerovnice

$$(m+3)x^2 + (m-2)x + m-2 > 0$$

všechna reálná čísla?

Filip ve třídě prezentoval své řešení tohoto problému:

(1) Předpokládejme nejprve, že nerovnost je lineární, tzn. kvadratický koeficient je nulový:

$$\begin{aligned} m+3 &= 0 \\ m &= -3 \end{aligned}$$

~~Když koeficient je nulový, jedná se o lineární rovnici.~~
~~Pro m = -3 dostaneme rovnici -5x - 5 > 0, která neplatí pro všechny reálné hodnoty x.~~

Pro $m = -3$ obdržíme nerovnici $-5x - 5 > 0$, která neplatí pro všechny reálné hodnoty x .

(2) Nyní tedy uvažujme, že daná nerovnost je kvadratická. Výraz na levé straně bude kladný pro všechna reálná x , pokud parabola, tedy graf odpovídající kvadratické funkce, leží zcela nad osou x . To znamená, že parabola nemá žádné průsečíky s osou x , takže diskriminant kvadratického polynomu musí být záporný:

$$D = (m-2)^2 - 4(m+3)(m-2) < 0$$

~~V diskriminantu nepíšeme nerovnost~~

Řešením výše uvedené nerovnosti obdržíme:

$$\begin{aligned} -3m^2 - 8m + 28 &< 0 \\ m_{1,2} &= \frac{8 \pm \sqrt{64 + 336}}{-6} \end{aligned}$$

šprávný počet diskriminanta

$$m_1 = -\frac{14}{3} \text{ a } m_2 = 2$$

Levou stranu kvadratické nerovnice pak můžeme napsat v součinném tvaru:

$$-3\left(m + \frac{14}{3}\right)(m-2) < 0$$

Špatné dosazení do součinného tvaru

Snadno najdeme řešení $m < -\frac{14}{3}$ nebo $m > 2$.

z 2

10.06.2025 8:35

Find Error Problem

<https://dev.math4u.vsb.cz/appFindErrorDev/game/findError/3000...>

(3) Z toho vyplývá, že původní nerovnost platí pro každé reálné číslo x právě tehdy, když

$$m \in \left(-\infty; -\frac{14}{3}\right) \cup (2; +\infty)$$

ŠPATNÝ INTERVAL

Učitel se žáků zeptal, zda je Filipovo řešení v pořádku. Který z následujících komentářů je správný?

Odpovědi:

1. Laura: Filipovo řešení není úplně správné. V kroku (2) zapomněl na jednu podmínku, totiž že

$$m + 3 > 0$$

2. Sofie: Filipovo řešení je celkem správné. Výsledek je koneckonců správný.

3. Petr: Filip udělal chybu v kroku (2). Měl dostat výsledek $m > -\frac{14}{3} \wedge m < 2$.
Správné řešení je

$$m \in \left(-\frac{14}{3}; 2\right)$$

4. Libor: Filip udělal chybu v kroku (3). Správné řešení je

$$m \in \{-3\} \cap \left[\left(-\infty; -\frac{14}{3}\right) \cup (2; +\infty)\right]$$

ODPOVĚď Č. 4 JE SPRÁVNĚ

Pro jaké hodnoty parametru $m \in \mathbb{R}$ jsou řešením dané nerovnice

$$(m+3)x^2 + (m-2)x + m-2 > 0$$

všechna reálná čísla?

Filip ve třídě prezentoval své řešení tohoto problému:

(1) Předpokládejme nejprve, že nerovnost je lineární, tzn. kvadratický koeficient je nulový:

$$m+3=0$$

$$m=-3$$

správně

Pro $m=-3$ obdržíme nerovnici $-5x-5 > 0$, která neplatí pro všechny reálné hodnoty x .

(2) Nyní tedy uvažujme, že daná nerovnost je kvadratická. Výraz na levé straně bude kladný pro všechna reálná x , pokud parabola, tedy graf odpovídající kvadratické funkce, leží zcela nad osou x . To znamená, že parabola nemá žádné průsečíky s osou x , takže diskriminant kvadratického polynomu musí být záporný:

$$D = (m-2)^2 - 4(m+3)(m-2) < 0$$

dobře

Řešením výše uvedené nerovnosti obdržíme:

$$-3m^2 - 8m + 28 < 0$$

$$m_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 336}}{-6}$$

dobře

$$m_1 = -\frac{14}{3} \text{ a } m_2 = 2$$

Levou stranu kvadratické nerovnice pak můžeme napsat v součinném tvaru:

$$-3\left(m + \frac{14}{3}\right)(m-2) < 0$$

$$m=2 \\ m=-\frac{14}{3}$$

Snadno najdeme řešení $m < -\frac{14}{3}$ nebo $m > 2$.

10.06.2025 8:35

rror Problem

<https://dev.math4u.vsb.cz/appFindErrorDev/game/findError/3000...>

(3) Z toho vyplývá, že původní nerovnost platí pro každé reálné číslo x právě tehdy, když

$$m \in \left(-\infty; -\frac{14}{3}\right) \cup (2; +\infty)$$

Učitel se žáků zeptal, zda je Filipovo řešení v pořádku. Který z následujících komentářů je správný?

Odpovědi:

1. Laura: Filipovo řešení není úplně správné. V kroku (2) zapomněl na jednu podmínku,
X totiž že

$$m + 3 > 0$$

2. Sofie: Filipovo řešení je celkem správné. Výsledek je koneckonců správný.

X

chyba krok 3.

3. Petr: Filip udělal chybu v kroku (2). Měl dostat výsledek $m > -\frac{14}{3} \wedge m < 2$.

X Správné řešení je

$$m \in \left(-\frac{14}{3}; 2\right)$$

~~Správné~~

4. Libor: Filip udělal chybu v kroku (3). Správné řešení je

$$m \in \{-3\} \cap \left[\left(-\infty; -\frac{14}{3}\right) \cup (2; +\infty)\right]$$

Správně

$$D = (m-2)^2 - 4 \cdot (m+3) \cdot (m-2)$$

$$D = m^2 - 4m + 4 - 4m(m^2 - 2m + 3m - 6)$$

$$D = m^2 - 4m + 4 - 4m^2 + 8m - 12m + 24$$

$$D = -3m^2 - 8m + 28 \geq 0$$

$$D_2 = 64 - 4 \cdot (-3) \cdot 28$$

$$D_2 = 64 + 12 \cdot 28$$

$$\rightarrow 12 \cdot 30 = \overset{(12-8)12}{360 - 24} = 336 + 64$$

$$D_2 = 400$$

~~$$+8 \pm 20$$~~

$$\frac{8 \pm 20}{-6} < \frac{28}{6} = 7 \cdot \frac{14}{3}$$

$$(m+2) \left(m + \frac{14}{3} \right) \geq 0$$

~~$$m \in \left(-\frac{14}{3}, 2 \right)$$~~

$$(m+3)x^2 + (m-2)x + m-2 > 0$$

1)

$$a = (m+3)$$

$$b = (m-2)$$

$$c = (m-2)$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (m-2)^2 - 4 \cdot (m+3) \cdot (m-2)$$

$$D = m^2 - 4m + 4 - 4 \cdot (m^2 - 2m + 3m - 6)$$

$$D = m^2 - 4m + 4 - 4m^2 + 8m - 12m + 24$$

$$D = -3m^2 - 8m + 28$$

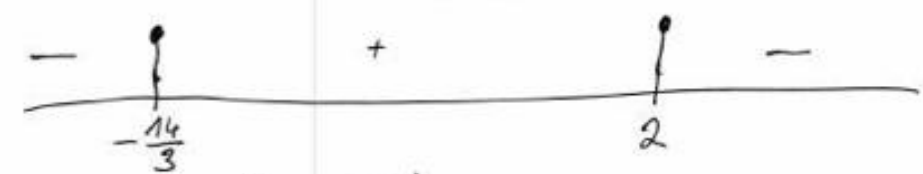
$$-3m^2 - 8m + 28 \geq 0$$

2)

$$D = b^2 - 4ac = 64 - 4 \cdot (-3) \cdot 28$$

$$D = 64 + 12 \cdot 28 = 400$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{D}}{-6} = \begin{cases} -\frac{28}{6} = -\frac{14}{3} \\ -\frac{12}{-6} = 2 \end{cases}$$



$$m \in \left(-\frac{14}{3}, 2\right)$$

Děkujeme za pozornost

Mgr. Marie Kubíčková, Mgr. Iva Skybová
iva.skybova@hladnov.info, m.kubickova@spseiostrava.cz