

Školská matematika a jej kultúrne hodnoty pre 21. storočie

Úvod

Každý človek si matematiku ako školský predmet asi veľmi dobre pamätá. Viacerí ľudia s kôr z tej nepríjemnejšej stránky, keď im chýbala presnosť, dôslednosť, svedomitosť, pracovitosť či netradičný pohľad na postup riešenia – tvorivosť a vhl'ad do situácie. Vtedy bolo treba správnejšie premýšľať, odhaliť súvislosti, zdôvodňovať i dokazovať poznané zákonitosti. Zostalo zo štúdia školskej matematiky niečo pre praktické vzdelanie a všeobecnú kultúru? Skúsme sa zamyslieť nad tým, kde, kto, kedy a ako vníma nielen školskú matematiku, ale celý logický spôsob myslenia, matematickú kultúru.

Korene matematiky

Všetko, čo je okolo nás, čo nachádzame v prírode, čo vytvárame ľudskými rukami, sa skladá z častí, má nejakú štruktúru. Ak prvky majú vlastnosti a medzi prvkami existujú vzťahy i pravidlá pre skladanie, môžeme takýto systém študovať pomocou matematiky. Vzrušujúca harmónia prírody prebúdza v nás cit, ktorý nazývame matematikou. Matematika je výsledkom myšlienkového procesu, pri ktorom sú reálne procesy nahradené myslennými matematickými modelmi. Matematiku môžeme chápať ako také myšlienkové bádanie, ktoré pomocou určitých stanovených pravidiel odvodzuje závery z definovaných pojmov a prijatých princípov. Matematika sa snaží odhaliť nové súvislosti a logicky ich usporiadať. *Matematika – to je akýsi stroj na zmocňovanie sa významných faktov a na generovanie významných dôsledkov* (I. Stewart, *1945). Z matematiky sa vytvoril systém organizovaného myslenia, ktorý sa neustále rozvíja. Matematika sa stala jednou z veľmi úspešných metód poznania sveta, v ktorom žijeme. Matematika vznikla z potrieb ľudí, z merania zeme, určovania objemov nádob, z počítania času, zo sporov a hádok, čo sa v budúcnosti stane. Prvé matematické vedomosti boli potrebné pri poľnohospodárskych prácach, pri stavbe obydli, pri love zvierat, v zápase s prírodnými podmienkami. Človek, ktorý triedil a pamätal si skúsenosti, vybadal príčinnosť, snažil sa vysvetliť podmienky a následky javov. Idealizoval predstavy, vytváral abstraktné pojmy, pripravil si symboly. Začal zovšeobecňovať, pýtať sa na argumenty, odvodzovať. Prišiel na metódu dôkazov, začal skúmať svoju reč, spôsob vyjadrovania i usudzovania. Z matematických úvah sa stal nástroj ľudského ducha pre správne a presné štruktúrované myslenie.

V priebehu dejín

Už koncom 5. storočia pred n. l. *Filolaos z Krotonu* vytušil: *Číslo je vodcom a pánom ľudského myslenia. Bez jeho sily by všetko zostalo tajuplným a nejasným*. *Pytagoras zo Samu* (asi 570 až 496 pred n. l.) a jeho obdivovatelia chápali slovo *mathema* ako pozorovanie, znalosť, vedenie o niečom. Pojem *techné* bol vyhradený pre umenie, zručnosť. Veľmi názorné je chápanie slov *matema*, *matano* v zmysle *učím sa premýšľaním*. Neskôr sa slovo matematika používalo pre učenie, vedenie, náuku vôbec, bolo aj označením určitého druhu filozofie, spôsobu uvažovania. *Roger Bacon* (1214–1294) vybadal, že matematika je ľudskému duchu vrodená ako forma myslenia pre popis prírody. *Galileo Galilei* (1564–1642) zaviedol experimenty riadené matematikou, *René Descartes* (1596–1650) zdokonalil symboliku, do geometrie vniesol algebru – počítanie. *Isaac Newton* (1643–1727) a *Gottfried Leibniz* (1646–1716) vypracovali matematický spôsob vystihnúť zmeny a pohybu, ktorý otvoril cestu praktickému využitiu diferenciálneho a integrálneho počtu. *Albert Einstein* (1879–1955) fyzikálno-filozofickými výsledkami potvrdil svoje presvedčenie: *Čisté myslenie môže vystihnúť realitu*. Z rôznych vyriešených problémov zostávajú účinné spôsoby, metódy pre podobné pojmové štruktúry. Ak odhaľujeme a zhŕňame všeobecné univerzálne myšlienkové postupy a idey, tak robíme matematiku.

Všeobecný prostriedok na vysvetlenie

To, čo matematika v súčasnosti skúma, sa nedá jednoznačne vyjadriť, neexistuje úplne vedecká definícia matematiky. *Matematika je zároveň umenie i veda, je to eklektická zmes úžitku a tvorby, empirizmu a intuície* (J. Ewing). Predmetom matematiky sa môže stať čokoľvek. Podstatou matematiky sú modelové princípy ľudského myslenia upravené do štruktúr logického systému.

Matematika sa určite dotýka najvšeobecnejších i prakticky najnevyhnutnejších javov. Často už nemôžeme určiť hranice medzi matematikou a disciplínami, v ktorých sa používa. Matematika sa stala metódou, dômyselným nástrojom ľudského umu, ktorý používa človek pre správne a presné myslenie. Matematika sa stala technikou myslenia, pretože ľudské myslenie nikde nevystupuje s takou jasnosťou ako v matematických pojmoch a úvahách. Matematika ako impozantná stavba ľudského ducha a pyramída myšlienok poskytuje rozumu široký priestor pre rozlet abstraktných postupov, cesty intuície až k tajomstvám nekonečna. Matematika ako najoriginálnejší výtvor myšlienkových pokusov a zápasov ukázala, že najväčšie abstrakcie sú tými pravými nástrojmi, ktorými kontrolujeme svoje uvažovanie o konkrétnych faktoch. Eugene Paul Wigner (1902–1995), americký teoretický fyzik, nositeľ Nobelovej ceny (1963), konštatoval: *Zázračná vhodnosť matematického jazyka pre formuláciu fyzikálnych zákonov je skvelý dar, ktorý ani nechápeme, ani si ho nezaslúžime.* V dejinách matematiky sa predstavujú vytrvalé sily rozvoja ľudských myšlienok. Tisíce matematikov súčasnosti predkladá ročne desaťtisíce matematických viet aj s dôkazmi. Zmocňujú sa matematického sveta svojím tvorivým duchom. Zvlášť v období samočinných počítačov vzrástla spoločenská potreba výsledkov z matematických výskumov. Zvýraznila sa nevyhnutnosť poznať pravidlá, algoritmy. Celé tisícročia ukladala matematika svoje výpočtové postupy pre úžitok celého ľudstva. Je len vecou odborných schopností každého jednotlivca, aby ich vhodne používal nielen vo sfére matematickej informatiky, ale aj na zušľachtňovanie vzdelanostných i vedecko–technických procesov. Matematika ako veda o číslach, priestore a funkciách sa prerodila na univerzálny jazyk vhodný pre jednoduché i veľmi všeobecné vyjadrovanie. Matematika vyrástla do vnútornej krásy i praktického úžitku. Došlo k matematizácii celého vedeckého poznania. Ukázalo sa, že matematika je nevyhnutná vo vede i v technike, pomáha aj v hudbe, architektúre, ekonómii, sociológii i v športe. Ťažko sa hľadá odbor ľudskej činnosti, kde by nemohla zasiahnuť. Neustále sa presviedčame, že matematika je až neuveriteľne praktická. Legendárny fyzik Niels Bohr (1885–1962) naznačil: *Matematika sa podobá určitému druhu spoločného jazyka, uspokojenému na vyjadrovanie vzťahov, ktoré buď nie je možné alebo je zložité objasňovať slovami.* Matematika sa stala najviac formalizovaná a prísne kontrolovaná sféra ľudského poznania.

Užitočnosť matematického vzdelania

Uvediem aspoň stručný prehľad argumentov, ktoré môžu presviedčať o plnohodnotnej efektívnosti vzdelávania v matematických oblastiach. Systematicky rozvíjaná a používaná matematická kultúra umožňuje:

1. rozvoj abstraktného myslenia a praktických idealizácií, možnosť odhalenia všeobecných zákonov a hlbšej podstaty sveta;
2. návyk na presné formulovanie problémov, definovanie pojmov a spresňovanie významu slov i pre tvorivé využívanie ľudského intelektu všeobecne;
3. hospodárnosť úvah, logické zdôvodňovanie a argumentovanie (overovanie hypotéz, správnosť úsudkov, protipríklady);
4. odovzdávanie matematických postupov (jazyk, symbolika, štruktúry, deduktívna výstavba, algebraizácia, dôkazové metódy);
5. uplatnenie vhodných výpočtových algoritmov a počítačovej techniky, praktické aplikácie v technickej a technologickej praxi;
6. využitie kombinačných schopností a pravdepodobnostných i štatistických odhadov (združovanie a organizovanie údajov, predpovede, kontroly);
7. podnety pre analýzu i syntézu rôznorodých problémov a postupov ich riešenia, (matematizácia reálnych situácií, stratégia odhadov);
8. geometrickú predstavivosť, schopnosť znázorňovať a využívať zhodnosť a podobnosť;
9. možnosť predvídania pomocou formálnych kalkulo s dobrou mierou spoľahlivosti;
10. vyhľadávanie spôsobov myslenia, ktoré vysvetľujú, organizujú, zjednodušujú a umožňujú pochopiteľnosť prírody i človeka v nej.

Pomoc aj pre výchovu charakteru

Už aj školská matematika ako odraz vzrušujúcej harmónie prírody v ľudskom myslení sa nevyhnutne a organicky podieľa na formovaní nielen špecifickej vedomostnej úrovne, ale môže

svojím obsahom i vyučovacími formami aj mnohostranne výchovne pôsobiť, utvárať nielen intelekt, ale aj vhodné morálne i vôľové vlastnosti. Pri matematickom štúdiu možno vytvárať, rozvíjať a upevňovať aj tieto kladné charakterové, vôľové a morálne vlastnosti: svedomitosť, presnosť, sústavnosť, dôkladnosť, sebakritickosť, zodpovednosť, iniciatívnosť, vytrvalosť, húževnatosť. Matematické myslenie sa pravidelne neznáša s povrchnosťou a nesystematickosťou. Krása logickej výstavby, hlboká nadväznosť a prehľadnosť postupov zanecháva po štúdiu matematiky aj estetické zážitky. Kvalitné vyučovanie a štúdium matematických myšlienkových postupov môže výrazne prispievať k ľudskej dôstojnosti. *Celá naša dôstojnosť spočíva v myslení. V ňom sa musíme vzopnúť, nielen v priestore a čase, ktoré nedokážeme naplniť. Usilujme sa teda, aby sme mysleli správne. V tom je princíp mravnosti* (francúzsky mysliteľ Blaise Pascal, 1623–1662). Trvalým a prehlbujúcim sa využívaním neformálnej spolupráce a nezištnej vzájomnej pomoci možno podporiť pocit vzájomnej spolupatričnosti aj v rozširovaní matematickej kultúry.

Neustála otvorenosť

Kurt Gödel (1906–1978), matematik s najslávnejšími výsledkami 20. storočia, otriasol perspektívy matematiky odhalením, že v každom dostatočne rozvinutom formálnom systéme existujú obsahovo zrozumiteľné vety, ktoré sú v rámci danej sústavy formálne nedokázateľné. Aj tak však matematika žije ako zložitý a rozvetvený organizmus, ktorý sa neustále rozrastá a premyslenejšie prebudúva a skvalitnieva. William P. Thurston (*1946), úspešný súčasný matematik, ponúkol: *Zaoberať sa matematikou je skutočné potešenie spočívajúce v nachádzaní spôsobov myslenia, ktoré vysvetľujú, organizujú a zjednodušujú. Túto radosť môžete pocítiť, keď objavujete novú matematiku, znovuobjavujete starú, učíte sa od niekoho alebo z textov nový spôsob myslenia, alebo keď nájdete novú možnosť vysvetlenia či chápania známej matematickej štruktúry... Môžeme si myslieť, že vieme o danom predmete už všetko, a predsa nové významy číhajú za najbližším rohom. Už aj školská matematika je oblasťou, v ktorej môžete prežívať objavy bez toho, aby ste cestovali do iných krajín alebo až k iným planétam. Bez veľkých nákladov na technické prostriedky, často len s ceruzkou a papierom, si môžete preveriť svoje sily a schopnosti logicky uvažovať a tvorivo myslieť. Matematika vám umožní uspokojiť ľudskú túžbu odhaľovať neznáme.*

Nadšený záujem

Ľudstvo ako celok už asi nikto nezastaví na ceste vyskúmať skryté prírodné tajomstvá, odhaliť duchovný závoj na tvári poznania. *Vesmír poskytuje pohľad na nekonečný proces vzniku, vývoja a zanikania foriem. Cieľom každej vedy je tento vývoj foriem predvídať a pokiaľ možno vysvetľovať* (francúzsky matematik René Thom, 1923–2002). Výstižný je postreh, ktorý ponúkol nemecký matematik H. Weyl (1885–1955): *Zaujatie matematikou sa dá porovnať so záujmom o mytológiu, literatúru alebo hudbu. Je to jedna z najvlastnejších oblastí človeka, v nej sa prejavuje ľudská podstata, túžba po intelektuálnej sfére života, ktorá je jedným z prejavov harmónie sveta.* Americký vedec a historik M. Kline (1908–1992) uznal: *Vo svete existuje zákon a systém – a matematika je kľúčom k tomuto poriadku.* Kdesi som si odpísal: *Milujem matematiku, pretože milujem všeobecnosť* (S. Shelah, izraelský matematik). Uznávam úprimné vyznanie, ktoré ponúkla maďarská matematická R. Péterová (1905–1977): *Matematika je schopná tej najvyššej hry a umožňuje nám zmocňovať sa nekonečna. Má čo povedať o nekonečne a o ideách. Má nikdy neuzavretú povahu ľudského tvorenia... Do matematiky sa môže človek zamilovať a nemusí sa pritom báť, že robí niečo neužitočné.* Ukazuje sa, že tvorivá matematická kultúra je najlepší spôsob, aký sme našli pre vyjadrenie pochopiteľnosti prírody, v ktorej žijeme.

Záver

Plnohodnotným vyučovaním elementárnej matematiky už na základnej i strednej škole rozširujeme a prehľbujeme všeobecnú ľudskú kultúru, prispievame k rozvoju praktickej technickej civilizácie a ponúkame i základy užitočného spôsobu premýšľania o svete, v ktorom vytvárame pre jeho lepšie pochopenie aj matematické modely. Tie sú často užitočným prejavom súčinnosti abstraktných ideálov a praktických harmónií. Aj školská matematika sa tak pripája k úžasnému medzisvetu porozumenia vo vzťahu človeka a prírody.

Dušan JEDINÁK