

Chatboti ve výuce matematiky

Jarmila Robová
Matematicko-fyzikální fakulta UK, Praha

Cesty k matematice
Praha, 20. 9. 2024

- Co je umělá inteligence (AI)?
- Současní chatboti
- Chatboti ve výuce matematiky z pohledu žáka
- Chatboti ve výuce matematiky z pohledu učitele
- Novinky

Co je umělá inteligence (AI)?

- **Chybí obecně uznávaná definice AI** (vliv neustálého a rychlého vývoje AI)
- **Hlavní charakteristické rysy AI**
 - autonomie (schopnost provádět úkoly v komplexních prostředí bez neustálého řízení uživatelem)
 - adaptabilita (zlepšování výkonu na základě zkušeností)
- **Současné formy AI**
 - analyzují velké množství trénovacích/učících dat (hledají pravidelnosti, vzory)
 - rozhodují se na základě podobných případů v analyzovaných datech („napodobují“ trénovací data)

- **Chatbot**

- počítačový program navržený k automatizované komunikaci s lidmi (pomocí textu či hlasu)
- kvalita jeho odpovědí závisí na kvalitě a množství trénovacích dat

- **Chatbot využívá ke komunikaci jazykový model**

- počítačový model jazyka založený na „neuronové“ síti s mnoha parametry (často v řádu miliard)
- modely v odpovědích předpovídají následující slovo v sekvenci na základě předchozích slov, což jim umožňuje vytvářet smysluplný text

- **Omezení jazykových modelů**

- mohou generovat nesprávné nebo zavádějící informace (chybějící porozumění světu)

Co je AI - jak komunikovat s chatbotem?

- Zadávat konkrétní a jasné pokyny či dotazy (tzv. prompty) včetně detailů.
- Důležité věci v promptu zopakovat (zejména na začátku a na konci).
- Případně používat angličtinu (jazykový model obvykle lépe funguje v angličtině než v jiných jazycích).
- Použít v promptu konkrétní ukázkou, či rozdělit prompt na více podúloh.
- Vygenerovat více možností ...

- **ChatGPT** (OpenAI) - <https://chatgpt.com/>;
přihlášení
 - ChatGPT-40 s omezením (počet promptů, obrázků)
 - ChatGPT-40 Plus (tvorba asistentů, 470 Kč/měsíc)
- **Gemini** (Google) -
<https://gemini.google.com/app>; Google účet
 - Gemini s omezením (bez obrázků)
 - Gemini Advanced (tvorba asistentů, obrázků, 550 Kč/měsíc)
- **Copilot** (Microsoft) - <https://www.bing.com/chat>;
netřeba účet
 - Copilot (neomezené prompty, obrázky omezeně)
 - Copilot Pro (500 Kč/měsíc)

- **Využití umělé inteligence ve výuce matematiky**

(bakalářská práce, Z. Procházka, jaro 2024)

- 1 zvládání očekávaných výstupů dle RVP G chatbotem (ChatGPT 3.5)
- 2 porovnání řešení úloh (komplexní čísla, goniometrické rovnice a nerovnice) u ChatGPT a Gemini

- **Výsledky bakalářské práce - část 1**

- ChatGPT zvládá většinu zkoumaných výstupů
- nedostatky v odpovědích chatbota
 - nesprávné interpretace slovních zadání (chybný postup řešení)
 - numerické chyby ve správném postupu
 - v řešení s větším počtem kroků se zvyšuje pravděpodobnost numerické chyby chatbota
 - neadekvátní terminologie a symbolika (vliv zdrojů v angličtině)

Ukázky práce ChatGPT - září 2024, ChatGPT-4o

Odmocnina ze dvou je racionální číslo. Je toto tvrzení pravdivé?



Tvrzení „Odmocnina ze dvou je racionální číslo“ je nepravdivé.

Odmocnina ze dvou, tedy $\sqrt{2}$, je iracionální číslo. To znamená, že ji nelze vyjádřit jako podíl dvou celých čísel, tedy ve tvaru $\frac{a}{b}$, kde a a b jsou celá čísla a $b \neq 0$.

Iracionalitu odmocniny ze dvou lze dokázat pomocí důkazu sporem. Stručný postup důkazu je následující:

1. **Předpoklad:** Předpokládejme, že $\sqrt{2}$ je racionální číslo, což znamená, že existují dvě celá čísla a a b (nesoudělná, tedy nemají žádného společného dělitele kromě 1), pro která platí $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$.
2. **Získáme rovnici:** Po umocnění obou stran této rovnice dostaneme:

$$2 = \frac{a^2}{b^2}$$

To znamená, že $a^2 = 2b^2$.

3. **Důsledek:** Z toho vyplývá, že a^2 je sudé číslo, což znamená, že a musí být také sudé (protože čtverec lichého čísla je lichý).
4. **Substituce:** Proto můžeme a vyjádřit jako $a = 2k$ pro nějaké celé číslo k . Dosadíme-li toto vyjádření do rovnice $a^2 = 2b^2$, dostaneme:

$$(2k)^2 = 2b^2$$

$$4k^2 = 2b^2$$

$$2k^2 = b^2$$

To znamená, že b^2 je také sudé, a tedy i b musí být sudé.

5. **Spor:** Tím jsme došli k závěru, že jak a , tak b jsou sudá čísla, což je spor s původním předpokladem, že a a b jsou nesoudělná (nemají žádného společného dělitele kromě 1).

Z toho plyne, že $\sqrt{2}$ nemůže být racionální číslo, a tedy je iracionální.



Vyřeš rovnici rozkladem na součin: $2x^2 - 6x - 20 = 0$.



Můžeme rovnici $2x^2 - 6x - 20 = 0$ vyřešit rozkladem na součin.

1. Nejprve rovnici zjednodušíme vydělením číslem 2:

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

2. Hledáme dva kořeny kvadratického trojčlenu $x^2 - 3x - 10$, jejichž součet je -3 a součin je -10.

Tyto kořeny jsou čísla 5 a -2, protože:

$$5 + (-2) = 3 \quad \text{a} \quad 5 \cdot (-2) = -10$$

3. Nyní rovnici rozložíme na součin:

$$(x - 5)(x + 2) = 0$$

4. Řešíme jednotlivé výrazy:

$$x - 5 = 0 \quad \text{nebo} \quad x + 2 = 0$$

$$x = 5 \quad \text{nebo} \quad x = -2$$

Řešením rovnice jsou tedy $x = 5$ a $x = -2$.

Ukázky práce ChatGPT - září 2024, ChatGPT-4o

Urči vlastnosti funkce dané předpisem $f(x)=\sin x$.



Funkce $f(x) = \sin(x)$ má několik důležitých vlastností:

1. Definiční obor

Definiční obor funkce sinus je:

$$D(f) = (-\infty, \infty)$$

Sinus je definován pro všechna reálná čísla.

2. Obor hodnot

Obor hodnot funkce sinus je:

$$H(f) = \langle -1, 1 \rangle$$

Sinus nabývá hodnot v intervalu od -1 do 1.

3. Perioda

Funkce sinus je periodická s periodou 2π :

$$f(x + 2\pi) = f(x)$$

To znamená, že se její graf opakuje každých 2π .

4. Symetrie

Funkce sinus je liché:

$$f(-x) = -f(x)$$

Graf funkce sinus je symetrický podle počátku.

5. Monotónnost

Ukázky práce ChatGPT - září 2024, ChatGPT-40

Napiš rovnici paraboly, která má vrchol v bodě $V=[1,1]$.



Rovnice paraboly s vrcholem v bodě $V = [1, 1]$ může být napsána v tzv. **vrcholovém tvaru**. Obecná rovnice paraboly s vrcholem v bodě $V(h, k)$ je:

$$y = a(x - h)^2 + k$$

V našem případě je vrchol $V(1, 1)$, takže $h = 1$ a $k = 1$. Rovnice paraboly tedy bude:

$$y = a(x - 1)^2 + 1$$

Konstanta a určuje, jak je parabola „otevřená“ a zda je otevřená nahoru (pro $a > 0$) nebo dolů (pro $a < 0$). Pokud neznáme konkrétní hodnotu a , můžeme rovnici nechat v této podobě:

$$y = a(x - 1)^2 + 1$$

Pokud však bude a známé (například z nějakého bodu na parabole), můžeme rovnici doplnit o přesnou hodnotu.

● **Výsledky bakalářské práce - část 2**

- porovnání řešení úloh z učebnic u ChatGPT a Gemini (komplexní čísla, goniometrické rovnice a nerovnice)
- nedostatky v odpovědích chatbotů
 - oba chatboti se občas dopouštěli chyb; ChatGPT mírně úspěšnější
 - ChatGPT častěji používal v řešení typické středoškolské postupy
 - Gemini zapisoval řešení strukturovaněji a podrobněji; s větším počtem kroků v řešení rostla chybovost
 - oba chatboti používali neadekvátní terminologii a symboliku
 - oba chatboti po upozornění na chybu často neuvedli správný postup

Příklad 3.1. Napište tři různá komplexní čísla, jejichž obrazy v Gaussově rovině mají od počátku soustavy souřadnic vzdálenost 2. (Robová, Hála & Calda, 2013, s. 16, cv. 8)



ChatGPT

Komplexní čísla můžeme zapsat ve tvaru $z = a + bi$, kde a a b jsou reálná čísla, a i je imaginární jednotka ($i^2 = -1$). Pokud chceme, aby obrazy těchto čísel v Gaussově rovině měly od počátku soustavy souřadnic vzdálenost 2, můžeme zvolit tři různé hodnoty a a b s touto vlastností.

Příklady takových čísel jsou:

1. $z_1 = 2 + i$

- Obraz v Gaussově rovině má od počátku soustavy souřadnic vzdálenost $\sqrt{(2)^2 + (1)^2} = \sqrt{5} \approx 2.236$.

2. $z_2 = -1 - i$

- Obraz v Gaussově rovině má od počátku soustavy souřadnic vzdálenost $\sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2} \approx 1.414$.

3. $z_3 = 1 - 2i$

- Obraz v Gaussově rovině má od počátku soustavy souřadnic vzdálenost $\sqrt{(1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{5} \approx 2.236$.

Tato čísla splňují podmínku vzdálenosti 2 od počátku soustavy souřadnic v Gaussově rovině.

Příklad 3.1. Napište tři různá komplexní čísla, jejichž obrazy v Gaussově rovině mají od počátku soustavy souřadnic vzdálenost 2. (Robová, Hála & Calda, 2013, s. 16, cv. 8)



1. $2 + 0i$: Toto číslo je reálné číslo a jeho obraz v Gaussově rovině leží na reálné ose ve vzdálenosti 2 od počátku.
2. $0 + 2i$: Toto číslo je imaginární číslo a jeho obraz v Gaussově rovině leží na imaginární ose ve vzdálenosti 2 od počátku.
3. $1 + i$: Toto číslo je komplexní číslo s reálnou i imaginární složkou rovnou 1. Jeho obraz v Gaussově rovině leží v prvním kvadrantu a má od počátku soustavy souřadnic vzdálenost 2.

Můžeme také vyjádřit komplexní čísla v goniometrickém tvaru:

1. $2 + 0i = 2(\cos(0^\circ) + i\sin(0^\circ))^*$
2. $0 + 2i = 2(\cos(90^\circ) + i\sin(90^\circ))^*$
3. $1 + i = \sqrt{2}(\cos(45^\circ) + i\sin(45^\circ))^*$

Všechna tato čísla splňují zadanou podmínku, že jejich obrazy v Gaussově rovině leží ve vzdálenosti 2 od počátku soustavy souřadnic.

Ukázky práce ChatGPT - září 2024, ChatGPT-4o

Napiš tři různá komplexní čísla, jejichž obrazy v Gaussově rovině mají od počátku soustavy souřadnic vzdálenost 2.



Komplexní čísla lze zapsat ve tvaru $z = x + yi$, kde x a y jsou reálné části a i je imaginární jednotka. V Gaussově rovině je vzdálenost komplexního čísla $z = x + yi$ od počátku souřadnic dána jeho absolutní hodnotou:

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Chceme, aby vzdálenost od počátku byla 2, tedy:

$$|z| = 2 \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = 2$$

Po umocnění na druhou dostaneme:

$$x^2 + y^2 = 4$$

Teď můžeme zvolit různé hodnoty x a y , které splňují tuto rovnici. Například:

1. $z_1 = 2 + 0i$ (reálné číslo s imaginární částí nula)

$$|z_1| = \sqrt{2^2 + 0^2} = \sqrt{4} = 2$$

2. $z_2 = 0 + 2i$ (čistě imaginární číslo)

$$|z_2| = \sqrt{0^2 + 2^2} = \sqrt{4} = 2$$

3. $z_3 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$ (číslo s reálnou i imaginární částí)

$$|z_3| = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{2 + 2} = \sqrt{4} = 2$$

Tato tři komplexní čísla $z_1 = 2$, $z_2 = 2i$ a $z_3 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$ mají od počátku vzdálenost 2 v Gaussově rovině.



Napiš tři různá komplexní čísla, jejichž obrazy v Gaussově rovině mají od počátku soustavy souřadnic vzdálenost 2.

Zobrazit koncepty  



Tři komplexní čísla s vzdáleností 2 od počátku v Gaussově rovině

Pochopení zadání:

- **Gaussova rovina:** Geometrická reprezentace komplexních čísel, kde reálná část určuje souřadnici na ose x a imaginární část souřadnici na ose y .
- **Vzdálenost od počátku:** Délka úsečky spojující bod reprezentující komplexní číslo s počátkem soustavy souřadnic.
- **Komplexní číslo:** Číslo ve tvaru $a + bi$, kde a a b jsou reálná čísla a i je imaginární jednotka ($i^2 = -1$).

Řešení:

Vzdálenost komplexního čísla $z = a + bi$ od počátku v Gaussově rovině odpovídá absolutní hodnotě (modulu) tohoto čísla: $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Chceme, aby $|z| = 2$, tedy $\sqrt{a^2 + b^2} = 2$.

To znamená, že všechny body ležící na kružnici se středem v počátku a poloměrem 2 budou reprezentovat komplexní čísla splňující podmínku.

Tři konkrétní příklady:

1. $z_1 = 2$: Zde je $a = 2$ a $b = 0$. Toto číslo představuje bod na reálné ose ve vzdálenosti 2 od počátku.
2. $z_2 = i \cdot 2$: Zde je $a = 0$ a $b = 2$. Toto číslo představuje bod na imaginární ose ve vzdálenosti 2 od počátku.
3. $z_3 = \sqrt{2} + i \cdot \sqrt{2}$: Zde je $a = \sqrt{2}$ a $b = \sqrt{2}$. Toto číslo představuje bod v prvním kvadrantu, který leží na úsečce spojující body z_1 a z_2 a má od počátku vzdálenost

Využití chatbotů ve výuce matematiky z pohledu učitele

- Ukázky výstupů vytvořených ChatGPT-40 a Gemini
 - příklad motivace pro zavedení pojmu aritmetická posloupnost
 - studijní materiál pro žáky na součet prvních n členů geometrické posloupnost (flipped classroom)
 - návrh testu (rovnice s neznámou pod odmocnínkem, 2 varianty, vzorové řešení)

Motivace na zavedení pojmu aritmetická posloupnost (ChatGPT)

Jsi expert na didaktiku matematiky. Navrhni motivaci pro žáky na úvod tématu aritmetická posloupnost.



Paměť aktualizována

Motivaci k úvodu do aritmetické posloupnosti lze vytvořit pomocí praktického a zajímavého příkladu z reálného života, který žákům ukáže smysl a využití tohoto konceptu.

Návrh motivace: Sběratel odměn

Představte si, že dostáváte odměny za každý měsíc, kdy pomáháte doma s domácími pracemi. Na začátku vám rodiče nabídnou 100 Kč za první měsíc. Po každém dalším měsíci odměnu zvýší o 50 Kč.

Otázka pro žáky: Kolik peněz dostanete po 6 měsících? A co třeba po roce?

Vysvětlete, že zde odměna roste pravidelně o stejnou částku, což je typický příklad aritmetické posloupnosti. Můžete se ptát, zda žáci dokáží najít obecné pravidlo pro výpočet odměny v libovolném měsíci, čímž je přivedete k základnímu vzorci pro n -tý člen aritmetické posloupnosti.

Tímto způsobem žáci uvidí, že aritmetická posloupnost není jen abstraktní pojem, ale že je užitečná pro řešení praktických problémů.

Motivace na zavedení pojmu aritmetická posloupnost (Gemini)



Jsi expert na didaktiku matematiky. Navrhni motivaci pro žáky na úvod tématu aritmetická posloupnost.

Zobrazit koncepty  



Motivující úvod do aritmetické posloupnosti

Proč motivovat?

Dobrá motivace je klíčem k úspěšnému výkladu nového učiva. Žáci se tak snáze zapojí, lépe porozumí látce a budou mít větší zájem o další probírání.

Návrhy na motivaci:

1. Reálné situace:

- **Spoření:** Představte si, že žák každý měsíc ušetří o 50 Kč více než předchozí měsíc. Kolik peněz ušetří za rok?
- **Růst populace:** Jak se mění počet obyvatel města, pokud každý rok přibývá stejný počet lidí?
- **Stavění věže z kostek:** Pokud na první řadu věže položíme 5 kostek a každou další řadu budeme přidávat o 2 kostky více, kolik kostek budeme potřebovat na 10. řadu?

2. Hry a hádanky:

- **Hádanka:** Myslím si číslo. Když k němu přičtu 3, dostanu další číslo. Když k tomuto novému číslu přičtu opět 3, dostanu další číslo a tak dále. Jaká čísla si myslím?
- **Hra:** Žáci si navzájem zadávají počáteční člen a diferenci a snaží se určit

Materiál pro žáky na součet prvních n členů geometrické posloupnosti (ChatGPT)

Jsi expert na didaktiku matematiky. Připrav studijní materiál pro žáky, pomocí kterého odvodí součet prvních n členů geometrické posloupnosti (flipped classroom).



Studijní materiál: Odvození součtu prvních n členů geometrické posloupnosti

Cílem tohoto materiálu je provést vás krok za krokem odvozením vzorce pro **součet prvních n členů geometrické posloupnosti**. Tento přístup je zaměřený na vaši vlastní aktivitu a přemýšlení.

Co je geometrická posloupnost?

Nejprve si připomeňme, že **geometrická posloupnost** je řada čísel, kde každý člen (kromě prvního) vznikne násobením předchozího členu konstantním číslem zvaným **kvocient** q .

Obecně vypadá geometrická posloupnost takto:

$$a_1, a_1q, a_1q^2, a_1q^3, \dots$$

- a_1 je první člen.
- q je kvocient.
- n je počet členů, které budeme sčítat.

Cíl

Odvodíme vzorec pro součet prvních n členů geometrické posloupnosti, tedy S_n .

Materiál pro žáky na součet prvních n členů geometrické posloupnosti (ChatGPT)

Postup krok za krokem

1. Vyjádření součtu

Součet prvních n členů geometrické posloupnosti zapíšeme takto:

$$S_n = a_1 + a_1q + a_1q^2 + \cdots + a_1q^{n-1}$$

Váším úkolem je zapsat tento součet ve zkrácené formě, abychom s ním mohli lépe pracovat.

2. Násobení kvocientem q

Celý součet S_n vynásobíme kvocientem q . Jak bude nový součet vypadat?

$$qS_n = a_1q + a_1q^2 + \cdots + a_1q^{n-1} + a_1q^n$$

Zkuste porovnat oba součty (původní S_n a nový qS_n). Co se stane, když od sebe tyto dvě rovnice odečtete?

3. Odečítání součtů

Nyní od původního součtu S_n odečteme rovnici qS_n :

$$S_n - qS_n = (a_1 + a_1q + a_1q^2 + \cdots + a_1q^{n-1}) - (a_1q + a_1q^2 + \cdots + a_1q^n)$$

Materiál pro žáky na součet prvních n členů geometrické posloupnosti (ChatGPT)

5. Výsledný vzorec pro součet

Po vyřešení získáme vzorec pro součet prvních n členů geometrické posloupnosti:

$$S_n = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad \text{pro } q \neq 1$$

Tento vzorec platí pro geometrické posloupnosti, kde $q \neq 1$.

Úkoly:

1. **Zopakujte postup** a pokuste se sami projít všemi kroky. Pokud něčemu nerozumíte, připravte si otázku na hodinu.
2. **Vyřešte následující příklad:** Mějte geometrickou posloupnost s $a_1 = 3$ a $q = 2$. Spočítejte součet prvních 5 členů této posloupnosti.
3. **Přemýšlejte:** Co se stane, když je kvocient q menší než 1? Jak se bude chovat součet?

Na co se zaměříme v hodině:

- Diskuze nad vašimi otázkami.
- Pochopení odvození a aplikace vzorce.
- Vyřešení praktických příkladů.

Materiál pro žáky na součet prvních n členů geometrické posloupnosti (Gemini)



Jsi expert na didaktiku matematiky. Připrav studijní materiál pro žáky, pomocí kterého odvodí součet prvních n členů geometrické posloupnosti (flipped classroom).

Zobrazit koncepty  



Studijní materiál pro žáky: Odvození součtu prvních n členů geometrické posloupnosti (flipped classroom)

Úvod

V této lekci se naučíme, jak vypočítat součet prvních n členů geometrické posloupnosti. To je dovednost, která má široké uplatnění v různých oblastech matematiky a dalších věd.

Co je to geometrická posloupnost?

Geometrická posloupnost je taková posloupnost čísel, kde každý následující člen vznikne vynásobením předchozího členu stále stejným číslem, které nazýváme **kvocient** a označujeme písmenem q .

Příklad:

Posloupnost 2, 4, 8, 16, ... je geometrická posloupnost s kvocientem $q = 2$.

Označení

- a_1 : první člen posloupnosti

Materiál pro žáky na součet prvních n členů geometrické posloupnosti (Gemini)

Odvození vzorce

Nechť máme geometrickou posloupnost s prvním členem a_1 a kvocientem q . Pak můžeme zapsat prvních n členů této posloupnosti následovně:

$$S_n = a_1 + a_1q + a_1q^2 + \dots + a_1q^{n-1}$$

Nyní vynásobíme obě strany rovnice kvocientem q :

$$qS_n = a_1q + a_1q^2 + a_1q^3 + \dots + a_1q^n$$

Odečteme první rovnici od druhé:

$$qS_n - S_n = a_1q^n - a_1$$

Vytkneme S_n a a_1 na levé, respektive pravé straně:

$$S_n(q - 1) = a_1(q^n - 1)$$

A konečně vyjádříme S_n :

$$S_n = a_1 \cdot (q^n - 1) / (q - 1)$$

Shrnutí

Odvodili jsme vzorec pro výpočet součtu prvních n členů geometrické posloupnosti. Tento vzorec nám umožňuje rychle a jednoduše vypočítat součet libovolného počtu členů geometrické posloupnosti, pokud známe její první člen a kvocient.

Materiál pro žáky na součet prvních n členů geometrické posloupnosti (Gemini)

Příklad

Vypočítej součet prvních 5 členů geometrické posloupnosti s prvním členem $a_1 = 3$ a kvocientem $q = 2$.

Řešení:

Použijeme vzorec:

$$S_5 = 3 \cdot (2^5 - 1) / (2 - 1) = 3 \cdot (32 - 1) / 1 = 93$$

Odpověď: Součet prvních 5 členů je 93.

Úkoly pro domácí cvičení

1. Vypočítej součet prvních 10 členů geometrické posloupnosti s prvním členem $a_1 = 5$ a kvocientem $q = 1,5$.
2. V geometrické posloupnosti je první člen $a_1 = 2$ a kvocient $q = 3$. Kolik členů této posloupnosti musíme sečíst, abychom dostali součet alespoň 242?

Další informace

Pokud potřebuješ více informací nebo máš nějaké otázky, neváhej se zeptat svého učitele.

Poznámka pro učitele:

Tento studijní materiál je určen pro žáky, kteří se s geometrickými posloupnostmi seznamují poprvé. Je důležité, aby žáci porozuměli jednotlivým krokům odvození

Chatboti ve výuce matematiky z pohledu učitele

Test na rovnice s neznámou pod odmocnítkem; 3 úlohy a 2 varianty testu (ChatGPT)

Jsi učitel matematiky na střední škole. Vytvoř dvě ekvivalentní zadání testu pro žáky na řešení rovnic s neznámou pod odmocnítkem. Každý test bude obsahovat 3 úlohy s rostoucí obtížností. Uveď jen výsledky úloh.



Zde jsou dvě ekvivalentní zadání testu s rovnicemi obsahujícími neznámou pod odmocninou, uspořádané podle rostoucí obtížnosti:

Test A

Úloha 1:

$$\sqrt{2x+1} = 5$$

Výsledek:

$$x = 12$$

Úloha 2:

$$\sqrt{3x-2} + 4 = 10$$

Výsledek:

$$x = 6$$

Úloha 3:

$$\sqrt{2x+3} + \sqrt{x-1} = 6$$

Výsledek:

$$x = 5$$

Test B

Úloha 1:

$$\sqrt{4x-3} = 7$$

Výsledek:

$$x = 13$$

Úloha 2:

$$\sqrt{5x-4} - 3 = 5$$

Výsledek:

$$x = 6$$

Úloha 3:

$$\sqrt{3x+1} + \sqrt{x+4} = 9$$

Výsledek:

$$x = 5$$

Chatboti ve výuce matematiky z pohledu učitele

Test na rovnice s neznámou pod odmocnínkou; 3 úlohy a 2 varianty testu (ChatGPT, oprava s chybami)

Výsledek obou úloh číslo 2 je chybný. Oprav se. Také výsledky úloh 3 jsou chybné, proto navrhuji upravit zadání úloh číslo 3 tak, aby výsledkem bylo celé číslo.



Test A

Úloha 1:

$$\sqrt{2x+1} = 5$$

Výsledek:

$$x = 12$$

Úloha 2:

$$\sqrt{3x-3} + 4 = 10$$

Výsledek:

$$x = 5$$

Úloha 3:

$$\sqrt{2x+4} + \sqrt{x-1} = 7$$

Výsledek:

$$x = 3$$

Test B

Úloha 1:

$$\sqrt{4x-3} = 7$$

Výsledek:

$$x = 13$$

Úloha 2:

$$\sqrt{5x-5} - 3 = 5$$

Výsledek:

$$x = 6$$

Úloha 3:

$$\sqrt{3x+4} + \sqrt{x+2} = 8$$

Výsledek:

$$x = 2$$

Chatboti ve výuce matematiky z pohledu učitele

Test na rovnice s neznámou pod odmocnítkem; 3 úlohy a 2 varianty testu (Gemini)

J Jsi učitel matematiky na střední škole. Vytvoř dvě ekvivalentní zadání testu pro žáky na řešení rovnic s neznámou pod odmocnítkem. Každý test bude obsahovat 3 úlohy s rostoucí obtížností. Uveď jen výsledky úloh.

Zobrazit koncepty 

✦ **Rozhodně! Zde jsou dvě varianty testu na rovnice s neznámou pod odmocninou, spolu s výsledky:**

Varianta A

Úloha 1:

Vyřeš rovnici: $\sqrt{x+5} = 3$

- **Výsledek:** $x = 4$

Úloha 2:

Najdi řešení rovnice: $2\sqrt{x-1} + 4 = 10$

- **Výsledek:** $x = 13$

Úloha 3:

Urči x z rovnice: $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x-2} = 1$

- **Výsledek:** $x = 3$

Varianta B

Úloha 1:

Vypočti x z rovnice: $\sqrt{x-3} = 2$

- **Výsledek:** $x = 7$

Úloha 2:

Řeš rovnici: $3\sqrt{x+2} - 6 = 0$

- **Výsledek:** $x = 2$

Úloha 3:

Najdi řešení rovnice: $\sqrt{x+5} + \sqrt{x-1} = 4$

- **Výsledek:** $x = 2$

Poznámky pro učitele:

Chatboti ve výuce matematiky z pohledu učitele

Test na rovnice s neznámou pod odmocnínkem; 3 úlohy a 2 varianty testu (Gemini, oprava s chybami)

- J** Výsledek úlohy 2 v Testu A je chybný. Oprav se. Výsledky obou úloh číslo 3 jsou v Testu A i Testu B chybné, proto navrhuji upravit zadání úloh číslo 3 tak, aby výsledkem bylo celé číslo.

Opravené testy:

Varianta A

Úloha 1:

Vyřeš rovnici: $\sqrt{x+5} = 3$

- **Výsledek:** $x = 4$

Úloha 2:

Najdi řešení rovnice: $2\sqrt{x-1} + 4 = 10$

- **Opravený výsledek:** $x = 9$ (původní výsledek byl zřejmě omylem)

Úloha 3:

Urči x z rovnice: $\sqrt{2x+1} = \sqrt{x-2} + 3$

- **Výsledek:** $x = 12$

Varianta B

Úloha 1:

Vypočti x z rovnice: $\sqrt{x-3} = 2$

- **Výsledek:** $x = 7$

Úloha 2:

Řeš rovnici: $3\sqrt{x+2} - 6 = 0$

- **Výsledek:** $x = 2$

Úloha 3:

Najdi řešení rovnice: $\sqrt{x+5} = 4 - \sqrt{x-1}$

- **Výsledek:** $x = 5$

Novinky

- Tvorba obrázků ve free verzi ChatGPT-4o (omezena na 2 obrázky denně)
- OpenAI o1-mini (dostupný od 12. 9. 2024)

Příklady obrázků (ChatGPT-40)

Ruská modrá kočka, má zelené oči, tělo mohutnější. Preferuji moderní styl.



Zde je ilustrace tvé ruské modré kočky v animovaném stylu, jak odpočívá u moderního krbu. Doufám, že se ti líbí! Pokud bys chtěl něco upravit, dej mi vědět.

Příklady obrázků (ChatGPT-40)

Vytvoř logo Katedry didaktiky matematiky MFF UK.



Mohl bys mi prosím poskytnout více informací o tom, jak bys chtěl, aby logo vypadalo? Například jaké barvy, tvary nebo symboly by mělo obsahovat? Máš nějakou konkrétní představu nebo prvky, které by v logu měly být?



Měly by tam být matematické symboly, například kvantifikátory apod.



Skvělé! Navrhuji logo s jednoduchými geometrickými tvary a matematickými symboly, jako jsou kvantifikátory ($\forall$, $\exists$), spolu s výraznými liniemi, které by vyjadřovaly přesnost a strukturovanost matematiky. Použil bych klasické barvy, jako je modrá nebo tmavě zelená, aby reprezentovaly akademickou sféru, případně kombinaci těchto barev se světlými tóny.

Je něco, co bys chtěl k tomu ještě dodat, například preference v uspořádání nebo stylu?

Použij modrou barvu.

Příklady obrázků (ChatGPT-40)



Nový model OpenAI o1-mini

- model AI navržený tak, aby strávil více času přemýšlením, než zareaguje (zkouší různé strategie, rozpoznává své chyby)
- model vyniká v matematice a kódování (v Mezinárodní MO vyřešil GPT-4o správně 13 % problémů, nový model s uvažováním dosáhl úspěšnosti 83 %)
- tento model je dostupný pouze uživatelům ChatGPT Plus

- *Elements of AI* (bezplatný kurz elementů umělé inteligence). <https://www.elementsofai.cz/>
- Procházka, Z. (2024). *Využití umělé inteligence ve výuce matematiky na střední škole*. Bakalářská práce, Katedra didaktiky matematiky. MFF UK, Praha.
- Rosa, R. (2024). *Více než jen ChatGPT: Principy a možnosti současných nástrojů umělé inteligence*. MFF UK, ÚFAL. bit.ly/rosa-ai-jcmf
- Russell, S. J. and Norvig, P. (Eds.). (2010). *Artificial Intelligence: A Modern Approach*. Third Edition. Prentice Hall.
- Tomanová, L. (2024). *Podrobný návod na ChatGPT: Využijte umělou inteligenci na maximum*. <https://www.seznamzpravy.cz/clanek/tech-chatgpt-ai-navod-258510>

Děkuji za pozornost.