Poznámky z dejín matematickej kultúry

Dušan JEDINÁK

Vývoj matematiky

(stručný prehľad**)**

Odvtedy ako sme sa pozreli na svet očami matematiky, objavili sme veľké tajomstvo, prírodné modely ukazujú na podstatné princípy, podľa ktorých funguje celý vesmír (J. Stewart).

Matematické poznávanie má svoje historické, empirické, teoretické, logické a filozofické základy i podmienky rozvoja. Historické základy matematiky ukazujú jej súvislosť so spoločenskou praxou a naznačujú príslušné dobové podnety, motivácie a vlastné vývojové tendencie. Prvotné matematické poznatky boli získané empirickou cestou, overené praxou v medziach dobovej technológie, neskôr abstrakciou zovšeobecnené, idealizované, realizované myšlienkovými experimentmi. Teoretické základy matematiky sú tvorené systémom štruktúrnych a formálno-logických postupov s deduktívno-axiomatickým poňatím výstavby. Filozoficko-gnozeologický podklad obsahuje systém princípov a metód poznávacej činnosti v matematike (napr. vzťahy medzi deduktívnou, induktívnou, axiomatickou a konštruktívnou metódou, modelovanie teórií, pravdivosť a dokázateľnosť, konečné a nekonečné a pod.). Matematika je živý, rozvíjajúci sa myšlienkový poznatkový organizmus, ktorý sa neustále obsahovo rozširuje i prehlbuje.

Hlavné etapy vývoja

1. Obdobie tvorby elementárnych matematických pojmov

→ ***prehistória – 6. stor. pred n. l.:***
početné záznamy – vrubovky asi pred 28 000 rokmi, ornamenty na nádobách asi 5. – 4. tisíc rokmi pred n. l., Sumeri medzi Eufratom a Tigrisom mali číselné znaky asi 2800 rokov pred n. l., matematické úlohy a ich riešenie na staroegyptských dokumentoch (Rhindovom a Moskovskom papyruse) asi 1800 rokov pred n. l.

2. Obdobie matematiky konštantných veličín

→ ***6. stor. pred n. l. – 4. stor. n. l.*** **– vytvorenie matematiky ako vedy v Grécku**:
Táles – zaviedol pomery a úmery, pracoval s podobnosťou trojuholníkov, **Pytagoras** – kult a mystika čísel, nesúmerateľnosť úsečiek, **Euklides** – dedukcia z axióm, *Základy;* **Archimedes** – povrchy a objemy, pravidelné telesá. **Apollonios**, **Diofantos**

→ ***potom do konca 16. stor.*** **– obdobie elementárnej matematiky**
v stredoveku: **Boethius** prekladal Platóna, Euklida do latinčiny, **Alcuin z Yorku**, **Al Chvárizmí**, zachovali arabskú M pre Európu, **Leonardo Pisánsky**
(13.stor.) zhrnul dobové poznatky a zaviedol indicko-arabský zápis číslic, **Thomas Bradwardinus** a **Nicole Oresme** začiatkom 14. stor. dosiahli pozoruhodné matematické výsledky. V riešení rovníc vyšších stupňov uspeli začiatkom 16. stor. **Tartaglia**, **Cardano**, **Bombelli**, **Viete**.

3. Obdobie matematiky premenných veličín

→ ***17. – 1/2 19. storočia***
– zavedenie analytickej geometrie (*Descartes, Fermat*),
– diferenciálny a integrálny počet (*Newton, Leibniz*),
– rozvoj matematickej analýzy (*Bernoulliovci, Laplace, Lagrange, Fourier, Cauchy, Euler, Gauss*),
– objav neeuklidovskej geometrie (*Lobačevskij, Bolyai, Gauss*).

4. Obdobie matematiky zovšeobecnených kvantitatívnych a priestorových vzťahov

→ ***od 1/2 19 stor.:***
Cantor – teória množín;
Russell, Whitehead – rozvoj formálnej logiky;
Galois, Abel – teória grúp,
Wiener – kybernetika, počítače,
Gödel – nemožnosť úplne formalizovať matematiku a dokázať bezospornosť.

Kto sa obmedzuje len na súčasné,
bez vedomosti o minulom,
ten nikdy súvislosti nepochopí (G.W. Leibniz).

Dejiny matematiky sú spoločenskovedná i matematická disciplína, významná hlavne pre didaktiku a vyučovanie matematiky. História matematiky podstatne odráža vývoj celej ľudskej civilizácie. Z matematiky sa stal nástroj ľudského ducha na správne a presné myslenie.

Úloha dejín matematiky:

- *nájsť zákonitý, historicky objektívny postup vývoja matematiky v spoločenských a kultúrnych súvislostiach z pôvodných prameňov;*
- *zhrnúť a interpretovať materiál z minulosti do zovšeobecňujúcich záverov;*
- *objasniť predmet matematiky a jeho zmeny, vzťah k iným vedám;*
- *presne stanoviť vnútornú logiku vývoja matematiky, príčiny špecifík jej rozvoja, obsah a vývoj základných problémov;*
- *ukázať spoločenské zázemie i praktické aplikácie matematiky.*

Poznanie základných javov z histórie matematiky umožňuje:

- *poznať a prehĺbiť význam matematiky a jej prakticko-spoločenského uplatnenia;*
- *zvýrazniť motiváciu štúdia matematiky všeobecne a niektorých konkrétnych didaktických postupov zvlášť;*
- *lepšie chápať filozoficko-metodologické pozadie matematických abstrakcií a idealizácií v nadväznosti na celú štruktúru ľudského myslenia;*
- *sprístupniť dobové spoločenské zázemie a úlohu ľudských osobností významných matematikov;*
- *popularizovať okolnosti tvorivého bádania v matematických disciplínach.*

Psychické procesy najviac ovplyvňujúce rozvoj matematického myslenia:

- *schopnosť poznávať časovo-priestorové súvislosti;*
- *pamäť, schopnosť uchovať si vo vedomí to, čo vnímal, pozoroval, prežil;*
- *predstavivosť, schopnosť myšlienkovo abstrahovať a idealizovať, definovať pojmy a uvažovať o nich;*
- *viera v kauzalitu, myšlienkové spájanie podobných javov, ich príčin a následkov;*
- *schopnosť tvoriť algoritmy, pravidlá hry, harmonickú spoluprácu.*

Vo vývoji matematiky boli aj zásadné problematické situácie:

1.**kríza:** *objav iracionálnych čísel, nesúmerateľnosť úsečiek, napr. na vyjadrenie √2 nestačí konečný počet číslic (neukončený neperiodický rozvoj)*
2.**kríza:** *pojem nekonečne malej veličiny, definícia limity, problém spojitosti*
3.**kríza:** *existencia aktuálneho nekonečna, mohutnosť nekonečných množín, paradoxy teórie množín a matematickej logiky*

Pozorované javy sveta, v ktorom žijeme, vieme skúmať aj matematicky (zdôraznením merateľného a vyčísliteľného, schopnosťou kvantifikovať, abstrahovať a zovšeobecňovať pravidelnosti, študovať špeciálne ideálne myšlienkovo-logické štruktúry, vytvárať modely na základe dedukcie v axiomatickej sústave definícií, viet a logických dôkazov, algoritmizovať úspešné myšlienkové postupy, vylučovať protirečenia a vnímať aj vlastné systémovo-metodologické obmedzenia). Matematika sa stala medzisvetom porozumenia medzi prírodou a ľudskou mysľou, putom medzi človekom a svetom, v ktorom žije, sprostredkujúcou sférou medzi konkrétnym zmyslovým a ideálnym duchovným prostredím.

- *História matematiky môže pripomenúť veľké problémy a veľké ciele, ..., môže naučiť pokore tvárou v tvár veľkým dielam minulosti* (M. Kline, 1908–1992).
- *Na dějinách matematiky můžete sledovat celý myšlenkový vývoj lidstva. Vezměte si jména velkých filozofů a zjistíte, že to byli matematici. Od Platóna až po Husserla.*

(P. Vopěnka, *1935).

Matematika bez svojej histórie neexistuje.

STRUČNÝ PREHĽAD OBJAVOV V MATEMATIKE

Matematika je prakticky tak dlho na svete ako ľudstvo. Prvé predstavy o číslach a o jednoduchých rovinných útvaroch, ktorými sa začína vyučovanie geometrie, vznikli už v dobe kamennej. Významné matematické predstavy vznikali v starovekom Grécku. *Táles*, *Pytagoras*, *Euklides*, *Archimedes* sú zapísaní medzi významných matematikov. Dvadsiate storočie ponúklo myšlienku: *História matematiky môže pripomenúť veľké problémy… môže naučiť pokore tvárou v tvár veľkým dielam minulosti* (M. Kline, 1908–1992). Moderná doba je prejavom rozšírenia matematickej kultúry. *Zaujatie matematikou sa dá porovnať so záujmom o mytológiu, literatúru alebo hudbu. Je to jedna z najvlastnejších oblastí človeka, v nej sa prejavuje ľudská podstata, túžba po intelektuálnej sfére života, ktorá je jedným z prejavov harmónie sveta* (H. Weyl, 1885–1955).

10 – 30 tisíc rokov pred n. l.	– věstonická vrubovka (18 cm dlhá kosť mladého vlka s 55 zárezmi)
5 tisíc rokov pred n. l.	– geometrické ornamenty (váza z Mezopotámie)
začiatok 3. tisícročia pred n. l.	– v písomných pamiatkach v Uruku (Irak) sa objavila číselná symbolika
	– sumerské klinopisné texty používali šesťdesiatkovú nepozičnú číselnú sústavu
	– starovekí Číňania robili trigonometricko–astronomické výpočty
2000 rokov pred n. l.	– v mezopotámskych textoch sa používala pozičná šesťdesiatková sústava
	– starobabylonské klinové dosky obsahovali rovnice (kvadratické i kubické) s viacerými neznámymi, druhú a tretiu odmocninu, pytagorovské trojice čísiel
1800 pred n. l.	– staroegyptské dokumenty (*Moskovský* a *Rhindov papyrus*) obsahovali základné matematické operácie, počítanie so zlomkami, riešenie kvadratickej rovnice, jednoduché postupnosti, obsahy a objemy základných útvarov
7. stor. pred n. l.	– v Indii poznali Pytagorovu vetu, približné hodnoty $\sqrt{2}$ a π, počítali obsahy plôch
6. stor. pred n. l.	– ***Táles z Milétu*** meral výšku pyramíd na základe podobnosti trojuholníkov, vyslovil vetu o pravom uhle nad priemerom kružnice

	– v Číne formuloval ***Čhen–c*** vetu o vzťahu štvorcov nad stranami pravouhlého trojuholníka
530 pred n. l.	– ***Pytagoras z Krotonu*** založil spolok, ktorého členovia urobili všeobecný dôkaz Pytagorovej vety, študovali základy teórie čísel, priblížili sa k pojmu iracionálneho čísla
4. stor. pred n. l.	– ***Eudoxos z Knidosu*** vypracoval tzv. *exhaustívnu metódu*, ***Theaitetos*** vytvoril teóriu iracionality a položil základy stereometrie
310 – 280 pred n. l.	– v Alexandrii ***Euklides*** zhrnul matematické poznatky do logického systému – *Základy*
	– ***Eratostenes*** vytvoril *sito*, ***Archimedes*** odvodil vzorce pre objem valca, kužeľa, gule, odhadol π
3. stor. pred n. l.	– ***Apollonios*** podal systematický výklad kužeľosečiek
	– v Číne vyšla zbierka *Matematika v deviatich knihách*
152 pred n. l.	– ***Herón*** zhrnul poznatky gréckej matematiky, sformuloval spôsob číselného riešenia kvadratických rovníc
1. stor. n. l.	– ***Nikomachos*** spracoval *Úvod do aritmetiky*
2. stor. n. l.	– ***Ptolemaios*** vo svojom *Almageste* uviedol vetu o štvoruholníku vpísanom do kruhu
3. stor. n. l.	– ***Diofantos*** systematicky používal algebrické symboly, vyslovil niekoľko viet z teórie čísel
	– v Číne sa objavili desatinné zlomky
okolo 595	– v Indii sa používala desiatková pozičná sústava
okolo 620	– ***Brahmagupta*** v Indii všeobecne vyriešil neurčité rovnice prvého stupňa
prvá polovica 9. stor.	– ***Al Chovárizmí*** rozšíril indický pozičný systém a prepracoval Diofantovu *Aritmetiku*
okolo 1000	– poznatky sférickej trigonometrie (***Abú–l–Vafá***)
1202	– ***Leonardo Pisano*** (*Fibonacci*) vydal v Európe prvú knihu o arabskej aritmetike a algebre, vysvetlil desiatkovú sústavu (*Liber Abaci*)
1220	– použitie planimetrie a stereometrie ukázal ***L. Pisano*** v práci *Practica geometriae*

1303 – v Číne je publikovaný tzv. Pascalov trojuholník binomických koeficientov až do 8. stupňa

1328 – 1335 – ***Bradwardinus*** sa venoval otázkam spojitosti a pretržitosti, aktuálnemu i potencionálnemu nekonečnu

1464 – 1494 – ***Müller*** (***Regiomontanus***) systematicky spracoval trigonometriu

– ***Paciolli*** v *Summe de arithmetica* zhrnul výsledky vývoja aritmetiky, zaviedol zjednodušenú symboliku

1544 – ***Stiffel*** objasnil koncepciu logaritmov (*Arithmetica integra*)

1545 – ***Cardano*** publikoval *Ars Magna* spolu s algebraickým riešením kubických rovníc (***S. del Ferro***, ***N. Tartaglia***)

1572 – ***Bombelli*** vo svojej *Algebre* vyložil teóriu imaginárnych čísiel

1585 – ***Stevin*** zaviedol počítanie s desatinnými zlomkami

1591 – ***Viete*** zaviedol algebrickú symboliku v *Úvode do analytického umenia*

1596 – ***Ludolf van Ceulen*** vypočítal π na 35 desatinných miest, uverejnil ich v roku 1615

1614 – ***Napier*** publikoval návod na počítanie s logaritmami

1620 – ***Bürgi*** používal logaritmy (žil v Prahe)

1624 – ***Briggs*** uverejnil logaritmické tabuľky so základom 10

1635 – ***Cavalieri*** publikoval úvahy o infinitezimálnych veličinách, ***Fermat*** vypracoval metódu určenia dotyčnice krivky, vznikajú základy diferenciálneho a integrálneho počtu

1637 – ***Descartes*** vydal *Rozpravu o metóde* a v časti *Geometria* vyložil metódu súradníc i základy analytickej geometrie

1639 – ***Desargues*** rozvinul projektívne vlastnosti geometrických útvarov

1642 – ***Pascal*** skonštruoval počítací stroj

1654 – ***Pascal*** publikoval tzv. *aritmetický trojuholník*, ku ktorému dospel pri štúdiu kombinatorických problémov

druhá polovica 17. storočia	– ***Fermat*** a ***Pascal*** položili základy teórie pravdepodobnosti, ***Huygens*** publikoval prvé práce (1657)
	– ***Wallis*** zaviedol nekonečné rady a súčiny (1655)
	– ***Leibniz*** publikoval *Dissertatio de arte combinatoria* (1666)
1665 – 1686	– ***Newton*** a ***Leibniz*** vytvorili (nezávisle) infinitezimálny počet a základy teórie symetrických funkcií
1687	– vyšli Newtonove *Matematické princípy prírodnej filozofie*
1696	– ***l´Hospital*** publikoval prvú učebnicu diferenciálneho počtu
prvá polovica 18. stor.	– ***Moivre***, ***Stirling***, ***Maclaurin***, ***Euler*** a iní rozpracovali základy analytických metód teórie pravdepodobnosti
	– ***Jakub Bernoulli*** publikoval *Ars conjectandi*, odvodil zákon veľkých čísel, položil základy variačného počtu
	– ***Taylor*** odvodil všeobecný vzorec pre rozvoj funkcií do mocninového radu
	– ***Moivre*** ukázal formulu pre mocniny komplexných čísiel
	– ***Clairaut*** začal študovať analytickú a diferenciálnu geometriu priestorových kriviek
	– ***Saccheri*** prepracoval axiomatiku Euklidovej geometrie (1733)
	– ***Euler*** formuloval problém mostov v Kráľovci ako úlohu kombinatorickej topológie (1735), vypracoval metódu riešenia neurčitých rovníc, dokázal malú *Fermatovu vetu* (1736), položil základy variačného počtu (1744), vydal *Úvod do analýzy* (1748) a podal ucelený výklad diferenciálneho (1755) a integrálneho počtu (1768)
	– ***Cramer*** používal determinanty (1750)
2. polovica 18. stor.	– ***Riccati*** zaviedol hyperbolické funkcie (1757)
	– ***Lambert*** dokázal iracionalitu čísla π (1761)
	– ***Lagrange*** položil základy modernej algebry, rozpracoval analytický variačný počet (1770)
	– ***Monge*** vydal *Deskriptívnu geometriu* (1799)
	– ***Gauss*** dokázal zákon reciprocity kvadratických zvyškov

(1796), podal presný dôkaz základnej vety algebry (1799), vypracoval metódu najmenších štvorcov, *Základy aritmetiky* (1801)

1814 – ***Laplace*** zaviedol všeobecné metódy riešenia diferenciálnych rovníc (*Laplaceova transformácia*)

1817 – ***Bolzano*** spresnil definíciu limity a spojitosti, určil kritériá konvergencie

1821 – ***Cauchy*** zaviedol presné kritériá pre konvergenciu nekonečných radov a vymedzil pojem absolútnej konvergencie

1822 – ***Fourier*** rozpracoval metódu integrácie parciálnych diferenciálnych rovníc

1824 – ***Abel*** dokázal, že neexistuje vzorec (pomocou radikálov) na vyriešenie algebrických rovníc stupňa vyššieho než štvrtého

1825 – ***Cauchy*** systematicky rozvinul teóriu komplexných funkcií

1826 – ***Lobačevskij*** zverejnil neeuklidovskú geometriu

1828 – ***Abel*** a ***Jacobi*** rozvinuli teóriu eliptických funkcií

1831 – 1832 – ***Galois*** vytvoril koncepciu teórie grúp

1832 – 1833 – ***Bolyai*** publikoval základy neeuklidovskej geometrie

1835 – ***Babbage*** navrhol plán samočinného počítača

– ***Hamilton*** publikoval presnú teóriu komplexných čísel

1837 – ***Wantzel*** dokázal, že trisekcia ľubovoľného uhla je neriešiteľná

1843 – ***Hamilton*** objavil kvaternióny

1844 – ***Liouville*** dokázal vetu na zisťovanie racionálnosti čísel

1847 – ***Boole*** položil základy modernej formálnej matematickej logiky (*Matematická analýza logiky*), vydal *Zákony myslenia* (1854)

1851 – vyšli (posmrtne) Bolzanove *Paradoxy nekonečna*

1851 – 1866 – ***Riemann*** spresnil a zovšeobecnil pojem integrálu, zaviedol do analýzy topologické metódy, napísal práce o trigonometrických radoch, vybudoval tzv. *Riemannovu geometriu*

1858	– ***Möbius*** ukázal príklad jednostrannej plochy
	– ***Cayley*** ucelene vyložil základy teórie matíc
1858 – 1872	– ***Clebsch*** vytvoril tzv. algebraickú geometriu
1866	– ***Beltrami*** a ***Klein*** vytvorili model neeuklidovskej geometrie
1870	– ***Jordan*** rozpracoval teóriu grúp
1872	– ***Dedekind*** publikoval teóriu reálnych čísel
	– ***Klein*** v *Erlangenskom programe* vysvetlil význam grúp pre klasifikáciu rôznych oblastí matematiky
1873	– ***Hermite*** dokázal transcendenciu čísla e
1874 – 1878	– ***Cantor*** rozpracoval teóriu množín
1881	– ***Gibbs*** pripravil základy vektorovej analýzy
1882	– ***Lindemann*** ukázal, že π je transcendentné číslo
	– ***Poncelet*** prispel k rozvoju projektívnej geometrie
1883 – 1887	– ***Cantor*** vytvoril teóriu iracionálnych čísel a teóriu množín, systematicky študoval pojem nekonečna
1884	– ***Ricci*** položil základy tenzorového počtu
1889	– ***Frege*** prispel k systematickej formalizácii logiky (*Základy aritmetiky*)
	– ***Peano*** pripravil axiomatiku prirodzených čísel
1890	– ***Cantor*** uviedol diagonálnu metódu, ***Schröder*** rozvinul matematickú logiku
1898	– ***Borel*** modernizoval pojmy teórie miery
1899	– ***Hilbert*** podal úplnú axiomatickú sústavu geometrie (*Základy geometrie)*
1900	– ***Hilbert*** na medzinárodnej konferencii matematikov v Paríži forrmuloval 27 problémov
začiatok20. stor.	– ***Lebesque*** rozšíril pojem integrál (1901)
	– ***Zermelo*** sformuloval axiómu výberu (1904), zaviedol do

teórie množín axiomatický systém (1908)

– ***Voltera***, ***Banach***, ***Frechet*** položili základy funkcionálnej analýzy

– ***Levi–Civita*** rozvinul absolútny diferenciálny a tenzorový počet

– ***Brouwer*** položil základy modernej topológie (1907)

1910 – 1913 – *Principia mathematica* (***Russell, Whitehead***)

1914 – ***Hausdorff*** rozvinul pojem topologického priestoru

1922 – ***Banach*** zovšeobecnil pojem topologického zobrazenia a vyslovil vetu o pevnom bode

1928 – ***Neumann*** formuloval základy teórie hier

1931 – ***Gödel*** dokázal dôležité vety o všeobecných vlastnostiach logických systémov (vety o neúplnosti)

1933 – ***Kolmogorov*** axiomatizoval teóriu pravdepodobnosti

1936 – ***Turing*** a ***Post*** vytvorili koncepciu abstraktného matematického stroja

1939 – skupina matematikov ***Bourbaki*** začala systematicky a logicky usporadúvať celú matematiku na základe všeobecných princípov (*Základy matematiky*)

1940 – ***Gödel*** ukázal, že ak je teória množín bezosporná, bude bezosporná aj po pridaní axiómy výberu alebo hypotézy kontinua

1948 – ***Shanon*** vytvoril základy teórie informácií

– ***Wiener*** vypracoval teoretické základy kybernetiky

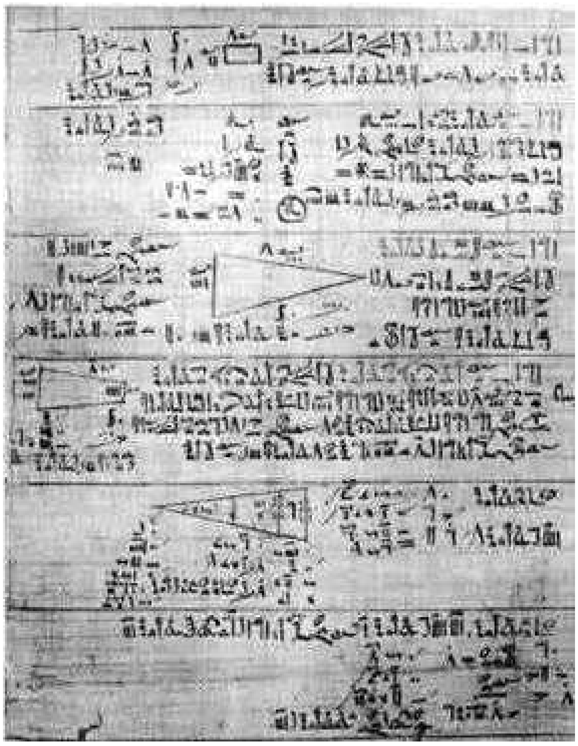
1949 – ***Erdös*** a ***Selberg*** zjednodušili dôkaz vety o rozdelení prvočísiel

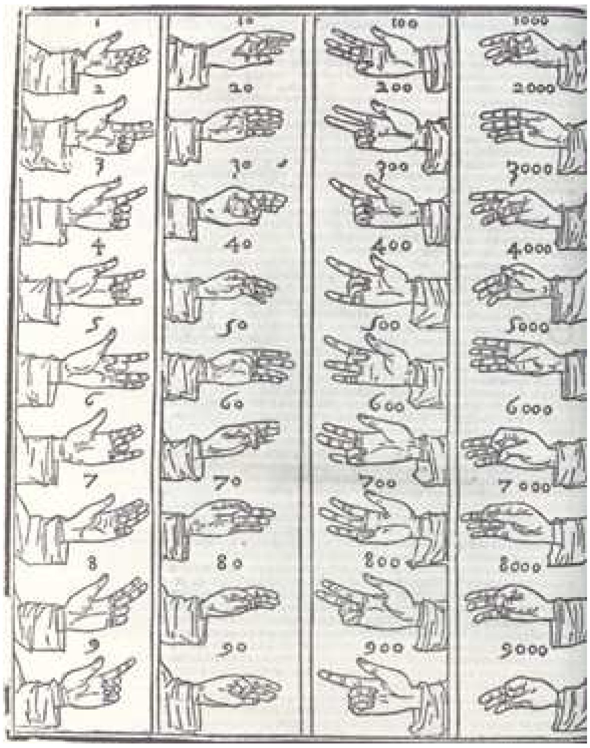
1955 – ***Cartan*** a ***Eilenberg*** rozvinuli homologickú algebru

1963 – ***Cohen*** podal riešenie problému hypotézy kontinua

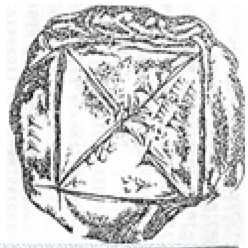
1976 – ***Appel*** a ***Haken*** využitím počítačového programu vyriešili problém štyroch farieb

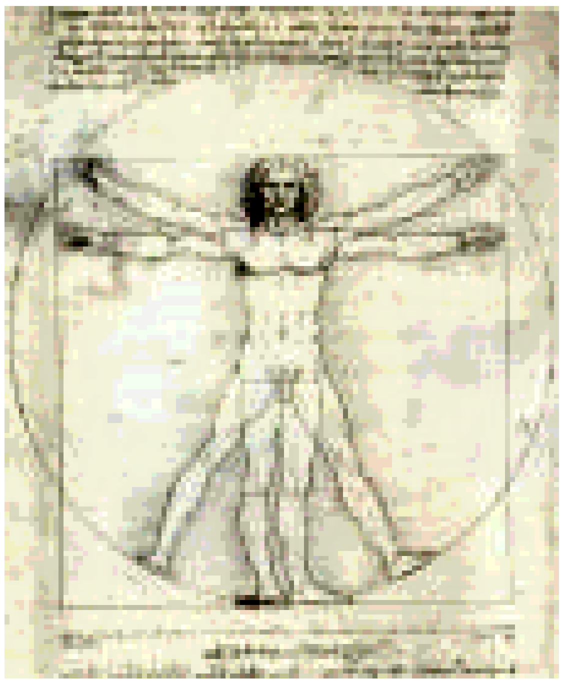
1993 – 1994 – **Wiles** podal ucelený dôkaz *Fermatovej vety*




1 10 100 1000
2 20 200 2000
3 30 300 3000
4 40 400 4000
5 50 500 5000
6 60 600 6000
7 70 700 7000
8 80 800 8000
9 90 900 9000


Geometria speculatiu
Thome brauardini recoligens omnes conclusiones
metricas studentib' artiū z philosophie aristotelis v
necessarias simul cum quodam tractatu de quadrat
circuli nouiter edito.
Fides
Facit





Čriepky z histórie matematickej kultúry

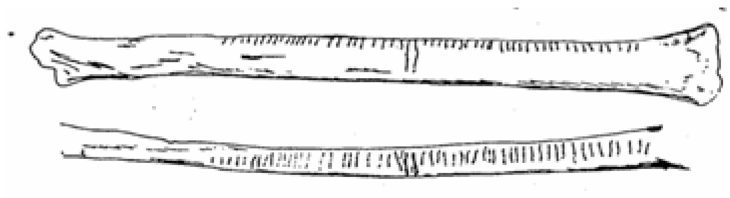
Čriepky (1)

Z filozofického slovníka

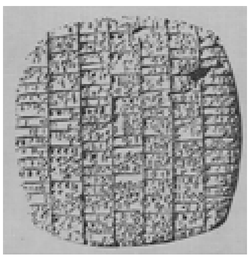
Mathéma znamená v gréčtine učenie, poznanie, vedomosť. Všeobecná matematika je súbor vied, ktoré svojou metódou umožňujú spoznať to, čo sa dotýka poriadku a miery, nezávisle od nejakého jednotlivého predmetu. Matematiku môžeme chápať aj ako systém logicky deduktívne odvodzovaných tvrdení, ktoré sa opierajú o základné matematické pojmy, axiómy a spôsoby dôkazov (sústava dokázateľných formúl). Správne pochopiť, čo je matematika, znamená, spoznať proces jej vývoja. Matematické teórie sú pokusom formálne zachytiť časť reálnej skutočnosti a myšlienkovej aktivity ľudského ducha. *Matematika je široká nádherná krajina, otvorená pre všetkých, ktorým myslenie prináša skutočnú radosť* (W. Fuchs).

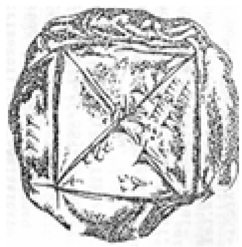
Vrubovky

Ani dejiny matematiky nezačínajú určitým dátumom. Medzi najstaršie dokumenty početného záznamu patrí 18 cm dlhá kosť mladého vlka s 55 zárezmi, nájdená profesorom K. Absolónom roku 1936 pri Dolních Věstonicích na Morave. Jej vek sa odhaduje na 28 – 25 tisíc rokov. Podobné vrubovky, rováše sa našli aj v Zaire a Južnej Afrike, vo Francúzsku i na Sibíri. O spôsobe ich použitia sa mienky rôznia.

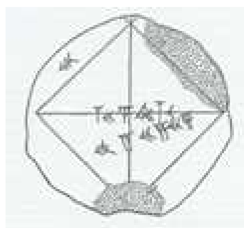


Medzi Eufratom a Tigrisom





Medzi najstaršie kultúrne oblasti sveta patrí územie medzi riekami Eufrat a Tigris. Sumeri už približne 3300 rokov pred n. l. poznali slabičné písmo (asi 400 znakov). Z obdobia okolo 2800 rokov pred n. l. sa zachovala sumerská tabuľa s číselnými znakmi. Vieme, že klinovým písmom zapisovali čísla v šesťdesiatkovej sústave. V starovekom Babylone zaznamenali do obrázku štvorca so stranou 30 aj dĺžku jeho uhlopriečky ako $42+\frac{25}{60}+\frac{35}{60^2}$. Hodnotu $\sqrt{2}$ uvádzali ako $1+\frac{24}{60}+\frac{51}{60^2}+\frac{10}{60^3}$. Dnes to znamená pre veľkosť uhlopriečky presnosť až na 5 desatinných miest. Mezopotámska matematika sa dostala do základov nielen číselných symbolov, ale aj do babylonskej šesťdesiatkovej a neskôr i do desiatkovej číselnej sústavy. Nečakanou zaujímavosťou je aj fakt, že bola nájdená tabuľka s hodnotami pätnástich pytagorovských trojuholníkov. Viac než tisíc rokov pred Pytagorom bola známa tzv. *Pytagorova veta*.



Regula falsi – falošný predpoklad

Už veľmi dávno v egyptskej škole (sú o tom doklady na zachovaných papyrusoch z 18. storočia pred naším letopočtom) riešili úlohu: *Celok a jeho štvrtina dávajú 15. Koľko je celok?* Zachoval sa tento návod: *Počítaj so štyrmi, k tomu musíš pridať štvrtinu, tj. jednu; spolu je to 5. Vydeľ 15 piatimi, dostaneš tri. To vynásob štyrmi. Hľadané množstvo celku je 12.* V dnešnej dobe by sme postup zapísali a vysvetlili takto: $x + (x/4) = 15$, nech $x = 4 \cdot k$, potom $4 \cdot k + (4 \cdot k)/4 = 15$, teda $k = 15/5 = 3$, ale to znamená, že $x = 4 \cdot 3 = 12$. Takýto postup dnes nazývame ***metóda falošného predpokladu – regula falsi***. Uplatňujeme ho napr. aj pre približné určenie koreňov rovnice $f(x) = 0$ metódou tetív alebo dotyčníc.

Čriepky (2)

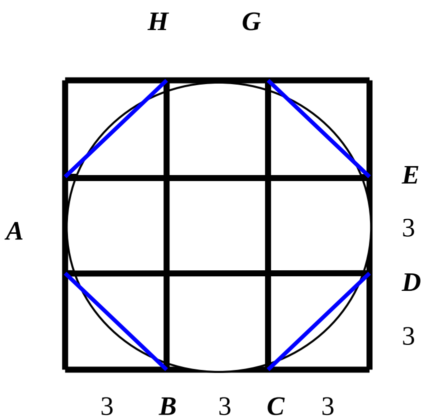
Charakteristika egyptského pisára

Praktické potreby už v v období starého Egypta utvárali matematiku ako metódu riešenia hospodárskych problémov (spotreba osiva, výnos z polí, meračské práce, stavba pyramíd). Jeden z moderných historických názorov ponúka túto charakteristiku: Pisári (hierogramati, harpedonapti) tvorili tretiu kastu egyptských kňazov. V náboženských sprievodoch sa objavoval pisár na treťom mieste. Mal na hlave perá, v rukách držal knihu, pravítko, kalamár a tyčinku na písanie. Do jeho povinností patrilo všetko, čo sa vzťahovalo na stavebnú činnosť chrámov a ich pozemkového vlastníctva. Pisári museli poznať hieroglyfy a vonkajšie ozdoby chrámov, vedieť zakresľovať tok Nílu. Mali vedomosti z astronómie, geometrie i geografie. Povinné znalosti pre nich boli sústredené do deviatich kníh zo 42 tých, ktoré boli určené pre nevyhnutné poznatky šiestich vrstiev kňazskej kasty. Je zrejmé, že matematické, astronomické a geografické vedomosti tvorili hlavnú odbornosť týchto pisárov.

Významné papyrusy

Jeden z najstarších písomných matematických dokumentov (z obdobia asi 18. – 16. stor. pred n. l.) je ***Rhindov papyrus*** (534 *cm* x 32 *cm*), papyrusový zvitok nájdený roku 1858, odkúpený škótskym antikvariátnikom H. Rhindom, uložený v Britskom múzeu v Londýne, prezývaný aj ***Ahmesov papyrus***. Je na ňom 84 úloh napísaných pisárom Ahmesom. Text začína takto: *Presné počítanie – vstup do znalostí všetkých existujúcich vecí a všetkých temných záhad…* Toto dielo písal *Ahmes* okolo roku 1650 pred n. l. ako opis spisu z obdobia rokov 2000 až 1800 pred n. l. a možno niektoré poznatky sú až z časov stavby pyramíd od *Imhotepa* okolo roku 2800 pred n. l. Z papyrusu sa môžeme dočítať o už vtedy významnom postavení matematiky, ktorá je zasvätená *dokonalému a podrobnému skúmaniu všetkých vecí, pochopeniu ich podstaty a poznaniu všetkých tajomstiev*.

V jednej úlohe sa predpokladá, že plocha kruhu s priemerom 9 jednotiek je rovnaká ako plocha štvorca so stranou dlhou 8 jednotiek. Možno to vysvetliť aj takto: Ak danej kružnici, napr. s priemerom $d = 9$, opíšeme štvorec a rozdelíme stranu štvorca na tri časti (pozri obr.),



dostaneme 9 menších štvorcov, môžeme „vytvoriť“ v rohoch veľkého štvorca trojuholníky, aby sme dostali osemuholník *ABCDEFGH*. Veľkosť plochy tohto osemuholníka sa príliš nelíši od veľkosti plochy kruhu vpísaného do štvorca. Obsah osemuholníka je zhodný s plochou piatich menších štvorcov sčítaných s plochou štyroch trojuholníkov rohoch ($5\cdot3^2 + 4\cdot9/2 = 45 + 18 = 63$). To je približne $64 = 8^2$. Tak sa dá obsah kruhu s priemerom 9 jednotiek približne odhadnúť ako obsah štvorca o strane 8 jednotiek. Potom (v našom zápise) je obsah kruhu $\pi\cdot(9/2)^2 = 8^2$ a teda $\pi = (64\cdot4)/81 = 4\cdot(8/9)^2 = (16/9)^2 = 3{,}16049\ldots$ Tak sa už nečudujeme, že Egypťania tejto doby mali $\boldsymbol{\pi = (16/9)^2}$.

Čriepky (3)

Školy boli už v dávnoveku

Vieme, že Sumeri poznali koleso a klinové písmo už pred 5000 rokmi. Ich číselná symbolika sa objavuje v písomných pamiatkach z Uruku (dnešný stredný Irak). Staroveká kultúrna Mezopotámia poznala desiatkovo – šesťdesiatkovú nepozičnú číselnú sústavu, so zvláštnym znakom pre desiatkový i šesťdesiatkový rád. Boli nájdené hlinené tabuľky s textami, ktoré dosvedčujú existenciu školského systému pri chrámoch. Sumeri, Babylónčania i Egypťania mali už 2000 rokov pred n .l. pisárske školy, v ktorých sa pripravovali budúci zapisovači záznamov hospodárskych výsledkov, rozmerov pozemkov i výšky daní. Existujú vykopávky z mesta Mari, založenom Chammurabim na rozhraní 18. storočia pred n. l., ktoré potvrdzujú školskú miestnosť s kamennými lavicami a s veľkým množstvom tabuliek s klinovým písmom. Hlavnou náplňou v tejto škole asi bolo aj počítanie (sčitovanie, odčítavanie i hľadanie kvadrátov) a zostavovanie súpisov. Je teda možné tvrdiť, že mezopotámski, egyptskí, indickí i čínski pisári učili svojich synov riešiť aj matematické úlohy. Stavanie pyramíd v Egypte (2700–2400 pred n. l.) si ťažko dokážeme predstaviť bez astronomických znalostí (zameriavanie podľa svetových strán), geometrických zručností (vytýčenie pravého uhla, výpočtov výšok a sklonov). Viete akoby v dávnoveku rozdelil Egypťan 7 chlebov medzi 8 ľudí? Štyri chleby by rozrezal na polovice, dva na štvrtiny a jeden na osminy. Potom by všetko spravodlivo rozdelil na osem rovnakých kôpok.

Prastarý magický štvorec

V Číne okolo roku 1100 pred naším letopočtom. tiež vedeli, že trojuholník so stranami 3, 4 a 5 je pravouhlý. Ale už v období okolo 2200 rokov pred n. l. uvádzala kniha taoizmu pod názvom *Kniha premien* číselnú schému magického štvorca vyrytú v pancieri korytnačky:

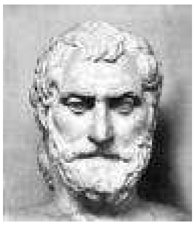
4 9 2

3 5 7 (súčet cifier v riadkoch, stĺpcoch i po uhlopriečkach je rovnaký)

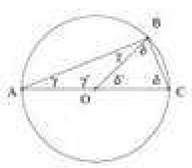
8 1 6

Základy čínskej matematiky sa tradujú v spise ***Matematika v deviatich knihách*** z obdobia vlády dynastie Chan (260 pred n. l. – 25 n. l.). V tomto diele starej čínskej matematickej literatúry sú zhrnuté poznatky z obdobia prvého tisícročia pred n. l. Je to akási encyklopédia vedomostí (zbierka 246 úloh) pre zememeračov, staviteľov, hospodárskych úradníkov, obchodníkov i remeselníkov. Tam sa po prvý raz v dejinách rozlišujú kladné a záporné čísla i uvádzajú pravidlá pre ich sčitovanie a odčítanie.

Iónsky Helén v základoch vzťahu k múdrosti

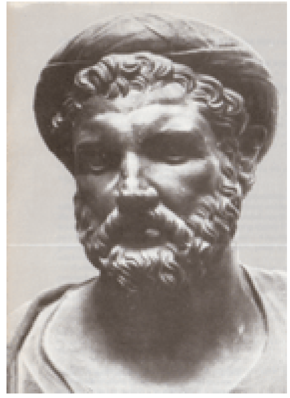


Patrí k najslávnejším zo „siedmych mudrcov“ starogréckeho sveta. **Táles z Milétu** (asi 624–547 pred n. l.), poslaním filozof, povolaním obchodník, geometer i astronóm. Po ňom je pomenovaná prvá všeobecná matematická poučka v dejinách vedy (*všetky obvodové uhly nad priemerom kružnice sú pravé*). Z egyptských základov rozvinul ďalšie významné geometrické poznatky (o trojuholníku vpísanom do kruhu, o vlastnostiach podobných trojuholníkov). Vedel o periodicite zatmení Slnka i Mesiaca (predpovedal zatmenie Slnka na 28.5. roku 585 pred n. l.), usúdil, že Zem je guľatá a koľko dní má rok. Skonštruoval diaľkomer, na určovanie vzdialenosti lodí od brehu, zo zmeranej dĺžky tieňa určil výšku pyramíd. Vďaka poznatkom z meteorológie (nílske záplavy, úrodné roky) zbohatol, pretože včas skúpil lisy na ovocie a potom ich výhodne prenajímal). Aj keď osobne nič nenapísal, tradujú sa jeho výroky: *Čo je božské? To, čo nemá počiatok ani koniec... Najmúdrejší je čas, lebo objaví všetko... Ako žiť najlepšie a najspravodlivejšie? Nerobiť to, čo vyčítame iným.* Slávny občan milétsky sa asi ani neoženil, lebo raz tvrdil, že nie je na to ešte potrebný čas a po rokoch zasa prízvukoval, že už na to nie je vhodná doba.



Čriepky (4)

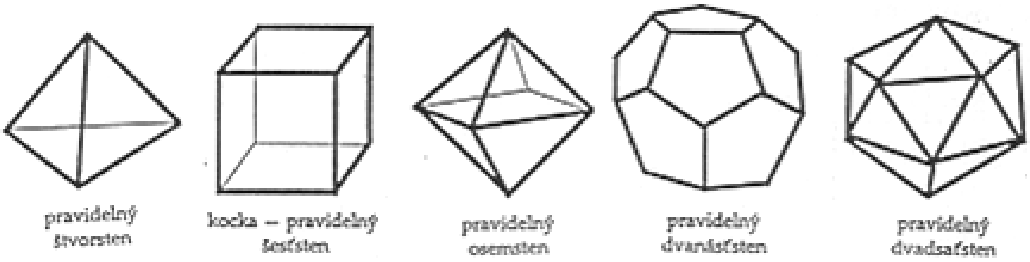
Veľmi známa veta



Skoro každý ju pozná. V škole ste o nej počuli: *Obsah štvorca zostrojeného nad preponou pravouhlého trojuholníka sa rovná súčtu obsahov štvorcov zostrojených nad oboma odvesnami.* Poznáme viac než sto rôznych dôkazov tejto Pytagorovej vety. Prirodzené čísla a, b, c, pre ktoré platí $a^2 + b^2 = c^2$ sa hovorí *pytagorovská* trojica čísiel. **Pytagoras** (asi 570 – 496 pred n. l.) odhalil, že čísla s touto vlastnosťou možno vytvárať podľa vzťahov $a = 2n + 1$, $b = 2n^2 + 2n$, $c = 2n^2 + 2n + 1$, kde n je ľubovoľné prirodzené číslo. On a jeho žiaci, *pytagorovci*, odhalili až neskutočnú harmóniu celočíselných vzťahov v štruktúre nimi poznávaného sveta, nadchli ich nemenné zákonitosti geometrie aj aritmetiky. Svet prirodzených čísiel pochopili ako riadiaci princíp vesmíru. Objavili matematiku ako metódu argumentácie a logického odvodenia. Vycítili, že prostredníctvom čísel sa dozvedáme skutočnú pravdu. Svoj prehnaný mysticizmus o všemohúcnosti prirodzených čísiel ale svojou vedou aj obmedzili. Odhalili nesúmerateľnosť strany a uhlopriečky štvorca (číslo $\sqrt{2}$ je iracionálne, nedá sa vyjadriť ako pomer dvoch nesúdeliteľných prirodzených čísiel). Vlastnou metódou prerušili svoje ilúzie. Traduje sa, že keď sa pýtali Pytagora, koľko má nasledovníkov, vraj vtipne odpovedal: *Polovica z nich sa učí len matematiku, štvrtina študuje len prírodovedu, sedmina iba mlčanlivo premýšľa a zvyšok sú tri dievčatá.* Koľko nasledovníkov mal Pytagoras?

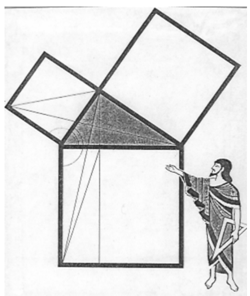
Platónske telesá

Pred 2500 rokmi mali etruské deti obľúbenú hračku – pravidelný dvanásťsten (vykopávky v Monte Loffa pri Padove). Hračka z Ptolemaiovej doby, vystavená v egyptologických zbierkach Britského múzea v Londýne, má tvar pravidelného dvanásťstena. Ktoré telesá spĺňajú definíciu pravidelného mnohostena? Tie, ktoré sú konvexné, majú všetky steny zhodné pravidelné n – uholníky a pri každom vrchole je zoskupený rovnaký počet hrán (stien). Takýchto telies je len päť a majú prezývku *platónske*. V starom Grécku ich vlastnosti podrobne študoval aj filozof **Platón** (427–347 pred n. l.).



Zamyslite sa nad tvrdením, že platónskych telies (ako typov) je len a práve päť.

Aj výchovné podnety z dávnej matematickej histórie



Táles (asi 624–547 pred n. l.): *Nerobme to, čo odsudzujeme u druhých... Neber od otca, čo je zlé... Smutná je nečinnosť, škodlivá nemiernosť, obťažná nevzdelanosť... Nebohatni nesprávnym spôsobom... Nestačí mať čisté ruky, treba mať ducha čistého... Najťažšia vec – poznať sám seba. Najľahšia vec – radiť druhým.*

Pytagoras (asi 570–496 pred n. l.): *Boh dal človeku dve ruky, aby ho neobťažoval s každou maličkosťou... Úlohou výchovy je prebudiť v človeku génia... Pravé a dokonalé priateľstvo znamená spojiť veľa vecí a tiel v jedno srdce a jediného ducha... Najkratšie odpovede – áno a nie – vyžadujú najdlhšie rozmýšľanie... Z každého polena Merkura nevyrežeš... Rob veľké veci bez sľubov... Mlč, alebo povedz niečo, čo je lepšie ako mlčať.*

Čriepky (5)

Platón a matematika

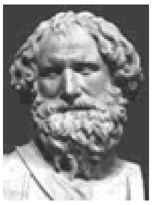
V starovekom Grécku sa do dejín matematiky zapísal aj filozof **Platón** (427–347 pred n. l.), aténsky aristokrat, ktorý vraj mal nad vchodom Akadémie vytesané*:* ***Nevstupuj, kto neovládaš geometriu.*** To vtedy, aj dnes, znamená, zvýraznenie užitočnosti myslenia spôsobom geometrickým, teda schopnosť vybadať idey, podstatu abstrakcie, uplatňovať rozum a pravdu. Platón to vo svojej Ústave vyjadril slovami: *Pri lepšom chápaní všetkých ostatných vied bude nesmierne vo výhode ten, kto sa zaoberal geometriou, pred tým, kto to nerobil*. Nielenže poznal napr. spôsob vytvárania pytagorovských čísiel ($a^2+b^2=c^2; a=4p^2-1, b=4p, c=4p^2+1,$ kde p je ľubovoľné prirodzené číslo väčšie ako 1) a mechanické zariadenie (križiak – dva do seba uložené pravouholníky) na vyriešenie známej úlohy o zdvojení kocky, ale on požadoval riešenie geometrických úloh iba pomocou kružidla a pravítka. Veľmi dobre pochopil: *Najušľachtilejšia sila našej duše je schopnosť, ktorá sa spolieha na meranie a výpočet... Počty a merba vedú k rozumovému poznávaniu, k pravde a lepšiemu pochopeniu všetkých náuk... Matematika ponúka skvelý prostriedok pre objavenie právd, ktoré sú bez účasti rozumu nedostupné.*

ZÁKLADY – trinásť kníh

Ktorá kniha po Biblii je na svete najrozšírenejšia? Nečudujte sa, ale sú to matematické ***Základy*** od gréckeho geometra Euklida. Boli napísané okolo roku 300 pred naším letopočtom **Euklides z Alexandrie** (asi 340 – 287 pred n. l.) dovŕšil matematické snahy predchádzajúcich generácií a vytvoril ***Základy*** (latinsky *Elementa*, grécky *Stoicheia*) súbor prác, ktoré boli pre ľudstvo užitočné dlhšie ako 2000 rokov. Celé toto dielo sa skladá z 13 kníh s týmto obsahom: **1**. Pojednáva o trojuholníkoch, obdĺžnikoch, rovnobežkách a rovnobežníkoch, rovnoplochých útvaroch. Je tam uvedená aj Pytagorova veta a veta k nej obrátená; (23 definícií, 5 postulátov, 9 axióm, 48 viet s dôkazmi). **2**. Obsahuje poznatky o obsahoch a rovnoplochosti geometrických útvarov, kosínusovú vetu, zlatý rez; (2 definície, 14 viet). **3**. Venuje sa vlastnostiam kružníc a kruhov, spomínajú sa tetivy, dotyčnice, stredový a obvodový uhol, Tálesova veta, kružnicové oblúky, mocnosť bodu ku kružnici; (11 definícií, 37 viet). **4**. Uvádzajú sa poznatky o vpísaných a opísaných kružniciach k pravidelným mnohouholníkom a možnosti ich konštrukcií; (7 definícii, 16 viet). **5**. Tu je uvedená Eudoxova teória proporcií, zárodky algebry v teórii pomerov; (18 definícií, 25 viet). **6**. Venuje sa vetám o podobnosti trojuholníkov, je tam zovšeobecnená Pytagorova veta, konštrukcia zlatého rezu, aplikácie teórie pomerov geometrických veličín; (5 definícií, 33 viet). **7.** Sú tam uvedené najdôležitejšie vlastnosti prirodzených čísiel, ich deliteľnosť, metódy hľadania najväčšieho spoločného deliteľa; (23 definícii, 39 viet). **8.** Obsahuje výsledky o geometrických radoch, štvorcových a kockových číslach a pod.; (27 viet). **9.** Uvádzajú sa vlastnosti prvočísiel a ich neohraničený počet, jednoznačnosť rozkladu zloženého čísla a pod.; (36 viet). **10**. Pojednávajú sa kvadratické iracionality a odmocniny prirodzených čísiel, súmerateľné a nesúmerateľné veličiny; (16 definícií, 115 viet). **11**. Sú tam základné vety stereometrie, vzájomná poloha, rovnobežnosť, kolmosť a uhly v priestore, vlastnosti rovnobežnostenov a hranolov; (28 definícií, 39 viet). **12**. Obsahuje vety o pomeroch obsahov mnohouholníkov a kruhov, objemov ihlanov, kužeľov, valcov a guli využitím Eudoxovej exhaustačnej metódy; (18 viet). **13**. Pojednáva o platónskych pravidelných mnohostenoch, ich konštrukcii i počte; (18 viet, apendix). V týchto trinástich knihách je uvedených celkom 14 axióm, 133 definícií, 465 viet (z toho 92 konštrukcií, 27 dôsledkov a 19 pomocných tvrdení).

Čriepky (6)

Nezabudnuteľný Archimedes



Neprehliadnuteľnou postavou gréckeho staroveku je **Archimedes zo Syrakúz** (asi 287 – 212 pred n. l.), neobyčajne produktívny v oblasti matematiky a mechaniky. Z úvah matematických a skúseností z mechaniky odvodil udivujúce objavy a konštrukcie. Vypočítal obvod a plochu kruhu, získal vzorec pre výpočet obsahu elipsy, povrchu a objemu valca i gule. Určil postup kvadratúry paraboly, spoznanie polopravidelných telies i definovanie špirály, ktorá dodnes nesie jeho meno. Odhadol pomer obvodu kruhu k jeho priemeru, dnes označovaný ako π, v intervale $\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$. Zistil, že objemy rovnoramenného valca, gule a kužeľa do tohto valca vpísaných sú v pomere 3 : 2 : 1. Ak budete chcieť poznať jednu z najkrajších trisekcií uhla neklasickým postupom, zaujímajte sa o Archimedov postup vkladania úsečky. Archimedovo zvolanie *Nedotýkaj sa mojich kruhov* voči násilnému rímskemu vojakovi, je symbolickým vyjadrením hodnôt objavov ľudského ducha. *Heuréka – objavil som* sa stalo príznačné pre hlbokú radosť človeka z objavu, ktorý svojím technickým uplatnením otvára nečakané technologické možnosti v našom civilizačnom úsilí. *Študujúc práce Archimeda prestaneš sa diviť úspechom súčasných matematikov* (G.W. Leibniz). O významných úspechoch počtárskeho umelca Archimeda v iných oblastiach (fyzika, mechanika, konštrukcia strojov) sa možno dozvedieť v iných publikáciách encyklopedického charakteru. *Sú veci, ktoré sa zdajú väčšine ľudí, nezaoberajúcim sa matematikou neuveriteľné.*

To už vedel Euklides

Už od čias antických Grékov sa za **dokonalé čísla** považujú tie prirodzené čísla, ktorých súčet všetkých ich deliteľov sa rovná dvojnásobku daného čísla. To sa dá definovať aj takto: Prirodzené číslo ***n*** je **dokonalé**, ak sa rovná súčtu všetkých svojich vlastných (t.j. menších ako ***n***) deliteľov. Napríklad: Číslo 6 (= 1 + 2 + 3) je dokonalé číslo; aj 28 (= 1 + 2 + 4 + 7 + 14) a 496 (preverte si to) sú dokonalé čísla. **Euklides** (asi 340–287 pred n. l.) v IX. knihe svojich *Základoch* v časti XXXVI dokázal tvrdenie: *Ak sú postupne od jednotky dané čísla v pomere 1:2, až sa ich súčet stane prvočíslom a ak sa tento súčet vynásobí posledným z týchto čísel, tak takto vzniknuté číslo bude dokonalé*. Naznačme si to na príklade:

$\underbrace{(1 + 2 + 4 + 8 + 16)}_{\mathbf{31}\text{ je prvočíslo}}\cdot 16 = \mathbf{496}$ (= 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248) je dokonalé.

Dokážeme túto vetu: **Ak sú *p* aj $(2^p – 1)$ prvočísla, tak $2^{p-1}\cdot(2^p – 1)$ je dokonalé číslo.**

Nech ***p*** je prvočíslo. Ak je $(2^p – 1)$ tiež prvočíslo, tak delitelia čísla $2^{p-1}\cdot(2^p – 1)$ sú čísla 1, 2, 4, 8, ..., 2^{p-1}, $(2^p – 1)$, $2\cdot(2^p – 1)$, $4\cdot(2^p – 1)$, $8\cdot(2^p – 1)$, ..., $2^{p-2}\cdot(2^p – 1)$.

Ak určíme súčet týchto všetkých deliteľov dostaneme

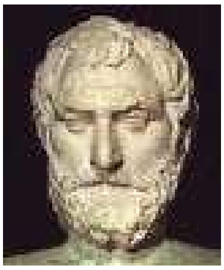
$\underbrace{(1 + 2 + 4 + 8 + ... + 2^{p-1})}_{(2^p – 1)} + \underbrace{(1 + 2 + 4 + 8 + ... + 2^{p-2})}_{(2^{p-1} – 1)}\cdot(2^p – 1) =$ {je to súčet geometrického radu}

$= (2^p – 1) + (2^{p-1} – 1)\cdot(2^p – 1) = [1 + (2^{p-1} – 1)]\cdot(2^p – 1) = \mathbf{2^{p-1}\cdot(2^p – 1)}$, teda je splnená definícia dokonalého čísla.

Euklides poznal štyri dokonalé čísla: 6, 28, 496, 8128. Ďalšie dokonalé číslo (33 350 336) objavil asi **J. Müller–Regiomontanus** (1436–1476). **Leonhard Euler** (1707–1783) určil ďalšie tri dokonalé čísla a dokázal, že každé párne dokonalé číslo má tvar podľa Euklida $\mathbf{2^{p-1}\cdot(2^p - 1)}$, kde ***p*** aj $(\mathbf{2^p - 1})$ sú prvočísla. Ani dodnes nevieme, či existuje nepárne dokonalé číslo, ani či je dokonalých čísel konečný alebo nekonečný počet.

Čriepky (7)

Medzi prvými s označením *matematik*



Od 6. stor. pred n. l. v antickom Grécku, na pobreží Malej Ázie a východného Stredomoria prekvitali obchodné mestá, administratívne centrá i strediská starovekej kultúry. Ak poznávame dejiny, možno treba označiť aj tých, ktorí významne prispeli už v začiatkoch k rozvoju matematického myslenia. Niektorých poznáme po mene a z nich sme vybrali aj prvých matematikov (spomínané roky patria do obdobia pred naším letopočtom): **Táles z Milétu** (asi 624–547), grécky filozof, zhrnul egyptské matematické poznatky, pracoval s podobnosťou trojuholníkov, vedel, že všetky obvodové uhly nad priemerom kružnice sú pravé. **Anaximandros** (asi 610–546) vytvoril pojem nekonečna ako niečo neohraničené a nevyčerpateľné, zostrojil prvú mapu sveta, zdokonalil slnečné hodiny. **Pytagoras zo Samu** (asi 570–500) predpokladal harmonickú stavbu sveta charakterizovanú číslami. Jeho kult a mysticizmus prirodzených čísiel bol narušený objavom nesúmerateľnosti uhlopriečky štvorca s jeho stranou. Možno poznal všeobecný dôkaz vety o obsahu štvorcov nad stranami pravouhlého trojuholníka. Medzi významných pytagorovcov, ktorí sa zapísali do dejín matematiky patrili aj **Filolaos z Krotonu, Hippasos z Metapontu. Hippokrates z Chia (**okolo 440 pred n. l.) skúmal plochy rovinných útvarov ohraničených kruhovými oblúkmi, pochopil úlohu logickej dedukcie pri usporiadaní znalostí rovinnej geometrie. **Hipias z Elidy** (okolo 420 pred n. l.) vytvoril krivku, pomocou ktorej vedel rozdeliť ľubovoľný uhol na tri časti. **Zenon z Eley (**asi 490–430), kritický mysliteľ, zdôraznil úlohu rozumu v poznaní sveta. Ponúkal paradoxy (45) spojené s predstavou nekonečna, spojitosťou a pohybom. **Eudoxos z Knidu** (asi 408–355) pracoval v platónskej Akadémii, vytvoril teóriu proporcií a rozpracoval exhaustačnú metódu. **Theaitetos z Atén** (asi 414–369) rozpracoval teóriu a klasifikáciu iracionálnych veličín, skúmal pravidelné mnohosteny. **Archytas z Tarentu** (asi 428–365) prispel k štúdiu figurálnych čísiel ako spojenia medzi aritmetikou a geometriou, podal neklasické riešenie úlohy o zdvojení kocky. Medzi príslušníkmi Aténskej školy boli aj ďalší úspešní v matematických disciplínách: **Platón** (428–347) poznal pravidlo pre získanie pytagorovských trojíc čísiel v tvare $4p^2 - 1$, $4p$, $4p^2 + 1$. **Theodoros z Kyreny** (4. stor. pred n. l.) dokázal iracionalitu druhých odmocnín čísel, ktoré nie sú štvorcové, **Aristoteles zo Stageiry** (374–322) položil základy formálnej logiky (definície pojmov, úsudky, dokazovanie), **Menaichmos (**4. stor. pred n. l.) spoznal vlastnosti kužeľosečiek a využil ich na riešenie problému zdvojenia kocky, **Eudemos z Rodosu** napísal v druhej polovici 4. stor. pred n. l. asi prvé dejiny matematiky. V Alexandrii bolo okolo roku 335 pred n. l. založené prvé bádateľské stredisko *Múzeión* s obrovskou knižnicou papyrusových zvitkov. Zlatá doba gréckej matematiky zanechala ľudstvu mená prvých milovníkov matematiky (toho, čo sa dá pochopiť a naučiť premýšľaním). Boli očarení možnou harmóniou sveta, ktorú chceli vyjadrovať v číslach. Prostredníctvom číselných vzťahov a pomerov úsečiek sa chceli dozvedieť nemennú pravdu. Začali vnímať a študovať ideálny svet matematických pojmov, silu postulátov a foriem dôkazov. Aj ich pričinením sa súčasťou matematiky postupne stávajú osvedčené zásady ľudského myslenia upravené do logického systému. **Euklides z Alexandrie** (asi 340–287) systematicky spojil staršie teoretické matematické výsledky a vytvoril z matematiky axiomaticky budovaný celok. **Archimedes zo Syrakúz** (asi 287–212) vytvoril nové metódy na výpočet obsahov a objemov, rozvíjal poznatky zo statiky aj mechaniky, vynachádzal užitočné stroje. **Eratostenes z Kyreny** (asi 276–194) pomocou geometrických úvah určil rozmery Zeme, našiel jednoduchý postup na určovanie prvočísiel. **Apollonios z Pergy** (asi 260–170) rozpracoval teóriu kužeľosečiek, na geometrické konštrukcie používal výslovne len kružidlo a pravítko. **Hipparchos z Nikaie** (asi 180–125) z geometrických úvah určil polomer Mesiaca a vzdialenosť Zem – Mesiac, zaviedol základné prvky trigonometrie.

Čriepky (8)

Hĺbavý antický matematik

Hľa, tento náhrobok stojí nad pozostatkami Diofanta. Jeho vek udáva tento kameň a jeho diela. Zeus mu dal ako chlapcovi šestinu jeho života, potom za dvanástinu veku začala mu tvár zarastať. K tomu sedmina jeho veku a už mu fakle svadby žiarili. Päť rokov nato ho bohovia pekným synčekom obdarili. Nešťastné dieťa s takou vrúcnou láskou milované! Žiaľ, ni polovicu otcovho veku nedosiahlo, keď ťa Hades prijal. Štyri roky uspokojuje ešte otec bolesť umením čísel, keď konečne sám k cieľu svojho žitia prišiel. Tento veršovaný životopis sa nachádza v tzv. *Palatinskej antológii* z pera Metrodora v 6. storočí.

Životopisné údaje o Diofantovi sú veľmi skúpe. Vie sa, že žil za panovníka Juliána v Alexandrii okolo roku 250. Možno bol Babylónčan a pochádzal z Mezopotámie. Zachovalo sa však šesť kníh, z 13 napísaných, pod názvom ***Aritmetika***. Je to zbierka 189 rôznych vyriešených úloh. Zaujímavé na nich je to, že **Diofantos** tam neznámu veličinu označoval jedným symbolom a používal skrátené slová a znaky, ktoré zjednodušovali zápis matematických operácií (napr. zaviedol symbolické označenie aj pre druhú a tretiu odmocninu). Na čísla sa pozeral nezávisle od geometrickej predstavy a tým pripravoval cestu pre algebru, pre vytvorenie a zápis jednoduchých algoritmov. **Diofantos z Alexandrie** stručnejšie vyjadril potrebné vzťahy v slovno–geometrickom vyjadrovaní a odvážnymi užitočnými substitúciami vedel obratne jednotlivé prípady vyriešiť. Ako výsledky ho zaujímali iba kladné celé čísla a zlomky. Často mu stačilo, keď našiel iba jedno riešenie**. Diofantos** urobil veľký krok od geometrickej predstavy k symbolickej algebre, spoznal identitu $(x^2+y^2).(u^2+v^2)=(xu+yv)^2+(xv-zu)^2=(xu-yv)^2+(xv+zu)^2$. Vedel dokázať, že každý štvorec (druhú mocninu) možno „zložiť“ ako súčet dvoch štvorcov (dvoch druhých mocnín), dokonca nekonečne veľa spôsobmi. Ako to vyjadríme dnes?

Pre každé a^2 môžeme napísať $a^2=\left(\frac{2am}{m^2+1}\right)^2+\left(\frac{a(m^2-1)}{m^2+1}\right)^2$, kde m je ľubovoľné číslo, väčšie ako jedna.

Pozrite si nápad, z ktorého to vychádza: Hľadajme $x \neq 0$, pre ktoré platí $a^2 = x^2 + (mx-a)^2 \Rightarrow$

$$a^2 = x^2 + m^2x^2 - 2amx + a^2 \Rightarrow x^2 + m^2x^2 - 2amx = 0 \Rightarrow x(x+m^2x) = 2amx \Rightarrow x + m^2x = 2am$$

$$\Rightarrow x = \frac{2am}{m^2+1}$$, potom $$mx - a = \frac{2am^2}{m^2+1} - a = \frac{2am^2 - am^2 - a}{m^2+1} \Rightarrow (mx-a) = \frac{a(m^2-1)}{m^2+1}$$

Diofantos z Alexandrie pripravil podnetné dielo gréckorímskeho staroveku, ktorým zboril ohraničenia medzi slovnou algebrou a geometriou a nastúpil cestu účinných symbolických zápisov. Úspešných pokračovateľov našiel až potom, keď vyšlo roku 1575 jeho dielo preložené do latinčiny. **Diofantos** bol prvým matematikom – priekopníkom algebraických zápisov, ktorý zrejme vytušil, že symbolické vzorce môžu za nás aj *„trochu myslieť“*.

Boethius – most medzi antikou a stredovekom

Narodil sa do doby politických a kultúrnych prevratov, do obdobia zániku antických zvykov a nástupu európskej kultúry. Anicius Manlius Severinus **Boethius** (asi 480–525) vedel po grécky rovnako dobre ako po latinsky. Zastával vysoké funkcie na dvore kráľa Teodoricha. Vykonával sprostredkovateľské poslanie i pedagogicko-výchovné pôsobenie. Nevytvoril pôvodný myšlienkový systém. Dôsledne preložil a pozorne vyložil zásadné antické texty Platónove i Aristotelove, filozofické aj logické otázky metafyziky a teológie. Napísal výklad k vzdelávacím odborom kvadrívia, (aritmetike, geometrii, astronómii a harmónii). Komentoval logické spisy o vyjadrovaní a vyhľadávaní dôkazov. *Všetko čo poznávame, nie je chápané podľa svojej prirodzenosti, ale skôr podľa schopností poznávajúcich.* **Boethius** ovplyvnil nadchádzajúcu epochu aj tým, že postrehol rozvíjajúce sa funkcie usudzujúceho a hodnotiaceho ľudského rozumu. *Nemôže dosiahnuť poznanie božských vecí ten, kto nie je vôbec zbehlý v matematike... Všetka náuka o pravde je zahrnutá v mnohosti a veľkosti.*

Čriepky (9)

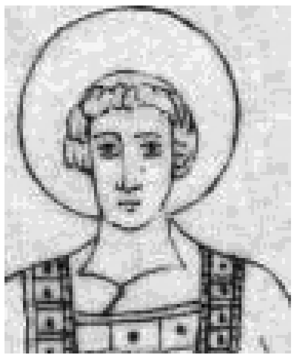
Cesta k harmónii

Pre **Izidora zo Sevily** (asi 570–636) bola matematika teoretickou vedou, ktorej predmetom je abstraktné množstvo, počet prvkov. Tam sa uvažuje bez prihliadnutia k látke alebo jej vlastnostiam. Počítanie s číslami nám pomáha, aby sme sa nepoplietli. *Ak odobericeš ľudstvu počítania, všetko zachváti slepá nevedomosť, potom nebude možné odlíšiť človeka od ostatných živočíchov, ktorí počítať nevedia.* **Izidor** zaujímavo vysvetlil pojem harmonický priemer dvoch kladných čísiel: *Podľa hudby hľadáš stred takto: Akým pomerom prostredné prevyšuje prvé, takým pomerom je prostredné prevýšené posledným.* Dnešný zápis a príslušná definícia by sa dala zapísať takto: Nech prvé je p, posledné r a prostredné so zmienenou vlastnosťou je s. Potom platí (sleduj obrázok):

$$\frac{s-p}{p}=\frac{r-s}{r}$$

pomer prevýšenia prvého stredom k prvému je taký istý ako pomer prevýšenia stredu posledným k poslednému. Po úprave: $r - p \cdot r = r \cdot p - p \cdot s \Rightarrow s \cdot (r + p) = 2 \cdot r \cdot p \Rightarrow s = \frac{2pr}{p+r}$ a to je náš harmonický priemer čísel p, r, teda prevrátená hodnota aritmetického priemeru prevrátených hodnôt, to znamená $\frac{2}{\frac{1}{p}+\frac{1}{r}}=\frac{2pr}{p+r}$. Z hudby cez harmonický stred vnímame náš harmonický priemer.

Stredoveká zbierka úloh



Ani v „temnom“ stredoveku nebola matematika mŕtva. Na dvore Karola Veľkého v Aachene okolo roku 775 sa používala jedna z prvých zbierok zaujímavých úloh z matematiky s podnetným názvom ***Úlohy na cibrenie umu mladých***. Jej autorom bol učiteľ, filozof i básnik **Alcuin z Yorku** (asi 735 – 804), pôvodným keltským menom Alh-win, t. j. priateľ chrámu). Už v tejto učebnici sa vyskytuje známa úloha o pltníkovi, vlkovi, koze a kapuste. Skúste zdokonaliť svoje myslenia vyriešením úlohy: Ako rozdeliť 100 mincí medzi 100 osôb, aby muži dostali po troch, ženy po dvoch a každé dve deti spolu po jednej minci. Už vo svojej dobe vzdelanec **Alcuin** vedel: ***Rozumne sa pýtať, znamená vyučovať'.***

Úloha Abú Kámila

Máš za sto drachiem kúpiť sto vtákov troch druhov (holubov, kačice a vrabcov), keď vieš, že kačica je za dve drachmy, tri vrabce za jednu drachmu a dvoch holubov dostaneš tiež za jednu drachmu. **Abú Kámil** (asi 850–930), ktorý okolo roku 900 pôsobil v egyptskej Káhire, riešil túto úlohu v spise *Kniha aritmetických kuriozít* takto (v podstate): Označme si počet kačíc písmeno $\boldsymbol{k}$, počet holubov $\boldsymbol{h}$ a počet vrabcov $\boldsymbol{v}$. Pre zvolené premenné musí platiť: $\boldsymbol{h} + \boldsymbol{k} + \boldsymbol{v} = 100$ a $\boldsymbol{h}/2 + 2\boldsymbol{k} + \boldsymbol{v}/3 = 100$. Ak odčítame dvojnásobok prvej rovnice od druhej, po úprave dostaneme vzťah $\boldsymbol{v} = 60 - 9\boldsymbol{h}/10$. To znamená, že počet holubov musí byť deliteľný desiatimi (počty vtákov sú kladné celé čísla). Dosadzovaním za $\boldsymbol{h}$ (10, 20, ..., 60) dostaneme všetky prípustné riešenia. Úloha má šesť rôznych riešení. Možno by ste na toto riešenie prišli aj sami, ale celé meno egyptského počtára spojeného so zadaním a riešením tejto úlohy si asi tak ľahko nezapamätáte: *Abú Kámil Šudžá ibn Aslam ibn Muhammad al-Hásib al-Misrí.*

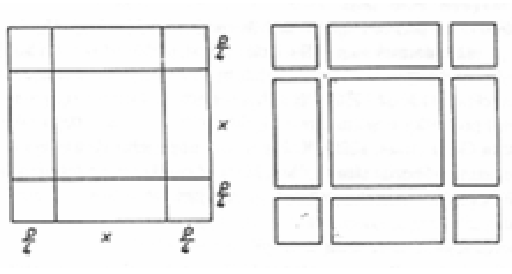
Čriepky (10)

Arabský svet s matematikou (9. – 12. storočie)

Od 7. storočia sa začala rozvíjať arabská ríša. Pod nadvládu Arabov sa dostala Alexandria (r. 630), Sýria aj Irán (637), Egypt (642), časť Pyrenejského polostrova (711), Sicília (polovica 9. stor.). Arabskí obchodníci navštevovali Indiu, Čínu, Byzanciu i Rusko. V deviatom storočí sa posunul záujem o matematiku z Alexandrie do novozaloženého (r. 762) Bagdadu (mesto Mieru, Madinat al Salam). Okolo roku 820 tam vzniklo stredisko poznávania i vzdelávania **Dom múdrosti**. Sústredili sa v ňom myslitelia s encyklopedickými záujmami (prírodné vedy, filozofia, medicína, matematika). Arabskí učenci prekladali texty gréckych matematikov, prijímali informácie z indického i čínskeho prostredia. Matematici islamského sveta podnietili rozvoj algebry, kombinatoriky i trigonometrie. Bagdadská matematická škola aktívne pracovala asi 200 rokov. Jedným zo správcov Domu múdrosti bol **Džafar Mohamed ibn Músa al–Chvárizmí** (okolo 780–850), ktorý vyložil indický početný systém, rozvinul náuku o riešení lineárnych a kvadratických rovníc, zostavil sínusovú tabuľku, počítal kalendár. To všetko preto, *„aby sa temné osvetlilo a zložité sa stalo jednoduchým*“. **Abú-Kámil** (asi 850–930) riešil sústavy neurčitých lineárnych rovníc s viacerými neznámymi, prispel k rozvoju algebry. **Abú Nasr al–Fárábí** (asi 870–950) prijímal genézu matematických pojmov prostredníctvom abstrakcie z vlastností reálnych predmetov. Napísal spis *Kniha o dôvtipných postupoch a záhadách prírody s prihliadnutím na jemnosť geometrických figúr*. **Abú–Vafá** (940–998) vypočítaval plochy rovinných útvarov, podnietil vznik trigonometrie, odvodil sínusovú vetu pre sférické trojuholníky, používal záporné čísla. Napísal praktické spisy *Kniha o tom, čo potrebujú pisári a kupci z aritmetiky, Kniha o tom, čo potrebuje remeselník z geometrických konštrukcií*. **Omar Chajjám** (asi 1048–1131), básnik, astronóm a matematik, stál pri zrode pojmu mnohočlen, aplikoval euklidovské delenie na mnohočleny, skúmal kubické rovnice, pokúsil sa dokázať piaty Euklidov postulát. Arabské matematické poznatky sa stali pevnou súčasťou stredovekého myslenia.

Geometrická predstava pre riešenie kvadratických rovníc

Al-Chvárizmí si vedel predstaviť postup pre riešenie kvadratickej rovnice $x^2 + p\cdot x = q$, kde p, q sú kladné reálne čísla, pochopením a využitím tohto obrázku:



Obsah prostredného štvorca je x^2, menšie štvorce majú každý obsah $(p/4)^2$, obdĺžniky majú vždy obsah $(p/4)\cdot x$. Preto pre obsah celého veľkého štvorca platí $P = x^2 + 4\cdot(p/4)\cdot x + 4\cdot(p/4)^2 = x^2 + p\cdot x + (p^2/4) = q + (p^2/4)$. Tento veľký štvorec má veľkosť svojej strany $x + (p/2)$ a teda $P = [x + (p/2)]^2$.

Porovnaním oboch obsahov $[x + (p/2)]^2 = q + (p^2/4)$, z toho vyplýva $x = (-p/2) + \sqrt{q + \frac{p^2}{4}}$ (lebo sa uvažovalo iba kladné riešenie). Dnes týmto spôsobom môžeme didakticky zdôvodniť to, čo nazývame doplnenie kvadratického výrazu $x^2 + p\cdot x$ na úplný štvorec $x^2 + p\cdot x + (p/2)^2 = [x + (p/2)]^2$ a tak ukázať postup pre nájdenie riešenia kvadratickej rovnice $x^2 + p\cdot x = q$ **doplnením na úplný štvorec**.

Čriepky (11)

Matematik pápežom?

Bol niekedy v histórii pápežom človek, ktorý bol aj uznávaným matematikom? Správna odpoveď znie – áno, francúzsky matematik **Gerbert z Aurilacu** (930/945–1003), ktorý sa stal neskôr pápežom s menom **Silvester II.** Tento kňaz, patril medzi abacistov (počítal na „líniách“), ako jeden z prvých európskych učencov študoval v Španielsku arabskú matematiku. V jeho *Knihe o delení čísel* a *Pravidlách o počítaní na abaku* možno spoznať termíny delenec a deliteľ. V pojednaní *Geometria* (94 článkov) vysvetlil základné pojmy (bod, čiara, plocha, teleso), jednoduché poznatky a metódy výpočtov výšok, hĺbok a vzdialeností. Spomínal i počítanie s figurálnymi číslami. V Remeši vyučoval disciplíny **kvadrívia** (aritmetika, geometria, astronómia, hudba). Zaoberal aj logikou, filozofiou i astronómiou, napísal pojednania o dialektike, teológii i politike. V Magdeburgu skonštruoval slnečné hodiny, keď predtým skúmal polohu Polárky. Zaoberal sa mnohostranným využitím astrolábu (prístroj na meranie uhlov v súdobej astronómii), skvele popularizoval Euklidove *Základy* i praktickú geometriu. Široko vzdelaný a originálny učiteľ **Gerbert z Aurilacu** ako učený arcibiskup ravenský radil aj cisárovi Otovi III. (panoval 995–1002) a ten ho určil roku 999 za pápeža. **Gerbert** bol prvý Francúz na pápežskom stolci. V tejto funkcii prispel k organizácii cirkvi v Poľsku i v Uhorsku. Poslal uhorskému kráľovi Štefanovi I. kráľovskú korunu (1001) a vyhlásil za svätého pražského biskupa Vojtecha. S úspechom sa zapísal do dejín cirkvi i histórie matematiky.

Zaujímavá číselná postupnosť

Pozrite sa na postupnosť čísiel: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... Viete podľa spoznaného pravidla napísať ďalšie čísla? Od tretieho čísla počínajúc, vzniká táto postupnosť čísiel tak, že súčet predchádzajúcich dvoch je hľadaným ďalším číslom. Teda pre každé $i \geq 3$ platí $a_i = a_{i-2} + a_{i-1}$. Postupnosť s touto vlastnosťou je príkladom rekurentnej postupnosti, lebo keď chcete poznať ďalší člen, musíte „bežať späť“ (latinsky recurrere), aby ste podľa určitého pravidla použili predchádzajúce členy. Spomínanú postupnosť dnes nazývame *Fibonacciova postupnosť*. Takto ju pomenoval francúzsky matematik F. Lucas (1842–1891) na pamiatku jedného z najlepších matematikov celého stredoveku. **Leonardo z Pisy** (okolo rokov 1170-1240; obr.), prezývaný **Fibonacci** (dobrákov syn) napísal významnú učebnicu *Liber abaci – Kniha o abaku* (1202, doplnená 1228; tu sa pod pojmom abakus rozumie aritmetika). Obsahovala výklad o výhodách indicko–arabského desiatkového pozičného systému aj aritmetiku i algebru lineárnych a kvadratických rovníc v plnej hĺbke a úplnosti. **Fibonacci** skúmal aj rozklad čísiel na súčin prvočísiel, odhaľoval kritériá deliteľnosti, napr. číslami 2, 3, 5, 9. Podal výklad poznatkov o úmerách. Zlomky upravoval na najmenších spoločných menovateľov. Ako prvý v Európe prišiel na myšlienku zaviesť záporné čísla a predstavovať si ich ako dlh. Vedel dobre riešiť neurčité rovnice i približne určovať druhé i tretie odmocniny. **Luca Pacioli** (1445–1514) zaradil tieto poznatky do svojej *Summy aritmetiky* (vyšla tlačou v Benátkach, 1494). **Leonardo Pisánsky** prispel v Európe k zavedeniu indických cifier a nuly. Samostatne rozpracoval nové algebrické postupy pre kupecké počty i geometrické problémy, približné výpočty aj teóriu čísiel. Vytvoril nové pôvodné úlohy, kládol dôraz na dôkazy. Stal sa prvým európskym stredovekým matematikom, ktorý zvládol arabskú matematiku, sprostredkoval ju, ale aj obohatil. Spoznal, že aritmetika, algebra a geometria spolu súvisia a vytvárajú matematickú jednotu. Na jeho počesť nazývame identitu $\left(a^2+b^2\right)\cdot\left(c^2+d^2\right)=\left(ac+bd\right)^2+\left(ad-bc\right)^2$ *Fibonacciho identita.*

Čriepky (12)

Štvorec protikladov

Carihradský mních a filozof **Michael Sellos**, v 11. storočí navrhol (pred ním podobnú schému používal aj vzdelaný rímsky rečník L.A. Apuleius už v 2. storočí) usporiadať všeobecný kladný výrok $\forall\, x \in M;\ \varphi\,(x)$, všeobecný záporný výrok $\forall\, x \in M;\ \varphi'(x)$, čiastočný kladný výrok $\exists\, x \in M;\ \varphi\,(x)$ a čiastočný záporný výrok $\exists\, x \in M;\ \varphi'(x)$ do štvorcovej schémy a vyznačiť ich logické vzťahy:

$\forall\, x \in M;\ \varphi\,(x)$ ⟵ *protiviace sa* ⟶ $\forall\, x \in M;\ \varphi'(x)$

nadradené ↕ *podradené* — *protirečivé* — *nadradené* ↕ *podradené*

$\exists\, x \in M;\ \varphi\,(x)$ ⟵ *podprotiviace sa* ⟶ $\exists\, x \in M;\ \varphi'(x)$

protirečivé (logicky protikladné, sporné, negácia, opak; jeden je pravdivý – druhý nepravdivý);

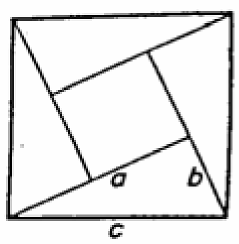
protiviace sa (kontrárne; nemôžu byť obidva pravdivé, ale môžu byť obidva nepravdivé);

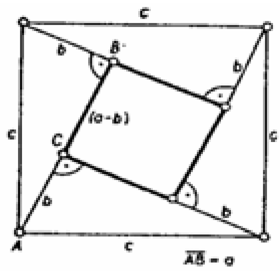
podprotiviace sa (subkontrárne; môžu byť obidva pravdivé, nemôžu byť obidva nepravdivé);

podradenosť, nadradenosť vzhľadom na pravdivosť (subsumcia; pre neprázdnu M z pravdivosti nadradeného výroku vyplýva pravdivosť podradeného výroku, z nepravdivosti podradeného výroku vyplýva nepravdivosť nadradeného výroku).

Matematika v Indii

Môžete hádať, kde a kto označil matematiku za krásavicu – Lílávatí? Bolo to v krajine, ktorá má zachovaný spis *Šalvasútra* už z polovice prvého tisícročia pred n. l., v ktorom sú zaznamenané pravidlá pre vymeriavanie a výstavbu chrámov a obetných oltárov. To milé označenie pre matematiku použil indický matematik a astronóm **Bháskara II.** (asi 1115–1183), ktorý v známej knihe *Koruna vedy* predviedol na obrázku dôkaz Pytagorovej vety iba s komentárom ***Pozri***.





Vidíte a chápete o čo sa jedná?
$[(c^2 = 4\cdot(a\cdot b/2) + (a-b)^2 = 2\cdot a\cdot b + a^2 - 2\cdot a\cdot b + b^2 = a^2 + b^2)]$

Až do dnešných dní si možno pamätať vyjadrenie Bháskaru II.: ***Hlboko si vážim matematiku, lebo tí, ktorí sa s ňou oboznámili, v nej vidia prostriedok pre pochopenie všetkého existujúceho.***

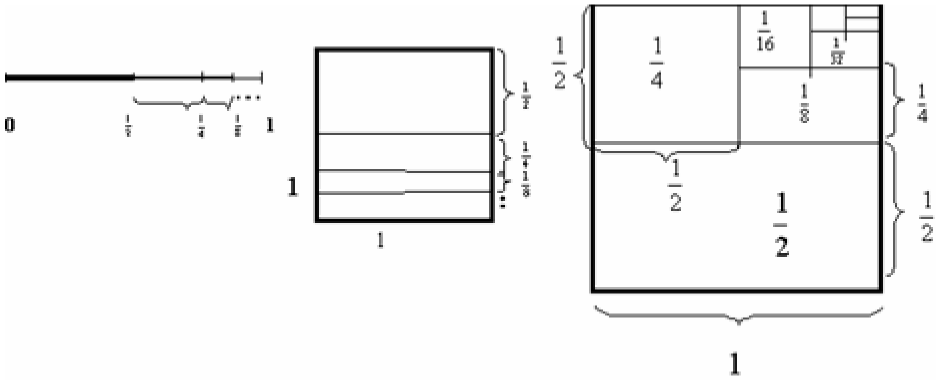
Sedem slobodných umení

Možno už pytagorovci v Grécku (6. stor. pred n. l.) pripravovali rozšírenie hlbšieho vzdelania svojich súkmeňovcov. Neskôr sa postupne vytvorili dva základné vyučovacie cykly: **trívium** – *gramatika*, *rétorika*, *dialektika* a **kvadrívium** – *aritmetika*, *geometria*, *astronómia*, *hudba*. Tieto umenia, v stredoveku **septem artes liberales**, často vyjadrovali slovným spojením: *lingua*, *tropus*, *ratio*, *numerus*, *tenor*, *angelus*, *astra*. Vo výtvarných dielach často aritmetiku reprezentuje **Pytagoras**, geometriu **Euklides**, astronómiu **Ptolemaios**, gramatiku niekedy predstavuje **Donatus**, rétoriku **Cicero**, **Aristoteles** dialektiku (logiku). Všetky spomínané slobodné umenia boli chápané ako duchovná činnosť pre slobodných a materiálne zabezpečených občanov. Stredoveké vzdelanie sa opieralo o týchto sedem slobodných umení a predstavovalo zdroj múdrosti. Od 12. storočia sa sedem slobodných umení stalo základom aj na artistických fakultách vznikajúcich univerzít. Na prahu 17. storočia boli tieto všeobecnovzdelávacie predmety postupne nahrádzané iným rozvíjajúcim sa systémom

Čriepky (13)

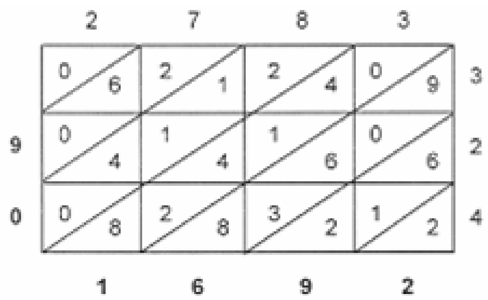
Mikuláš z Oresme – bádavý mních

V 14. storočí bol vynikajúcim učencom – matematikom **Mikuláš z Oresme** (**Nicole Oresme,** asi 1323–1382)**.** V rokoch 1348 až 1361 prednášal na Collége de Navarre v Paríži, prekladal latinské texty do francúzštiny a komentoval ich. Vytváral francúzsku vedeckú terminológiu hlavne v astronómii a geografii. V oblasti matematiky a mechaniky predvídal niektoré pojmy a metódy, ktoré sa uplatnili až v 16. a 17. storočí. **Mikuláš z Oresme** sa snažil o matematický popis pohybu, uvažoval o možnosti iných svetov aj o rotácii Zeme. V práci *O konfigurácii kvalít* používal geometrické vyjadrenie veličín a ich vzájomné súvislosti. Nad úsečkou znázorňujúcou čas zostrojil „čiaru intenzity pohybu“ a porovnával „formy o premennej šírke.“ V podstate sa jednalo o grafy rýchlosti, kde obsah obrazca vyjadroval veľkosť dráhy. Geometrickou interpretáciou vedel určovať aj súčet nekonečných radov. Ukázal, že $^1/_2 + {}^1/_4 + {}^1/_8 + \ldots = 1$, pretože „pochopil obrázky“:



Vyššie umenie

Jednou z prvých tlačených matematických kníh vôbec, s charakterom encyklopédie matematických vedomostí svojej doby, bola *Suma znalostí z aritmetiky, geometrie, pomerov a úmerností* (1494), napísaná po taliansky, rozdelená do častí (aritmetika, zememeračstvo, kupecké počty). Autor **Luca Pacioli** (asi 1445–1514) tu nazýva algebru *vyšším umením* a kladie ju do základov každého počítania. Zaviedol aj označenie znamienok plus $\tilde{p}$ a mínus $\tilde{m}$, neznámu označoval *co*, jej druhú mocninu *ce*, tretiu mocninu *cu*. Odmocninu označoval písmenom ***R*** (z latinského radix – koreň). Bez dôkazu vyslovil pravidlá o násobení záporných čísel. Popísal aj pravidlá pre operácie s druhými odmocninami, vedel dokázať, že $\sqrt{10}+\sqrt{40}=\sqrt{90}$. Zaujímavé je určite aj to, že na určenie odmocniny používal postupné približné vyjadrenia zo vzťahu $\sqrt{N} = p + \dfrac{N-p^2}{2p}$, kde *p* je získaná približná hodnota a *N* dané číslo. Spomínaná *Suma* sa stala prvou základnou matematickou prácou v 15. storočí.



Možno aj dnes zaujme spôsob, akým **Luca Pacioli** násobil „po štvorcoch“. Z uvedenej schémy by ste na to mohli prísť (2783·324=901692).. V tom čase vedel **Pacioli** násobiť aspoň ôsmimi spôsobmi. Zásluhu si získal aj tým, že rozšíril dnešný spôsob delenia viacciferných čísel. Neskôr zostavil aj zbierku zaujímavých úloh „pre bystré hlavy“. Známym sa stalo jeho prehlásenie: ***Zlato sa skúša ohňom a talent matematikou.***

Čriepky (14)

Aj na prvých univerzitách študovali matematiku

Koncom 11. storočia boli v kresťanskej Európe len kláštorné a katedrálne školy [r. 529 vznikla rehoľa benediktínov (*modli sa a pracuj*), r.1084 kartuziáni, cisterciáni r.1098]. Králi a pápeži obdobia vrcholnej scholastiky začali zakladať prvé univerzity [universitas magistrorum et scholarium – spoločenstvo (združenie, komunita) učiteľov a študentov]. Najskôr vznikali len jednotlivé fakulty (právnická v Bologni asi 1088–1119, lekárska v Salerne okolo roku 1150). Neskôr a postupne všetky fakulty (teologická, právnická, lekárska a filozofická) s právom slobodne vyučovať a študovať, usmerňovať duchovnú činnosť smerom k múdrosti. Matematika sa študovala v rámci siedmich slobodných umení. Medzi mestá s najstaršími univerzitami patria: **Bologna** (1148), **Paríž** (1150), **Oxford** (1167), Montpelier (1181), Modena (1182), Cambridge (1209), Padova (1222), Neapol (1224), Salamanka (1225), Toulose (1229), **Praha** (1348), Krakov (1364), Viedeň (1365), Heidelberg (1368), **Bratislava** (1467).

Vyjadrenie z 13. storočia

V polovici trinásteho storočia bol známy ako matematik aj **Jordanus Nemorarius** (asi 1225–1260), autor prác *Aritmetika vyložená v desiatich knihách, O trojuholníku, Objasnenie algoritmu, Objasnenie zlomkov, O daných číslach*. V tej posledne menovanej publikácii je ukázané, ako sa dajú určiť dve čísla, ak poznáme ich súčet a rozdiel. Pretože vtedy sa riešenia matematických úloh vyjadrovali slovne, posúďme výhody dnešného symbolického zápisu. Spomínanú úlohu riešili takto: *Pretože menší diel a rozdiel tvoria spolu väčší diel, tak menší diel so sebou samým a s rozdielom dáva celok. Teda ak bol rozdiel odčítaný od celku, bude daný dvojnásobok menšieho dielu. Ak ten bude rozpolený, bude tým daný menší diel a tým aj diel väčší*. Zapíšme to dnešnými zvykmi: Označme si sčítance x, y a nech je y väčší z nich. Potom text slovného riešenia znamená toto:

$x + (y – x) = y$, $x + x + (y – x) = x + y$, $(x + y) – (y – x) = 2\cdot x$, $x = [(x + y) – (y – x)] / 2$.

V dnešných učebniciach by to bolo ako riešenie sústavy $x + y = \boldsymbol{s} \wedge y – x = \boldsymbol{d}$, kde $\boldsymbol{s}$ je daný súčet a $\boldsymbol{d}$ daný rozdiel, odčítaním druhej rovnice od prvej dostaneme $2\cdot x = \boldsymbol{s} – \boldsymbol{d}$, tým $x = (\boldsymbol{s} - \boldsymbol{d})/2$. Teda to, čo hovorí slovne **Nemorarius** z polovice 13. storočia.

Zvedený matematikou

Slávny astronóm, matematik a fyzik **Galileo Galilei** (1564–1642) odpovedal hráčovi vtedy obľúbenej hry *passe–dix* (prekročenie desiatky) na otázku: Ako to, že sa pri tejto hre s kockami častejšie vyhráva súčtom 11 než 12, hoci každý súčet môže vzniknúť práve šiestimi trojicami možností? **Galilei** vedel, že v tejto spravodlivej hra sa hádžu tri hracie kocky (s bodmi 1 až 6) a hráč vyhráva vtedy, ak súčet bodov na nich je väčší ako desať. Možno odpovedal hneď, možno sa zamýšľal dlhšie, ale je pravdou, že v spise (z roku 1718, vydanom po jeho smrti) **Galilei** túto otázku zodpovedal správne.

Platí síce 11 = 6+4+1 = 6+3+2=5+5+1 = 5+4+2 = 5+3+3 = 4+4+3 a tiež aj
12 = 6+5+1 = 6+4+2 = 6+3+3 = 5+5+2 = 4+4+3 = 4+4+4,
ale napríklad súčet 6+4+1 možno realizovať 3! = 6 variáciami, zatiaľ čo súčet 4+5+1 len tromi a dokonca súčet 4+4+4 len jedným spôsobom. Preto má hráč pre víťazstvo súčtom 11 práve 27 = 6+6+3+6+3+3 možností, ale pre súčet 12 len 25 = 6+6+3+3+3+1 možností. Dnešný študent by mal vedieť, že pravdepodobnosť výhry súčtom 11, jedným pokusom v tejto hre, je 27/216 = 0,125 a pravdepodobnosť vyhrať súčtom 12 v jednom pokuse je iba 25/216 = 0,116. **Galilei** spoznal, že matematika je užitočný prostriedok poznávania a presného popisu prírodných javov. Už vtedy vedel, že ***dve pravdy si nemôžu odporovať***.

Čriepky (15)

Kto a kedy zaviedol matematické symboly?

Symbol + (pre sčítanie) a – (pre odčítanie) v tlači použil roku 1489 ako prvý **J. Widmann** (1462–1498) v knihe *Šikovné a pekné počítanie pre všetkých kupcov*. Znak x pre násobenie zaviedol roku 1631 **W. Oughtred** (1574−1660) v diele *Kľúč k matematike*. Symbol **:** pre delenie použil **Johnson** roku 1633. Znak · pre násobenie zaviedol **G.W. Leibniz** (1646–1716) roku 1698. Ešte predtým (1631) tento znak použil **T. Hariott** (1561–1621), ktorý vtedy použil aj symboly > , < pre vyjadrenie vzťahov väčší a menší. Symbol ∞ pre nekonečno zaviedol roku 1655 **J. Wallis** (1616–1703). Značku = pre rovnosť prvý raz použil **R. Record** (1510–1558) roku 1557. Novšie symboly boli uvedené takto: **G. Peano** (1858–1932) zaviedol symboly ∪, ∩ pre zjednotenie a prienik množín (1888), symbol ∈ (byť prvkom množiny) roku 1894, symbol ∃ (existenčný kvantifikátor) roku 1897. Všeobecný kvantifikátor ∀ zaviedol **G. Gentzen** (1909–1945), symbol ∅ pre prázdnu množinu **A. Weil** (1906–1998).

Matematici z Trnavskej univerzity (1635–1777)

Uvedieme mená tých, o ktorých vieme, že vydali nejakú matematickú prácu, alebo úspešne prednášali súdobú matematiku. **Henrich Berzeviczi** (1652−1713) vydal (1687) učebnicu praktickej matematiky, **Ján Dubovský** (1654–1710) a **F. Székely** (1657–1715) spolu zostavili prvé goniometrické tabuľky v Uhorsku (1694). **Ján Ivančič** (1722−1784) a **Anton Revický** (1713–1781) vydali (1752–1753) prvé vysokoškolské kompendium *Krátky teoretický a praktický základ všeobecnej matematiky*. **J.K. Horváth** (1753–1800) vydal aj dvojdielne *Základy matematiky* (1772/73), kde uviedol aj poznatky o kužeľosečkách. Diferenciálnymi rovnicami sa zaoberal **Pavol Makó** (1724–1793), matematiku prednášal aj astronóm **F. Weiss** (1717–1785), trnavský rodák, od roku 1770 univerzitný profesor, dekan filozofickej fakulty (1770–1772) i rektor univerzity (1775).

Pí je Ludolfovo číslo

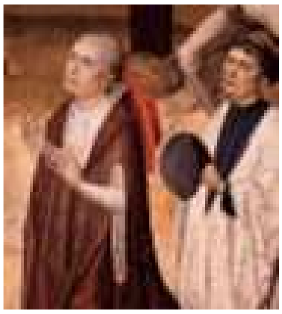
Už 2000 rokov pred naším letopočtom Sumeri vyjadrili pomer medzi obvodom kruhu a jeho priemerom v tvare 25/8 (t. j. 3,125). V starom Egypte (asi 1900 pred n. l.) odhadli tento pomer ako $(16/9)^2$ (teda 3,1605). *Archimedes* (asi 287–212 pred n. l.) určil pomocou porovnania dĺžky obvodu vpísaných a opísaných pravidelných mnohouholníkov zmienený pomer medzi čísla 3 + 10/71 a 3 + 1/7. *Klaudius Ptolemaios* (asi 85–165) okolo roku 150 vyjadril spomínaný pomer zlomkom 377/120. Ďalšie priblíženia boli tieto: okolo roku 500 *Arjbhata* 62832/20000, *Bhaskara* 3927/1250. *Leonardo Pisánsky* uvádzal okolo roku 1222 vyčíslenie pre tento pomer ako 3,141818. V roku 1615 holandský učiteľ šermu **Ludolf van Ceulen** (1540–1610) vyčíslil spomínané číslo na 32 desatinných miest. Na jeho pamiatku dostalo pomenovanie *Ludolfovo číslo*. Pomer ***p*/*d*** (***p*** – periféria, t. j. obvod, ***d*** − diametros, t. j. priemer) zaviedol roku 1647 *W. Oughtred* (1574–1660). Výsledok pomeru označil ako π roku 1706 *W. Jones* (1675–1749). Natrvalo zaviedol do matematiky spomínaný pomer ako číslo **π** *Leonhard Euler* (1707–1783), ktorý toto označenie ustavične používal (od roku 1736) vo svojich spisoch. To, že číslo π nie je racionálne (nedá sa presne vyjadriť ako podiel dvoch celých čísel) dokázal roku 1761 *J. H. Lambert* (1728–1777).

V dnešnej dobe samočinné počítače chrlia milióny cifier Ludolfovho čísla **π**. Vy si môžete zapamätať toto veľmi známe číslo tak, že si namiesto slov nasledujúcej básničky dosadíte postupne počet písmen jednotlivých slov. Tak to skúste: *Mám, ó bože, ó, dobrý, zapamätať si takýto čísel rad. Veľký slovútny Archimedes, pomáhaj trápenému, daj mu moc naspamäť znať krásne aj slávne síce, ale tak protivné nám, ach, číslice Ludolfove.*

π = 3,14159265358979323846264338327 9 …

Čriepky (16)

Harmonický rad a nekonečno



V rokoch 1348 až 1361 v Collége de Navarre v Paríži prednášal **Mikuláš z Orezmu** (okolo 1323–1382, roku 1356 vysvätený za kňaza a od 1373 biskup z Lisieux), pozoruhodná osobnosť vtedajšej doby. Vytvoril aj obdivuhodné matematické práce. Sformuloval pravidlo o súčte klesajúceho geometrického radu, vedel ukázať, že harmonický rad 1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + 1/5 + ... má nekonečne veľký súčet (vtipne ukázal, že pre každé prirodzené číslo $k > 1$ je $1/(2^{k-1}+1)+1/(2^{k-1}+2)+...+1/2^k>1/2$), naznačoval geometrické obrazce s nekonečným obvodom a konečným obsahom. **Mikuláš z Orezmu** ponúkal niekoľko hlbokých myšlienok, ktoré však bez dôslednejšieho matematického aparátu museli počkať na príhodnejšiu dobu.

Prvé matematické knihy vyrobené kníhtlačou

Johann Gensfleisch (asi 1400−1468) známy ako **Gutenberg** začal tlačiť knihy pomocou výmenných kovových litier v pevnom ráme asi roku 1436. Totožné stránky, zameniteľné knihy. Pravidelné tvary písmen uľahčovali čítanie. Na svojom tlačiarenskom lise vytlačil (r.1454) tristo výtlačkov biblie v latinčine. Odvtedy sa ďalej rozvíjala tlačiarenská technika. Prvou knihou s matematickým obsahom vyrobenou kníhtlačou bola *Kupecká aritmetika* (Treviso1478). Euklidove *Základy* vyšli latinsky v Benátkach roku 1482. Dielo *Summa de arithmetica*, *geometria*, *proportioni et proportionalita* spísal františkánsky mních **Luca Pacioli** roku 1487, obsahovalo zjednodušenú algebrickú symboliku, vyšlo kníhtlačou roku 1494.

Melanchólia Albrechta Dürera

Slávny nemecký maliar a grafik **Albrecht Dürer** (1471−1528), autor kníh o perspektíve a proporciách, často vyjadroval vzťah stredovekej záľuby v rozmanitostiach a renesančnej túžby po umeleckom súlade. V tomto duchu vytvoril (1514) veľmi známy grafický list *Melanchólia*. Zádumčivá postava anjela predstavuje geometriu, ktorá je smutná z toho, že iba meraním a počítaním neovládne všetky možnosti, ktoré umelecky pozorujeme vo svete práce a myšlienok. Do obrazu je vpísaný magický štvorec z čísel 1 až 16 (súčet čísel v riadkoch, stĺpcoch i po uhlopriečkach je rovnaký). Spája ich magická čiara.

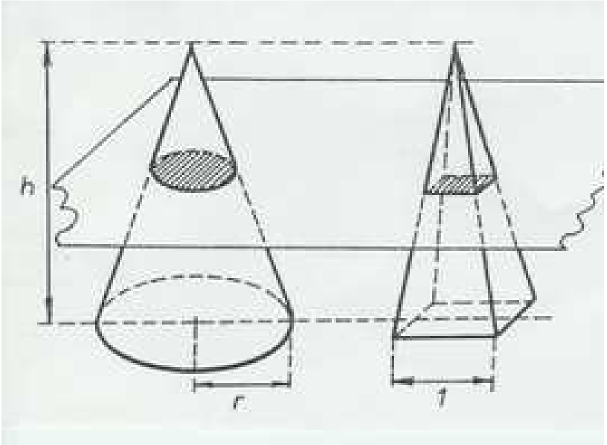
Anagramy ako utajenie

Do 17. storočia neboli takmer nijaké vedecké časopisy, napísanie a vydanie kníh trvalo celé roky. Aby si vedci zabezpečili prioritu svojho objavu, formulovali jeho podstatu v krátkom výroku, v ktorom potom poprehadzovali písmená. Zašifrovaný text rozoslali svojím kolegom (takéto texty sa nazývajú *anagramy*). Po vytlačení knihy s podrobným výkladom príslušného objavu, uviedli v nej aj rozlúštenie anagramu. Vtedy, keď **Christian Huygens** (1629–1695) objavil Saturnov prstenec, zostavil takýto anagram: aaaaaaa, ccccc, d, eeeee, g, h, iiiiiii, lll, mm, nnnnnnnnn, oooo, pp, q, rr, s, ttttt, uuuuu.

Ak sa písmená patrične usporiadajú, dostaneme túto správu:
Annulo cingitur tenui, plano, nusquam cohaerente, ad eclipticam inclinato.
(*Obklopený prstencom tenkým, plochým, nikde nezaveseným, nakloneným k ekliptike.*)

Čriepky (17)

Zaujímavé úvaha – *Cavalieriho princíp*



Predstavte si dva rovnako vysoké stĺpce na seba uložených rovnakých mincí. Jeden stĺpec je pravidelný, zrovnaný do kolmého rotačného valca. V druhom stĺpci sú jednotlivé mince rôzne nerovnomerne posunuté, teleso z nich vytvorené je nepravidelné. Je však zrejmé, že obe takto rôznym spôsobom vzniknuté telesá majú rovnaký objem. Formulujme to presnejšie: *Dve telesá rovnakej výšky majú rovnaký objem, ak ich rovinné rezy v rovnakej výške majú vždy rovnako veľkú plochu*. Ešte všeobecnejšie: *Ak pre dve telesá existuje taká rovina, že každá s ňou rovnobežná rovina pretína tieto telesá v útvaroch s rovnakým obsahom, tak objemy týchto telies sa rovnajú*. Táto myšlienka sa nazýva *Cavalieriho princíp*.

Taliansky matematik **Bonaventura Cavalieri** (asi 1598–27.9.1647) vo svojich odborných prácach rozvinul myšlienky, ktoré viedli k vzniku infinitezimálneho počtu. Jeho *Geometria indivisibilium continuorum quadam ratione promota* (1635) podnietila mnohých matematikov k štúdiu problémov dnešného diferenciálneho a integrálneho počtu. **Cavalieri** vydal aj knihu o uplatnení logaritmov v astronomických výpočtoch (1632) a zbierku úloh o používaní logaritmov v rôznych oblastiach vtedajšej náuky (1639). Študoval súvislosti medzi geometrickou optikou a teóriou kužeľosečiek. Vydal aj spis o trigonometrii (1643) a celý rad ďalších pojednaní. V roku jeho úmrtia vyšla publikácia Šesť etúd o geometrii, kde rozvinul a doplnil svoje predstavy „*metódy nedeliteľných*“ (bod je nedeliteľný pre čiaru, čiara je nedeliteľná pre rovinu, rovina je nedeliteľná pre teleso; nedeliteľné je schopné vytvárať pohybom kontinuum priestoru o jeden rozmer väčšieho;) Porovnávanie nedeliteľných je užitočné pre postupy na určovanie obsahov a objemov. **Bonaventura Cavalieri** predurčil cestu k užitočnému ntegrálnemu počtu.

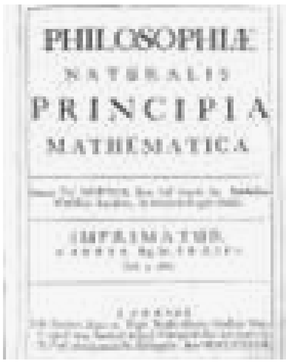
Bernoulliovci – rod s talentom pre matematiku

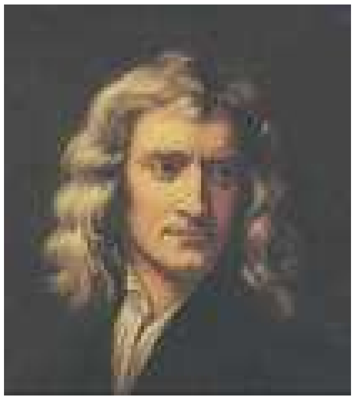
Nebýva zvykom, aby v jednej rodine bolo veľa významných matematikov. Rodina Bernoulliovcov vo Švajčiarsku mala počas troch generácii osem slávnych matematikov [**Jacob I.** (1654–1705); **Johann I.** (1667–1748); **Nicolaus I.** (1687–1759); **Nicolaus II.** (1695–1726); **Daniel I.** (1700–1782); **Johann II.** (1710–1790); **Johann III.** (1744–1807); **Jacob II**. (1759–1789)]. Preto pri ich menách udávame pre prehľadnosť aj rímske číslice, ako u panovníkov. S menami Bernoulliovcov je spojených nielen desať matematických a fyzikálnych rovníc alebo výrazov, ale aj mesačný kráter.

Jacob I. Bernoulli (na obrázku) z vlastného záujmu získal základné poznatky z astronómie, matematiky a fyziky. Vzdelanie si prehĺbil na cestách v Ženeve, Paríži, Holandsku i Anglicku. Začal prednášať experimentá1nu fyziku (1683) a stal sa profesorom matematiky na bazilejskej univerzite (1687). Rozvinul základy kombinatoriky, zaoberal sa teóriou radov. Dokázal divergenciu harmonického radu, využíval mocninové rady pre výpočet dĺžky kriviek a obsahov plôch. Študoval úlohy o obrazcoch rovnakého obvodu, položil základy variačného počtu. Skúmal geometrické krivky (*reťazovka*, *lemniskáta*, *logaritmická špirála*), zaviedol *polárne súradnice*. V posmrtne vydanej práci *Umenie predpokladať* (1713) položil základy teórie pravdepodobnosti. Zaviedol pojem pravdepodobnosti, formuloval zákon veľkých čísel. Na pomníku má nakreslenú *logaritmickú špirálu* spolu s nápisom ***zostávam rovnakou aj keď sa mením.***

Čriepky (18)

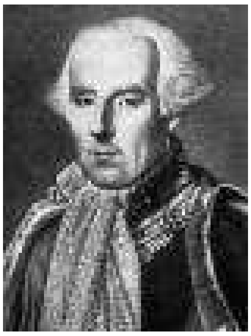
Úloha od Newtona?





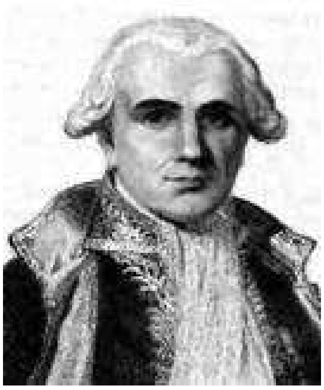
Tráva na lúke rastie počas pastvy všade rovnako husto i rovnako rýchlo. Koľko kráv spasie trávu na lúke za 96 dní, ak viete, že 70 kráv by ju spáslo za 24 dní, zatiaľ čo 30 kráv za 60 dní? Tento upravený text úlohy je spojený s menom **I. Newton** (1643–1727), podľa slávneho anglického matematika a fyzika, ktorý vo svojej *Všeobecnej aritmetike* napísal: *Pri štúdiu prírodných vied sú úlohy užitočnejšie než pravidlá*. V monumentálnom diele *Matematické princípy prírodnej filozofie* (1687) otvoril cestu pre gravitačnú teóriu, odvodil tri základné zákony dynamiky (princíp zotrvačnosti, zákon sily i princíp akcie a reakcie). Pre matematiku pripravil základy infinitezimálneho počtu, skúmal nekonečné rady i vlastnosti symetrických funkcií. Na Newtonovom náhrobku sú slová: „ *...takmer božským umom prvý dokázal s fakľou matematiky pohyb planét, cesty komét a prílivy oceánov...*“

Laplace a Napoleon



Obdobie po Veľkej francúzskej revolúcii (1789–1794) malo v oblasti matematiky a fyziky tri veľmi známe postavy s "veľkým L": Lagrange, Laplace, Legendre. **Pierre Simon Laplace** (1749–1827) napísal päťzväzkovú *Nebeskú mechaniku* (1799–1825) aj *Analytickú teóriu pravdepodobnosti* (1812). Keď sa ho Napoleon Bonaparte spýtal, prečo sa v tak obsiahlom diele o veciach nebeských nezmienil o pánu Bohu, **Laplace** odpovedal: *Pane, nepotreboval som takúto hypotézu*. **Pierre Laplace** bol vymenovaný za Napoleonovho ministra vnútra, ale po šiestich týždňoch ho vládca odvolal s poznámkou – *zavádzal pojem nekonečne malého do riadenia vecí*. Zdá sa, že znalci nemenných zákonov sa často neznášajú s dočasnými mocipánmi. **Laplace** všetkým učiteľom odkázal: *Pri vyučovaní dávajte prednosť najvšeobecnejším metódam. Prinúťte sa k tomu, aby ste ich vysvetlili čo najjednoduchším spôsobom a hneď uvidíte, že sú skoro vždy najľahšie.*

Priateľstvo s imperátorom

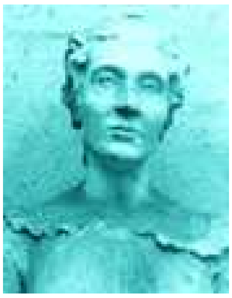


Prefíkaná politika, bezohľadná a násilná moc nebýva často spojená s mimoriadnou vedeckou argumentáciou. Napoleon Bonaparte (1769–1821), vojvodca, ktorý sa po prevrate (1799) prehlásil za cisára (1804), rád a často besedoval so známymi vedcami. Priateľom imperátora bol aj **Gaspard Monge** (1746–1818), zakladateľ deskriptívnej geometrie. S panovníkom sa zúčastnil aj výpravy do Egypta (1798/99). Známy je ich netradičný rozhovor, keď na poznámku Napoleona o tom, že ho Mongeho žiaci nemajú radi, matematik odpovedal: *Vaše veličenstvo, veľa času sme venovali ich výchove na republikánov, dajte im teraz trochu času stať sa obdivovateľmi imperátora*. Viete aká matematická úloha je spojená s Napoleonovým menom? Skúste ju vyriešiť: Na danej kružnici s daným stredom *S* a polomerom *r* zostrojte iba kružidlom štyri body tak, aby rozdelili kružnicu na štyri zhodné oblúky (t.j. vpíšte do danej kružnice vrcholy štvorca iba kružidlom). **Napoleon Bonaparte** prehlásil vo svojej dobe aj túto vetu: ***Rozvoj a úroveň matematiky úzko súvisí s prosperitou štátu***. Platí to ešte aj dnes?

Čriepky (19)

Nikdy nebude prvočíslom

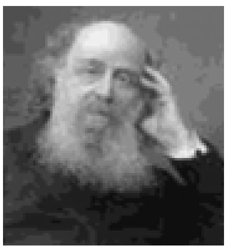
Koľko bolo žien úspešných vo „veľkej“ matematike? Prvou ženou, ktorá získala cenu Parížskej akadémie za vypracovanie matematickej teórie pružnosti dosiek bola **Sophie Germainová** (1776–1831). Pracovala aj v teórii čísel. Tam jednoducho ukázala: *Pre každé prirodzené číslo n > 1 platí: číslo* (n^4+4) *je číslo zložené* (to znamená, že ak je $n > 1$ nie je n^4+4 nikdy prvočíslo). Ukážeme si naozaj zaujímavý a pritom jednoduchý vtipný dôkaz: $n^4+4 = n^4+4n^2+4-4n^2 = (n^2+2)^2-(2n)^2 = (n^2+2+2n)\cdot(n^2+2-2n)$. Ani jeden zo súčiniteľov sa pre $n > 1$ nerovná jednej, to znamená, že n^4+4 má dvoch rôznych deliteľov, ktoré sa nerovnajú číslu samému ani jednotke. Teda je to číslo zložené. **Sophie Germainová** žila v období, keď štúdium žien nebolo v móde. Jej rodičia neboli netradičným záujmom svojej dcéry nadšení. Považovali to za prejav duševnej choroby. Talentovaná **Sophie** pod pseudonymom Monsier Le Blanc (v skutočnosti to bolo meno študenta parížskeho polytechnického



inštitútu, ktorý opustil školu bez vedomia administratívy) riešila zadávané matematické úlohy. Matematik Lagrange chcel poznať osobne tohto študenta. Stal sa však učiteľom i priateľom mladej **Sophie**. V rokoch 1811 až 1816 pracovala **Sophie Germainová** na matematickom vyjadrení vzťahov pre kmitavý pohyb pružných doštičiek. Získala postupne nielen čestné uznanie, ale aj cenu vypísanú francúzskou Akadémiou vied za najlepšiu prácu o matematickej teórii elastických plôch. Z tejto problematiky napísala tri úspešné vedecké práce. Napriek pochybnostiam niektorých známych matematikov o úrovni matematického vzdelania a presnosti úvah, získala táto nevšedná žena prezývku *Hypatia 19. storočia*.

Matematik hrdý na svoju poéziu

Na svete neexistuje taká veda, ktorá dáva do pohybu toľko harmónie ako matematika. Vtipným mužom, ktorý očakával veľkú symbolickú jednotu všetkých matematických disciplín, bol **James Sylvester** (1814–1897), anglický matematik, stelesnená predstava toho, kto žije medzi ideálnymi číslami, vysoko nad problémami všedného dňa. *Svet nápadov, ktorý matematika obsahuje, je oslavou božskej krásy. Spôsob, akým matematika spája všetky svoje časti, je nekonečný poriadok a absolútny dôkaz pravdy, ktorou sa zaoberá. Matematika je najistejšia pôda pre ľudstvo. Zostane nedotknuteľná až kým sa plán univerza, ktorý sa rozprestiera pod našimi nohami ako mapa, nestane súčasťou ľudskej mysle.* Za svoj dlhý život napísal **Sylvester** viac než 300 pojednaní z algebry, z teórie matíc a determinantov, z teórie invariantov, pravdepodobnosti, mechaniky a matematickej fyziky. Položil základy teórie elementárnych deliteľov (1851), sformuloval zákon zotrvačnosti kvadratických foriem (1852). Bol úspešným tvorcom matematických termínov (napr. invariant, kovariant a pod.), zaviedol pojem matice, využíval teóriu matíc na štúdium viacrozmernej geometrie, študoval kanonické tvary kvadratických foriem. Prispel k rozvoju modernej matematiky v USA, založil (1878) prvý americký matematický časopis).Dokázal (188), že pre každé dostatočne veľké prirodzené číslo n existuje prvočíslo p tak, že platí $n < p < 1{,}092\cdot n$. **Sylvester** tak prispel k objasneniu problematiky Bertrandovej hypotézy.



Mal rád riešenie vtipných problémov. Posielal do novín hádanky. S jeho menom je spojená aj táto úloha: *Z veľkého počtu poštových známok s hodnotami 5 a 17 sa dajú skladať rôzne hodnoty. Aká je najväčšia hodnota, ktorá sa nedá vytvoriť kombináciou týchto dvoch hodnôt?* Roztržitý profesor **Sylvester** mal rád aj poéziu, citlivo vnímal zákutia básnického umenia. Sám vydal *Zákony verša* a bol na toto literárne dielo aj príslušne hrdý. Pritom však zostal verný svojmu presvedčeniu, že *matematika zvyšuje ľudské schopnosti postupnými krokmi od začiatku k stále vyšším stupňom intelektuálnej existencie.*

Čriepky (20)

Ako to bude ďalej?

Prvočísla (prirodzené čísla väčšie než 1, ktoré majú iba triviálnych deliteľov, t.j. iba 1 a samé seba) sú stavebnými kameňmi pre všetky prirodzené čísla, pretože sa každé prirodzené $n > 1$ dá vyjadriť ako súčin prvočísiel. Grécky matematik *Euklides* (asi 340–287 pred n. l.) ukázal, že sa nedá určiť najväčšie prvočíslo (prvočísiel je nekonečne mnoho). Ako sú prvočísla rozložené v postupnosti všetkých prirodzených čísiel? Objavujú sa v nejakom určitom a presnom vzore? Už spomínaný Euklides vedel, že pre každé prirodzené číslo $n > 2$ existuje prvočíslo p tak, že $n < p < n!$ (n faktoriál, $n! = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot \ldots \cdot 2\cdot 1$). Od roku 1850 vieme, zásluhou ruského matematika P.L. Čebyševa (1821–1894), že medzi ľubovoľným prirodzeným číslom n ($n \geq 2$) a jeho dvojnásobkom $2\cdot n$ sa nachádza aspoň jedno prvočíslo (*Bertrandov postulát*). Možno tiež dokázať, že pre $n > 5$ ležia medzi číslami n a $2\cdot n$ aspoň dve prvočísla. Dnešní matematici poznajú ešte bližší odhad pre výskyt prvočísiel: ***Pre každé $n \geq 48$ existuje prvočíslo p tak, že platí $n < p < (9/8)\cdot n$.*** Nevedia však, či pre každé prirodzené číslo n existuje prvočíslo p tak, že $n^2 < p < (n+1)^2$. Zaujímavý fakt poznáme o hustote prvočísiel. **Jacques Hadamard** (1865–1963; obr.) a **Charles de la Vallée Poussin** (1866–1962) dokázali roku 1896, nezávisle na sebe, že pre veľké prirodzené čísla n sa hustota prvočísiel (podiel počtu všetkých prvočísiel menších než n k počtu všetkých čísiel n) blíži k hodnote $1/(\ln n)$. Pre n blížiace sa k nekonečnu sa hustota prvočísiel blíži nule. Hovoríme, že množina prvočísiel je vzhľadom k množine prirodzených čísiel *riedka*.

Z histórie kombinatoriky

Výberom prvkov a ich usporiadaním sa zaoberáme skoro v každej ľudskej činnosti. Pred niekoľkými tisícami rokov v Číne zostavovali magické štvorce. Hazardné hry s kockami sú známe už z obdobia štyri tisíc rokov pred naším letopočtom. V starovekom Grécku hľadali rozličné kombinácie dlhých a krátkych slabík v básnických skladbách, zaoberali sa teóriou figurálnych čísel. Kombinatorické úlohy vznikali pri hrách (šach, domino, kocky, karty), lúštení šifier a hlavolamov. Dávno pred naším letopočtom poznali Číňania permutácie. V Indii 12. storočia **Bhaskara** poznal vzorec pre počet kombinácií a permutácií bez opakovania. V čínskych učebniciach z roku 1303 sa objavuje schéma usporiadania kombinačných čísel. V Európe použil prvý raz binomickú vetu asi **M. Stifel** (1486–1567). Talian **N. Tartaglia** (asi 1500–1557) zostavil prvé tabuľky možných výsledkov pre hody niekoľkých hracích kociek. Termín *kombinácia* v súčasnom zmysle použil prvý raz (1653) **B. Pascal**. Spoznal aj vlastnosti usporiadania kombinačných čísel do trojuholníka a publikoval ich (1654). **Ch. Huygens** (1629–1695; obr.) pripravil pojednanie *O výpočtoch v hazardných hrách* (1657), v ktorom zhrnul poznatky predchádzajúcich znalcov (*Pacioli*, *Cardano*, *Herigone*, *Galilei*, *Fermat*). Vedecký prístup k základom systematickej teórie pripravil **G. W. Leibniz** (1646–1716) v práci *Dissertacio de art combinatoria* (1666). Celý život hľadal univerzálne metódy, ktoré by umožňovali získavať poznatky a porozumieť podstate sveta. Matematika ako všeobecná veda ho priviedla aj k teórii permutácií, kombinácií a symbolickej logike. Vedel, že *analýza princípov slúži na vyjadrenie detailov*. Pojem permutácie prijal **Jakob Bernoulli**, v posmrtne vydanej práci (1713). Cenné nové postupy v kombinatorike pripravil **L. Euler** (1707–1783). Formuloval problém mostov mesta Kráľovca (1735), jednu z prvých úloh kombinatorickej topológie. Zaviedol symbol $\binom{n}{k}$ pre kombinačné čísla. V roku 1750 publikoval vetu o počte vrcholov, hrán a stien pravidelného mnohostena. **C. F. Gauss** (1777–1855) riešil kombinatorické úlohy o šachovnici. Symbol ***n!*** bol zavedený v roku 1808.

Čriepky (21)

Ramanujan – osobný priateľ každého prirodzeného čísla

Aj v modernej dobe a vo svete matematiky sa dejú zvláštne veci. Mladý Ind **S. A. Ramanujan** (1887–1920), bez vysokoškolského vzdelania, produkoval pozoruhodné príspevky k teórii čísel ako vhľad do algebraických vzorcov, nekonečných radov a reťazových zlomkov. Spomenuli pred ním číslo 1729. Bez prípravy spoznal jeho zaujímavú vlastnosť: je to najmenšie číslo, ktoré je dvakrát súčtom dvoch tretích mocnín. Aby to jeden z najvýznamnejších matematikov G. H. Hardy (1877–1947) dokázal, musel sa problému venovať celý polrok ($1729 = 10^3 + 9^3 = 12^3 + 1^3$). **Ramanujan** produkoval formálne úvahy, intuície a indukcie, ktoré často nedokázal ani súvislo popísať. Mnohé hlboké a ťažké matematické vzťahy boli pre neho ako jednoduché použitie všeobecnejších výsledkov, ktoré sa nedajú vymyslieť. Tento indický matematik sa stal členom Trinity College v Cambridge. Slávny matematik Hardy aj o ňom povedal: *Žiadny iný odbor nemá také vyhranené a jednoznačné pravidlá a nezabudnuteľní objavitelia si skoro vždy zaslúžia úctu.*

Historka o českom matematikovi E. Čechovi

O svetoznámom českom matematikovi, ktorý sa menoval **Eduard Čech** (1893–1960), sa vie, že sa vážne zaoberal aj otázkami vyučovania matematiky. Rád zdôrazňoval pre učiteľov: *Nemusíte dokazovať všetko, ale nesmiete nedokazovať nič. Nesmie sa stratiť fakt, že matematika je systém.* O ňom koluje aj táto "průpovídka". Za pôsobenia v Brne, tam viedol topologický seminár, bol pozvaný so svojimi kolegami na večeru do Sadovej ulice č. 56. Bezprostredný mimoriadny profesor **Čech** hneď vyhlásil, že číslo domu si možno jednoducho zapamätať, pretože $56 = 7\cdot 8$ a to sú tam štyri po sebe nasledujúce prirodzené čísla menšie ako desať v jednoduchom vzťahu. Na veľké prekvapenie ostatných prišiel **Eduard Čech** na večeru neskoro. Vysvetlenie omeškania bolo svojrázne: Zabudol číslo domu, ale z vlastnosti podmienky $10\cdot x + (x + 1) = (x + 2)\cdot(x + 3)$ si musel určiť neznámu x. Táto rovnica má však dva korene $x = 1$ a $x = 5$. Najprv šiel teda na Sadovú č. 12 ($12 = 3\cdot 4$) a tam zistil, že prvé riešenie nevyhovuje danej reálnej situácii. Druhé, po stratenom čase chôdze, už vyhovovalo.

Pozoruhodnosť matematiky ho nasmerovala k fyzike

Stále znovu a znovu ma prekvapovalo, oko mnoho sa dá o prírode vypovedať pomocou matematických metód, ako je teória schopná objaviť doteraz nepochopiteľné skutočnosti. **Max Laue** (1879–1960), nemecký nositeľ Nobelovej ceny za fyziku (1914), už v mladosti spoznal, že logické myslenie je rovnako dôležité ako konkrétne pozorovanie. V gymnaziálnom štúdiu s radosťou sledoval elegantné dôkazy matematických tvrdení. Na vysokej škole sa rozhodol pre zmysluplnejšiu fyziku. Neskôr vyriešil problém interferencie röntgenového žiarenia na kryštalickej mriežke vhodných látok. Ako jeden z najúspešnejších fyzikov 20. storočia pôsobivo vyjadril význam matematického štúdia: ***Matematika dáva najčistejší a bezprostredný zážitok pravdy, v tom je jej hodnota pre všeobecné vzdelanie ľudí.***

Čriepky (22)

Zaujímavá postupnosť z chaosu k poriadku

Skúste doplniť ďalšie čísla do postupnosti 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... Ak ste odhalili, že počínajúc tretím členom sú ostatné členy vytvárané súčtom predchádzajúcich dvoch, možno to potešilo aj vás. Asi budete mať problém, ak by ste mali určiť hneď ľubovoľný, t. j. *n* – tý člen (napr. stý člen) tejto známej postupnosti, ktorú francúzsky matematik *E. Lucas* (1842–1891) pomenoval na *Fibonacciho postupnosť*. **Leonardo Pisánsky** (asi 1170–1240), prezývaný ***Fibonacci*** (syn dobráka), vo svojom diele *Liber abaci* (*Kniha o abaku*) zaviedol do Európy indické cifry a nulu, vysvetlil desiatkovú pozičnú sústavu i arabské poznatky z aritmetiky aj algebry. Ak chcete priamo určovať *n* – tý člen Fibonacciho postupnosti, tu je hľadaný vzorec (objavený až v 19. storočí):

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}}.\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right]$$

Pomer dvoch po sebe nasledujúcich členov tejto postupnosti sa s rastúcim *n* stále viac približuje k pomeru, ktorý voláme ***zlatý rez***. Nečakanou skutočnosťou je, že aj pri skúmaní štruktúr prírodných telies i niektorých biologických javov sa ukazuje *Fibonacciho postupnosť* i pomer zlatého rezu. Ako keby boli symbolom pre vznik poriadku z chaosu.

Teória čísiel je stále otvorená pre problémy

Teória čísiel, jedna z najstarších matematických disciplín, poskytuje jednoduché tvrdenia, ktoré skoro všetci považujú za pravdivé a predsa ich pravdivosť zatiaľ nikto nedokázal. Napríklad **Ch. Goldbach** (1690–1764) v korešpondencii s L. Eulerom (1707–1783) uviedol hypotézu: *Každé párne prirodzené číslo väčšie než 2 je súčtom dvoch prvočísiel*. Často a ľahko sa o tom môžeme presvedčiť, napríklad 4 = 2 + 2; 6 = 3 + 3; 8 = 3 + 5; … 16 = 13 + 3; … 30 = 23 + 7 a podobne, ale všeobecný dôkaz ani vyvrátenie tejto vety sa doteraz nikomu nepodarilo. Ak by *Goldbachovu hypotézu* niekto dokázal, potvrdil by aj ďalšiu domnienku, ktorá hovorí, že *každé nepárne prirodzené číslo väčšie než 5 možno napísať ako súčet troch prvočísiel*, pretože každé nepárne číslo

väčšie než 5 možno napísať ako súčet prvočísla (napríklad 3) a párneho čísla väčšieho než 2. Ak chcete o prirodzených číslach ešte premýšľať, ponúkam otázku: **Existuje nepárne dokonalé číslo?** [Prirodzené číslo ***d*** je dokonalé, ak je súčtom svojich vlastných (t.j. menších než číslo ***d***) deliteľov; napríklad čísla 6 = 1 + 2 + 3; 28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14 sú dokonalé.] Doteraz sa nevie ani odpoveď, či existuje nekonečne veľa párnych dokonalých čísiel. Matematik **Kurt Gödel** (1906–1978; pozri obr.) nám vyargumentoval tvrdenie, že žiadny systém výpočtových pravidiel nemôže úplne charakterizovať všetky vlastnosti prirodzených čísiel.

Ceny za matematické objavy

Nobelova cena sa neudeľuje za matematiku. Kráľovská švédska akadémia vied udeľuje každých sedem rokov ***Crafoordovu cenu*** aj za matematiku. Matematici udeľujú na svojich medzinárodných kongresoch každé štyri roky ***Fieldsovu prémiu*** za významné práce z uznávaných matematických disciplín pre svojich súkmeňovcov, ktorých vek neprevŕšil 40 rokov. V Jeruzaleme od roku 1978 udeľujú ***Wolfovu cenu*** aj za matematiku. ***Nobelovu cenu za ekonómiu*** v roku 1975 dostal ruský matematik **Ľ.V. Kantorovič** (1912–1986; pozri obr.). Cesta k najprestížnejšiemu oceneniu nie je zarúbaná ani pre praktických matematikov.

Čriepky (23)

Hra predstáv samých o sebe

Bernard Bolzano (1781–1848) profesor pražskej univerzity, mimoriadny zjav českej kultúrnej minulosti, si odžil svoj neľahký osud v silovom poli medzi etikou a matematikou, náboženstvom a logikou. Hlbokým odkazom v oblasti sémanticky založenej koncepcie logiky sa stalo jeho monumentálne *Vedoslovie*. Tam vychádzajúc zo svojich filozofických a etických princípov, sa snažil hľadať postupy pri usporiadaní právd pre jednotlivé vedy a spôsob ich výkladu v učebniciach. Jeho *Paradoxy nekonečna* obsahujú základné idey o práci s nekonečnými množinami. **Bolzano** ponúkol dôkaz existencie aktuálneho nekonečného množstva *právd samých o sebe*. *Pravda sama o sebe* je fakt (výpoveď, poznanie) o tom, ako to skutočne je, bez ohľadu na to, či je to niekým myslené alebo vyslovené. *Niečo je pravda nie preto, že to tak poznáva Boh, ale naopak Boh to tak poznáva, pretože to tak je.* **Bolzano** vyšiel z tejto predstavy: Existuje aspoň jedna pravda sama o sebe. Ak by to nebola pravdivá výpoveď, tak by bola pravdivá výpoveď: Neexistuje žiadna pravda sama o sebe. Ale to by bola tiež pravda sama o sebe. S tým bude každý súhlasiť, lebo opačné tvrdenie odporuje samé sebe. *Keby neboli pravdy samé o sebe, nemohli by existovať ani žiadne poznané alebo myslené pravdy*. **Bolzano** tým považoval existenciu aspoň jednej pravdy samej o sebe za rozumovo prijateľnú pre každého. Potom už ľahko ukázal (indukciou, cez výpoveď, že predchádzajúce výpovede samé o sebe sú tiež novou pravdou o sebe), že *právd o sebe* je možných nekonečne veľa. Pretože kresťanský Boh je vševediaci, obsiahne ich všetky, to znamená nekonečné množstvo právd bude aktuálne (uskutočnené). Božia prozreteľnosť sa tak stala obsiahnutím všetkých právd – uskutočnením (aktualizáciou) nekonečného množstva *právd samých o sebe*. Nekonečné množstvo *právd samých o sebe* je vo vedomí Božom (Sensorium Dei). Pre človeka, ktorý sa nedíva Božími očami, strácajú predstavy aktuálneho nekonečna svoje opodstatnenie.

Rozhľadený matematik v dimenzii kultúry

Nechápal matematiku ako horu čísiel, ale ako spôsob myslenia. Matematické poznatky sú súčasťou civilizačnej kultúry každej spoločnosti. Vnímal matematiku ako istý druh duchovného športu, v ktorom sa vyžaduje nadväznosť a vytrvalosť. *Matematika nie je ilustrovaný časopis, ktorý možno začať čítať na ktorejkoľvek strane... Matematika učí vytvárať presnými logickými úvahami platné závery... Matematika učí zmyslu pre pravdu, dôkladnosti a skromnosti*. Profesor **Štefan Schwarz** (18. 5. 1914 – 6. 12. 1996) bral svoju matematiku ako nevyčerpateľný zdroj predstáv a princípov pre účinné vedecké teórie. *Matematika dáva iným vedám svoje prepracované metódy myslenia, ktoré umožňujú analýzu skrytých vlastností a vzájomných vzťahov... Podstatou matematiky je invencia... Jednou z podstatných čŕt matematiky je jej abstraktnosť*. Vždy vedel ukázať, ako matematické vedomosti vyrastali z reality, z fyzikálnych otázok a technických problémov. *Matematika učí racionálnemu spôsobu myslenia a vyjadrovania... Matematika umožňuje riešenie praktických úloh...* Vysokoškolský učiteľ matematiky vo svojich prvých vedeckých prácach študoval maximálne grupy v periodických pologrupách a otázky rozložiteľnosti polynómov na ireducibilné faktory nad konečnými telesami, neskôr zasiahol do teórie konečných polí, booleovských a stochastických matíc, harmonickej analýzy i teórie čísiel. Habilitoval sa prácou *Teória pologrúp*. Publikoval osem monografií a učebných textov, viac než 90 vedeckých pojednaní a vyše 50 odborných statí). Ako ohlas mal okolo 700 citácií vo svetovej literatúre. Medzi učiteľmi matematiky boli obľúbené jeho publikácie *O rovnicích* (Praha 1940), *Algebraické čísla* (Praha 1950), *Základy náuky o riešení rovníc* (Praha 1958).

Čriepky (24)

Matematik s filozofickým nadhľadom

Matematika má čo do činenia so všetkými ostatnými vedami. Neexistuje veda, na ktorú by sa nevzťahovali aplikácie matematiky. Americký filozof a matematik **Charles Sanders Peirce** (1839–1914) videl cestu k vedeckému poznaniu v uplatnení troch postupov: dedukcie, indukcie a vytvárania hypotéz. Obsahy pojmov odvodzoval od ich praktických dôsledkov. Matematiku rozdelil na matematiku logiky, matematiku diskrétnych javov a matematiku kontinua. V matematike sa formulujú hypotézy a označujú dôsledky, skúma sa čo je logicky možné aj bez toho, aby sa hodnotila aktuálna existencia. Matematická činnosť je štúdiom ideálnych konštrukcií a odhaľovaním vzťahov medzi časťami konštrukcií. *Ak sa nestaneme pustovníkmi, nevyhnutne si budeme vzájomne ovplyvňovať názory*.

Ilúzia úplnej formalizácie matematiky

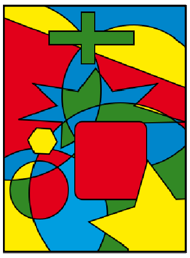
Ľubovoľný bezosporný axiomatický systém obsahujúci aritmetiku prirodzených čísiel je neúplný, to znamená, že v ňom možno sformulovať tvrdenia, ktoré nemožno z jeho axióm ani dokázať ani vyvrátiť. V týchto systémoch nemožno dokázať ani túto ich vlastnú vnútornú bezospornosť. Tieto dve (voľne formulované) matematické vety sú podstatou zásadného odhalenia, že ani matematika si nemôže byť istá sama sebou. Žiadny systém symbolov nie je dosť bohatý na to, aby popísal všetky možné vzájomné vzťahy medzi prirodzenými číslami. Ak nenachádzame spor, to neznamená, že spor neexistuje. Logicko–matematickým postupom tvrdenia o neúplnosti axiomatických deduktívnych systémov formuloval a dokázal vynikajúci logik, matematik i filozof **Kurt Gödel** (1906–1978; obr.). Bol presvedčený o tom, že *matematika popisuje mimozmyslovú skutočnosť, ktorá existuje nezávisle na aktoch aj na dispozíciách ľudskej mysle a je iba vnímaná ľudským rozumom a to vnímaná pravdepodobne veľmi neúplne*. Vedel, že *hlavnou funkciou matematiky (ako každého pojmového myslenia) je dostať pod kontrolu obrovskú rozmanitosť jednotlivostí sveta*. Odhalil a ukázal hranice pre deduktívny postup ľudského myslenia. Naše logicko-matematické poznanie zostane navždy bez úplnej formalizácie. Mohutný chrám matematiky bude nezavŕšeným otvoreným procesom, nevyčerpateľným prameňom ďalších tvorivých nápadov a netradičných konštrukcií. Aj keď budeme stále objavovať, vždy budeme mať čo hľadať.

Významné ocenenie matematikov

Fieldsova medaila je udeľovaná matematickou spoločnosťou (*International Mathematical Union*).raz za štyri roky na celosvetovom kongrese matematikov. Je určená pre dvoch až štyroch vybraných matematikov mladších než štyridsaťročných, ktorí výrazne prispeli k rozvoju matematických disciplín.. Toto uznávané svetové ocenenie sa uskutočňuje na podnet kanadského matematika Johna Ch. Fieldsa (1863–1932; obr.). Doterajší **laureáti Fieldsovej ceny** – 2006: A. Okounkov, G. Perelman, T. Tao, W. Werner; 2002: L. Lafforgue, V. Voevodskyj; 1998: R.E. Borcherds, W.T. Gowers, M. Konševič, C.T. McMullen; 1994: J.I. Zelmanov, P. Lions, J. Bourgain, J. Yoccoz; 1990: V. Drinfeld, V. F. Jones, S. Mori; E. Witten; 1986: S. Donaldson, G. Faltings, M. Freedman; 1982: A. Connes, W. Thurston, S. Yau; 1978: P. Deligne, Ch. Fefferman, G. Margulis, D. Quillen; 1974: E. Bombieri, D. Mumford; 1970: A. Baker, H. Hironaka, S. P. Novikov, J.G. Thompson; 1966: M. Atiyah, P.J. Cohen, A. Grothendieck, S. Smale; 1962: L. Hörmander, J. Milnor; 1958: K. Roth, R. Thom; 1954: K. Kodaira, J. Serre; 1950: L. Schwartz, A. Selberg; 1936: L. Ahlfors, J. Douglas.

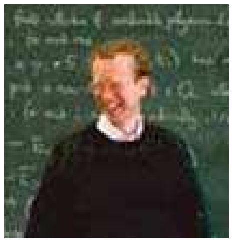
Čriepky (25)

Štyri farby stačia



Ofarbovanie jednotlivých súvislých štátov na mape tak, aby susedné štáty boli vyfarbené vždy inou farbou, je zvyčajne detská hra. Ak si to vyskúšate, zistíte, že vždy vám vystačia štyri farby. Ale viete to dokázať? Matematici farebné mapy previedli na farbenie uzlov grafu tým, že z každého štátu spravia uzly grafu, ktorého hrany dostaneme tak, že spojíme dva uzly práve vtedy, ak sú príslušné štáty susedné. Tým sa problém štyroch farieb stal úlohou teórie grafov. Od roku 1852, keď sa dôkazom začali zaoberať vážení matematici (napr. A. Morgan, W.R. Hamilton, C.S. Peirce, A. Cayley, neskôr aj A. Kempe, P. Heawood, P. Tait, G. Birkhoff, O. Veblen a ďalší) sa nedarilo urobiť presvedčivý matematický dôkaz. Zdanlivých dôkazov pravdivosti hypotézy o štyroch farbách, v ktorých sa neskôr našli chyby nebolo málo. Až roku 1976 **K. Appel** a **W. Haken** z univerzity Illinois, po tri a polročnej príprave metód i počítačového programu a riešení za pomoci elektronických počítačov (asi 1200 hodín strojového času), keď rozlíšili asi 2000 rôznych prípadov, presvedčili matematikov, že ich postup je dôkazom. Niektorí ortodoxní matematici majú však k uplatneniu počítačového programu v dôkazových matematických postupoch trvalé výhrady. Matematika však nemôže vylúčiť informatické postupy computer science. *Computer science a matematika budú existovať ako uctievané disciplíny, ktoré slúžia analogickým, ale rozdielnym úlohám vo vzdelaní človeka... V skutočnosti človek nerozumie niečomu dokonale, kým to nedokáže naučiť počítač, t.j. vyjadriť vo forme algoritmu* (D.E. Knuth). Svet matematických disciplín sa rozšíril do oblasti počítačových programov.

Po viac než 350 rokoch



Známy je problém dôkazu Veľkej Fermatovej vety. V Diofantovej knihe *Aritmetika* si Pierre Fermat (1601–1665) okolo roku 1637 poznačil: *nádherný dôkaz – okraj knižky je príliš úzky, aby sa tam vošiel.* Asi bol presvedčený, že neexistujú také prirodzené čísla x, y, z, aby rovnica $x^n + y^n = z^n$ mala pre prirodzené $n > 2$ riešenie. *Hanc marginis exiquitas non caperet.* Nikdy svoj dôkaz nezverejnil. Pokusy spoznať dôkaz tejto vety podnikli mnohí významní matematici: Gauss, Galois, Kummer, Euler. Až do septembra 1994 bol problém nedoriešený. Profesor **Andrew Wiles** (na obr.) spojil myšlienky mnohých matematikov (*Klein, Fricke, Hurwitz, Hencke, Dirichlet, Dedekind, Katz, Frey, Bloch, Kato, Selmer, ...*) a vyriešil Taniyamovu–Shimurovu hypotézu o tom, že každá eliptická krivka je modulárna. Spočítal modulárne formy a Galoisove reprezentácie a tým sa kruh uzavrel. Pondelok 19. 9. 1994 získal presvedčenie, že sa nemýli. Dokončil dôkaz Veľkej Fermatovej vety. ***Bolo mi dopriate, aby som ako dospelý uskutočnil svoj detský sen.*** Po viac než 350 rokoch bol vyriešený jeden z najväčších matematických problémov teórie čísel.

Testovanie prvočíselnosti

Prvočísla (prirodzené čísla väčšie než 1, ktoré nemajú okrem seba a jednotky iných deliteľov) sú základné prvky pre všetky ostatné prirodzené čísla, lebo všetky ostatné prirodzené čísla vznikajú ako násobky týchto prvočísiel. *Sito Eratostenovo* je príkladom prvého postupu pre vyhľadávanie prvočísiel. Overiť, či je číslo s veľkým počtom cifier prvočíslo je určite zaujímavá úloha. Indický matematik **M. Agrawal** a jeho postgraduálni študenti **N. Kayal** a **N. Saxena** našli a preukázali, že ich originálny algoritmus (v podstate na 13 riadkoch) rozhodne o prvočíselnosti testovaného čísla. Teória oprávňujúca tento algoritmus je síce komplikovaná, ale úspech je potvrdený. Od augusta 2002 je známy polynomiálny (t. j. počet krokov algoritmu je ohraničený určitou hodnotou polynómu v závislosti na počte cifier testovaného čísla) algoritmus a jeho dôkaz založený na testovaní iba určitých príznakov, že číslo je prvočíslom. Matematici a informatici tak vedia, že pomocou počítačov určia s obmedzeným počtom operácií, v závislosti na počte cifier testovaného čísla, odpoveď o jeho prvočíselnosti.

Čriepky (26)

Matematické disciplíny

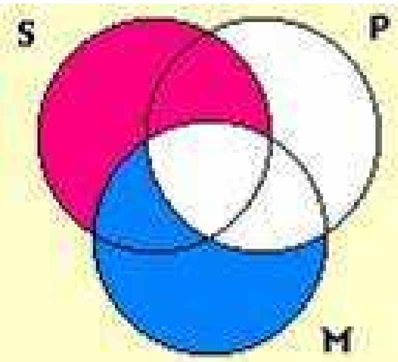
Naznačme si aspoň v jednoduchom priblížení aké matematické disciplíny sa v matematickej kultúre uplatňujú:

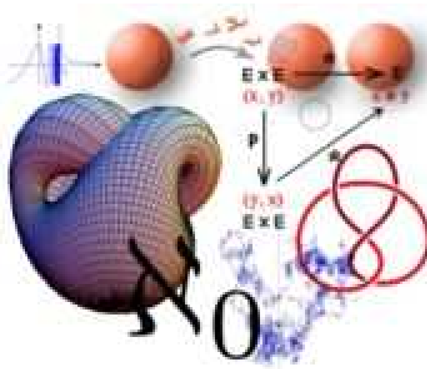
algebra – aritmetika – aplikovaná matematika (poistná matematika, ekonomická a finančná matematika, numerická matematika, optimalizácia, dynamické systémy, pravdepodobnosť, matematická štatistika, teória hier) – diskrétna matematika (diskrétna pravdepodobnosť; kombinatorická analýza; matematická logika – teória aritmetiky, teória dôkazov, teória modelov; teória automatov; teória čísiel; teória funkcionálnych systémov; teória grafov a sietí; teória kódovania; teória vypočítateľnosti; teória zložitosti) – matematická analýza (reálna a komplexná matematická analýza, diferenciálny a integrálny počet, teória diferenciálnych rovníc, funkcionálna analýza, teória dynamických systémov, teória miery, analýza na varietách) – teória množín (deskriptívna teória množín; ordinálna a kardinálna aritmetika) – teória priestoru (geometria – analytická, algebraická, deskriptívna, diferenciálna; topológia – algebraická, diferenciálna; trigonometria) – operačná analýza – teória chaosu.

Tisícročia matematiky

Matematika ako teória symbolického myslenia, číselných vzťahov a geometrických foriem, merateľných príbuzností a aplikovateľných podobností, umožňuje zachytiť a rozumom spracovať skutočné či symbolické harmónie javov fyzikálneho sveta i myšlienkového obzoru ľudských bytostí. *Za tisícročia svojej existencie matematika vytvorila podivuhodnú kultúru myslenia a abstraktný jazyk, ktorý umožňuje jednotne popísať aj veľmi rozdielne procesy... Matematika získala úlohu architekta systémov interdisciplinárnych výskumov a to dokazuje veľkosť matematiky* (**N. N. Moisejev**). Aj uvedené fragmenty z histórie matematiky naznačujú, že matematika je rozvíjajúci sa systém poznatkov a myšlienkových postupov, nielen sa neustále dvíhajúci a rozširujúci, ale aj prehlbujúci a spevňujúci si základy. *Kto sa obmedzuje len na súčasné, bez vedomostí o minulom, ten súvislosti nikdy nepochopí* (**G.W. Leibniz**, 1646–1716; obr.). K vyučovaniu a štúdiu matematiky nesporne patria aj historické poznámky o súvislostiach, v ktorých sa matematické poznatky rozvíjajú.

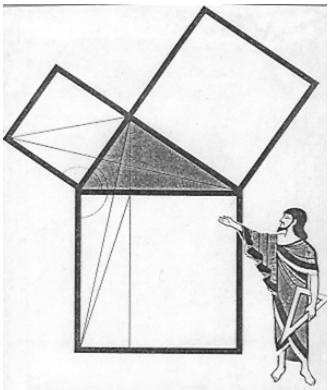
S obrázkami a bez komentára





Čriepky (27)

Od mystiky čísel k univerzálnemu jazyku



V časoch gréckeho *Pytagora* (asi 560–480 pred n. l.) sa začal uplatňovať nový zvyk – mystická reč prirodzených čísel. Číselné vzťahy boli chápané ako prejav vnútornej harmónie celého vesmíru. Postupne sa číslo (počet, meranie) stalo základom všetkých vecí a javov chápaných myslením. Svet čísel sa ukázal ako jedna z nevyhnutných podmienok pre veľký proces objektivizácie ľudského poznania. Známy prírodovedec *Galileo Galilei* (1564–1642) vytušil, že matematikou človek dosahuje vrchol abstraktného poznania. Ľudstvo poznáva v oblasti matematiky istoty na božskej úrovni. V dnešnej dobe môžeme matematiku chápať ako univerzálny symbolický jazyk, ktorý sa zaoberá všeobecným vyjadrovaním vzťahov a formalizovaným spôsobom odráža celý proces ľudského myslenia. Matematika je schopná vystihnúť nekonečno pomocou znakov, budovať modely, v ktorých sa ľudskému intelektu odkrývajú utajené zákonitosti vesmíru. Matematika sa stala sprostredkujúcou sférou medzi zmyslovým a nadzmyslovým svetom. *Matematika je kľúčom k pravdivému pochopeniu kozmického a morálneho poriadku* (*E. Cassirer*, 1874–1945). Dejiny matematiky sú pôsobivou ukážkou dobrodružného zápasu ľudského myslenia o stále zmysluplnejšie abstrakcie, ktoré vytvárajú pyramídu stále nekončiacich sa nových odhalení.

Myšlienky mnohých generácií

História ľudského poznávania ukazuje aj matematiku ako mohutne sa rozvíjajúcu myšlienkovú kultúru. *Matematika je veľkým dobrodružstvom v myslení. V jej dejinách sa odzrkadľujú mnohé z najhlbších myšlienok nespočetných generácií ľudstva* (**D.J. Struik**, 1894–2000). Ani dnes nemožno zabúdať na základné matematické vedomosti a zručnosti. *Kto podceňuje výsledky matematiky, škodí celej vede, lebo ten, kto nepozná matematiku, nemôže poznať ostatné exaktné vedy a nemôže pochopiť svet* (**R. Bacon**, asi 1214–1292). Profesionálni matematici vedia vnímať svoju vedu aj v širších kultúrno-filozofických súvislostiach. *Matematika je akoby sila ľudského ducha povolaná nahradiť nám nedokonalosť našich zmyslov i krátky čas nášho života* (**J. Fourier**, 1768–1830). Už aj náznaky hlbšej matematickej kultúry to potvrdzujú.

Podnety dejín sú účinné aj vo vyučovaní matematiky

Dejiny matematiky predstavujú nezadržateľnú silu vývoja ľudských tvorivých myšlienok, podnetných abstraktných definícií, logických argumentov, spôsobov dokazovania a zdôvodňovania javov. Matematika sa stala účinným nástrojom pre zdokonaľovanie a zjemňovanie ľudského myslenia, univerzálnym prostriedkom každej modernej vedy. Nielen pre učiteľov matematiky sú medzi základné podmienky kultúrnosti zaradené aj primerané znalosti z histórie vývoja matematického poznávania. Zdôraznime úlohu vedomostí z dejín aspoň niekoľkými myšlienkami významných osobností:

P. Vopěnka: *Matematika sprevádza ľudstvo v celej jeho kultúrnej histórii. Prináša závažné objavy, bez ktorých sa nemôže kultúrna civilizácia vôbec zaobísť.*

M. Hejný: *Analýzou v histórii matematiky možno získať užitočné predstavy o genéze myslenia a tieto potom aplikovať pri vyučovaní.*

Ch.J. Scriba: *Je matematika vôbec možná bez dejín? Matematika bez svojej histórie neexistuje.*

J.P. Serre: *História matematiky je veľmi zaujímavá, dáva veci do správnych proporcií.*

M. Kline: *História matematiky môže pripomenúť veľké problémy a veľké ciele… môže naučiť pokore tvárou v tvár veľkým dielam minulosti.*

N.N. Moisejev: *Matematika za tisícročia svojej existencie vytvorila podivuhodnú kultúru myslenia a abstraktný jazyk, umožňujúci jednotne popísať aj veľmi rozdielne procesy.*

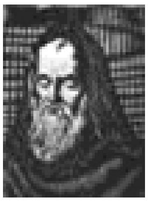
B. Bolzano: *Je potrebné, aby sme národ zoznamovali s dejinami vekov predošlých, s veľkými činmi praotcov. Nech počujú s úžasom, že naši predkovia pestovali vedy čo najzdarnejšie.*

Čriepky (28)

Sedem názorov z histórie matematiky

Matematika ponúka skvelý prostriedok pre objavenie právd, ktoré sú bez účasti rozumu nedostupné ... Počty a merba vedú k rozumovému poznávaniu, k pravde a lepšiemu pochopeniu všetkých náuk. (**Platón,** asi 427–347 pred n. l.)

Číslo bolo v mysli Stvoriteľa bezpochyby prvotným vzorom stvorených vecí... Všetka náuka o pravde je zahrnutá v mnohosti a veľkosti... Nemôže dosiahnuť božských vecí ten, kto nie je vôbec zbehlý v matematike. (**Boethius**, asi 480–524)



Kto nedoceňuje výsledky matematiky, škodí celej vede, lebo ten, kto neovláda matematiku, nemôže poznať ostatné exaktné vedy a nemôže pochopiť svet. (**R. Bacon**, 1214–1292)

Matematika je najväčšou potechou rozumu. Jej je treba dať prednosť pred ostatnými ľudskými bádaniami a vedami. (**Leonardo da Vinci**, 1452–1519)

Celá naša dôstojnosť spočíva v myslení. V ňom sa musíme vzopnúť, nielen v priestore a čase, ktoré nedokážeme naplniť. Usilujme sa teda, aby sme mysleli správne. V tom je princíp mravnosti... Matematika je najnáročnejším zamestnaním pre rozum: je najkrajším remeslom na svete. (**B. Pascal**, 1623–1662)

Matematika je veda o nekonečne. Jej cieľom je, aby človek, ktorý je konečný, vystihol nekonečno pomocou znakov... Zaujatie matematikou sa dá porovnať so záujmom o mytológiu, literatúru alebo hudbu. Je to jedna z najvlastnejších oblastí človeka, v nej sa prejavuje ľudská podstata, túžba po intelektuálnej sfére života, ktorá je jedným z prejavov harmónie sveta. (**H. Weyl**, 1885–1955)

Matematika je veda, ktorá dáva najlepšiu príležitosť pozorovať proces myslenia a má tú prednosť, že pri jej pestovaní nadobudneme cvik v metóde rozumového uvažovania, ktoré môže byť potom používané na štúdium ktoréhokoľvek predmetu. (**G. Polya**, 1887–1985)

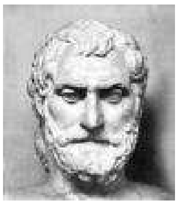
K zmyslu a významu dejín matematiky

Matematiku možno vnímať ako jednu z najvlastnejších myšlienkových oblastí človeka, ako prejav podstaty sveta, ako túžbu po rozumovom uchopení prírodných javov, ako náznak harmónie i krásy modelov, ktoré vytvárame a duchovne spracúvame. V histórii tvorivého rozvoja matematických abstrakcií a idealizácií môžeme vybadať silu ľudského ducha i praktickú užitočnosť teoretických matematických poznatkov. Prehĺbenie vzdelávania a kultúry vyžaduje aj hlbšie podnety i poznatky z dejín matematiky. Poznámky z dejín matematiky podnecujú všeobecnú pozornosť, prehlbujú zaujímavosť pri výklade, prispievajú k lepšiemu zapamätaniu, ponúkajú nečakané informácie i dobové súvislosti. Historické pozadie rozvoja matematického myslenia môže byť sympatickým impulzom pre úvahy o zmysle i význame ľudského intelektu v rozvoji matematickej kultúry.

Čriepky (29)

Výchovné podnety z dávnej histórie

Významní myslitelia starovekého Grécka, s filozofickým založením a nadaním i pre matematiku, nám zanechali odkazy aj pre výchovné pôsobenie:



Táles (asi 624 – 547 pred n. l.): *Nerobme to, čo odsudzujeme u druhých... Neber od otca, čo je zlé... Smutná je nečinnosť, škodlivá nemiernosť, obťažná nevzdelanosť... Nebohatni nesprávnym spôsobom... Nestačí mať čisté ruky, treba mať ducha čistého... Najťažšia vec – poznať sám seba. Najľahšia vec – radiť druhým.*

Pytagoras (asi 570–496 pred n. l.): *Boh dal človeku dve ruky, aby ho neobťažoval s každou maličkosťou... Úlohou výchovy je prebudiť v človeku génia... Pravé a dokonalé priateľstvo znamená spojiť veľa vecí a tiel v jedno srdce a jediného ducha... Najkratšie odpovede – áno a nie – vyžadujú najdlhšie rozmýšľanie... Z každého polena Merkura nevyrežeš... Rob veľké veci bez sľubov... Mlč, alebo povedz niečo, čo je lepšie ako mlčať.*

Platón (asi 427–347 pred n. l.): *Najušľachtilejšia sila našej duše je schopnosť, ktorá sa spolieha na meranie a výpočet... Matematika ponúka skvelý prostriedok pre objavenie právd, ktoré sú bez účasti rozumu nedostupné... Počty a merba vedú k rozumovému poznávaniu, k pravde a lepšiemu pochopeniu všetkých náuk... Aký kto je, také dielo vytvára.*

Aristoteles (asi 384–322 pred n. l.): *Všetci ľudia od prirodzenosti túžia po poznaní... Činnosť rozumu je život. Umenie je nejaký tvorivý stav, spojený so správnym úsudkom... Skutočná božská činnosť, ktorá sa vyznačuje najvyššou blaženosťou, je asi teoretická činnosť... Iba málo ľudí vie, že šťastie vyplýva z osobnej dokonalosti.*

Euklides (asi 340–287 pred n. l.): *Ani pre kráľov neexistuje ku geometrii zvláštna cesta... Ak chceš objaviť to, čo nikto nevidí a nevie, musíš klásť múdre otázky...* Istý žiak sa pri vyučovaní spýtal Euklida: Aký zisk budem mať, ak sa túto poučku naučím? Euklides zavolal otroka a rozkázal: *Dajte mu tri oboly* (vtedajšie peniaze), *lebo tento človek musí zarábať tým, čo sa učí.*

Najkrajšie matematické vzťahy

Mnohí matematici sa zhodujú aj v estetickom posudzovaní odhalených matematických vzťahov. Citlivo vnímajú ich nečakanú jednoduchosť, stručnosť, súvislosť a všeobecnosť, hospodárnosť, formu i nevyhnutnú hĺbku. *Krásna matematická veta musí byť prekvapujúca a hlboká. Musí vám dať novú víziu matematiky* (Y. Haralambous). V jednej americkej ankete (z roku 1988) prideľovalo 74 pomerne známych matematikov body (0–10) pre 24 vybraných zaujímavých matematických tvrdení – vzťahov. Výsledky boli usporiadané do poradia podľa získaného bodového priemeru. Poradie prvých štyroch:

1. $e^{i\pi} + 1 = 0.$

2. Eulerova veta pre mnohosteny: $v + s = h + 2$.

3. Existuje nekonečne veľa prvočísiel.

4. Existuje presne päť pravidelných mnohostenov.

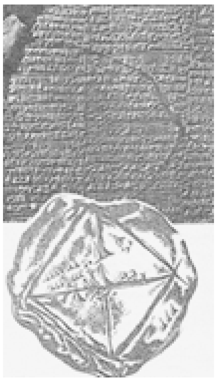
Čo si myslíte vy o krásach matematiky?

Čriepky (30)

Priznania slávnych i menej známych o matematickej kultúre

- Ch. Darwin: *Ľudia, ktorí si osvojili princípy matematiky, majú o jeden zmysel viac než obyčajní ľudia.*
- L. Wittgenstein: *Matematika ťa neučí jednoduché odpovede na nejakú otázku, ale celú jazykovú hru s otázkami aj odpoveďami.*
- W.P. Thurston: *Matematika je jedným z odborov prinášajúcich najväčšie intelektuálne uspokojenie... Zaoberať sa matematikou je skutočné potešenie spočívajúce v nachádzaní spôsobov myslenia, ktoré vysvetľujú, organizujú a zjednodušujú.*
- G.C. Rota: *Tajomstvo a sláva matematiky nie je ani tak v tom, že sa abstraktné teórie ukazujú ako užitočné pri riešení problémov, ale v tom, že teória pripravená pre jeden typ problémov je často jedinou cestou pre riešenie problémov úplne iného druhu, problémov, pre ktoré táto teória nebola vymyslená.*
- J. Guitton: *Keď uvažujem o matematickom poriadku, ktorý sa vo vnútri reality zjavuje, môj rozum ma núti povedať, že ten neznámy ukrytý za kozmom je prinajmenšom hypermatematickou inteligenciou, ktorá kalkuluje a ktorá je vzťahová, t. j. produkujúca vzťahy, a teda musí byť typom abstraktným a duchovným.*

S históriou do budúcnosti

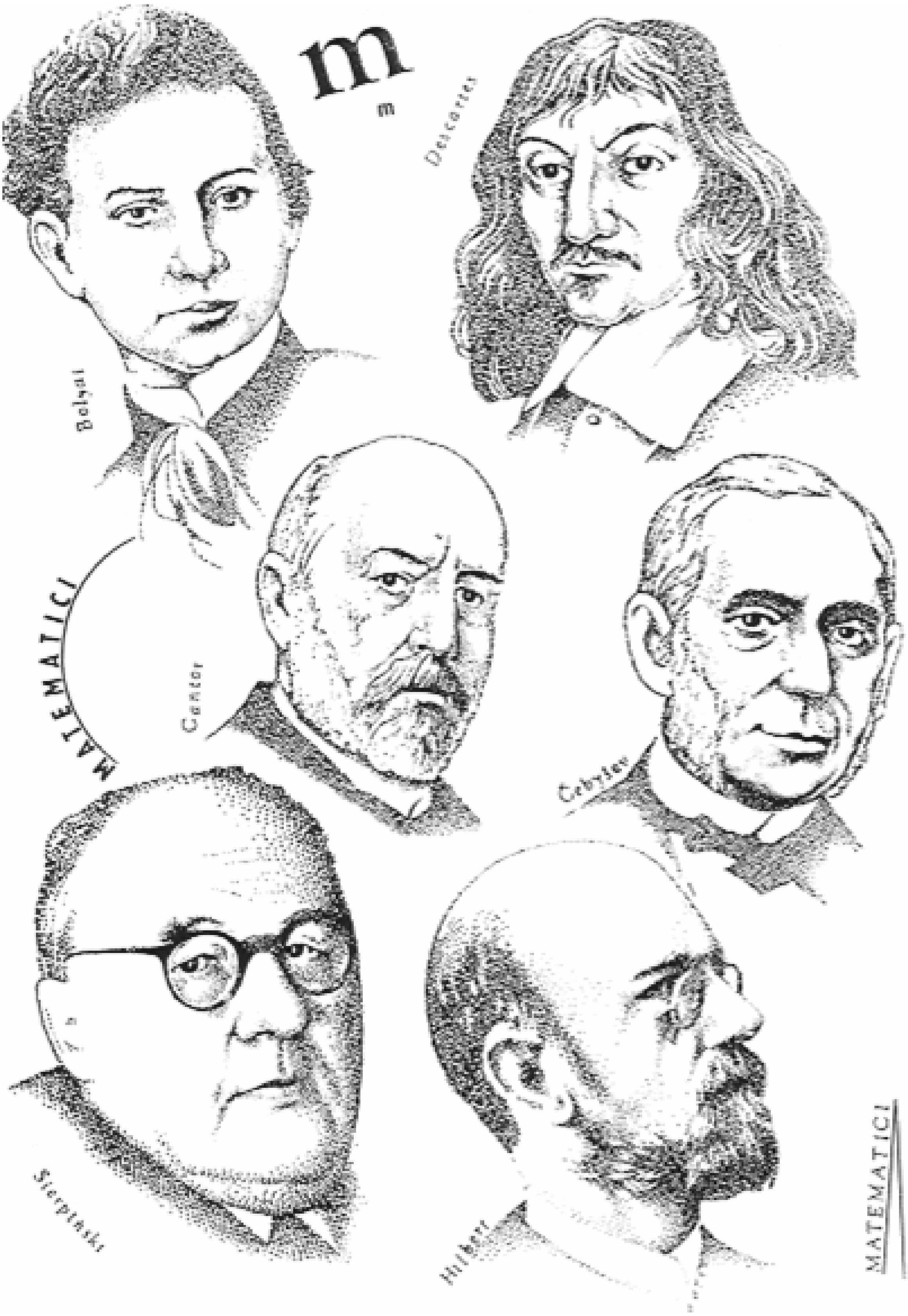


V priebehu svojich dejín sa matematika zaoberala neuveriteľne širokou škálou problémov. Neexistujú pevné kritériá, podľa ktorých by sa dalo rozhodnúť, čo je a čo nie je predmetom tejto intelektuálnej disciplíny. **Matematika** abstrahovala vlastnosti pozorovaných faktov a vzťahov medzi nimi, z toho vydedukovala malý počet axióm a pomocou pravidiel matematickej logiky vybudovala svoje teórie. Odhalené nové vzťahy mohli byť potom v rôznych štrukturálnych modeloch preverované. Poučným príkladom je väzba medzi matematickým myslením a matematickou fyzikou: Skutočné základy matematickej fyziky sú v jej matematických formuláciách, ale vývoj veľkých častí matematiky bol určený problémami, ktoré vyplývajú z fyzikálnych javov skúmanej hmoty. Pozoruhodný je aj fakt, že meranie vo fyzikálnych vedách môže byť redukované na operácie s číslami. Dnes už nemožno ostro ohraničiť medze medzi matematikou a ostatnými disciplínami, v ktorých sa používa. Zdá sa, že sme naše ľudské myslenie „zmatematizovali“, aby sme mohli viac a úspešnejšie využívať výpočtovo-informačnú techniku. Stále viac technických i ekonomicko-rozhodovacích problémov formulujeme a riešime metódami, ktoré sú vo svojej podstate matematické. Využívanie samočinných počítačov rozšírilo a prehĺbilo obsah i rozsah matematickej kultúry. Vynorila sa aj otázka, koľko z toho, čo považujeme za „intelekt“, je len vecou kapacity pamäti a rýchlosti prenosu informácií.

Záver

Poznámky z dejín matematiky podnecujú všeobecnú pozornosť, prehlbujú zaujímavosť pri výklade, prispievajú k lepšiemu zapamätaniu, ponúkajú nečakané informácie i dobové súvislosti. Historické pozadie rozvoja matematického myslenia môže byť aj v prostredí školskej matematiky sympatickým impulzom pre úvahy o zmysle i význame ľudského intelektu v rozvoji matematickej kultúry.

PREHĽAD ŽIVOTOPISNÝCH ÚDAJOV VÝZNAMNÝCH MATEMATIKOV



PREHĽAD ŽIVOTOPISNÝCH ÚDAJOV VÝZNAMNÝCH MATEMATIKOV

PREHĽAD ŽIVOTOPISNÝCH ÚDAJOV VÝZNAMNÝCH MATEMATIKOV

Vhodnou príležitosťou pre spomienku na životné osudy i tvorbu významných matematikov (nielen svetových, ale aj niektorých českých a slovenských) sú aj ich výročia narodenia alebo úmrtia. Predložený výber životopisných údajov týchto osobností by mohol poslúžiť ako orientačná pomôcka pre časový predstih pri príprave spomienkových akcií rôzneho druhu.

Nie všetci, na ktorých by sme mali spomínať, sú uvedení v našom výbere. Každý z nás si však môže zoznam dopĺňať i aktualizovať. Na každej škole môžeme, pri dobrej vôli, prispieť k činorodej spomienke na vedecké aj ľudské odkazy, slávnych alebo aj menej známych, tvorcov a šíriteľov matematickej kultúry.

Abu–l–Vafa (10. 6. 940 – 15. 7. 998)

Abel, N. H. (5. 8. 1802 – 6. 4. 1829)

Ackermann, W. (29. 3. 1896 – 24. 12. 1962)

Agnesiová, M.G. (16. 5. 1718 – 9. 1.1 799)

Ahlfors, L.V. (18. 4. 1907 – 11. 10. 1996)

Al–Chorezmí (okolo 780 – 850)

Al–Tusí (18. 2. 1201 – 26. 6. 1274)

Alcuin z Yorku (asi 735 – 19. 5. 804)

Alembert, J. d´ (16. 11. 1717 – 29. 10. 1783)

Alexandrov, P.S. (7. 5. 1896 – 16. 11. 1982)

Apfelbeck, A. (18. 11. 1925 – 5. 12. 1992)

Apollonios z Pergy (okolo 260 – 190 pred n. l.)

Archimedes (asi 287 – 212 pred n. l.)

Archytas z Tarentu (asi 428 – 365 pred n. l.)

Arnauld, A. (6. 2. 1642 – 6. 8. 1694)

Artin, E. (3. 3. 1898 – 20. 12. 1962)

Atkinson, F.V. (25. 1. 1916 – 13. 11. 2002)

Babbage, Ch. (26. 12. 1792 – 18. 10. 1871)

Bachet, C. (9. 10. 1581 – 26. 2. 1638)

Bachmann, P. (22. 6. 1837 – 31. 3. 1920)

Baire, R. (21. 1. 1874 – 5. 7. 1932)

Banach, S. (30.3. 1892 – 31. 8. 1945)

Barrow, I. (1630 – 4. 5. 1677)

Bayes, T. (1702 – 7. 4. 1761)

Beltrami, E. (16. 11. 1835 – 18. 2. 1900)

Bernays, I.P. (17. 10. 1888 – 18. 9. 1977)

Bernoulli, D. (29. 1. 1700 – 17. 3. 1782)

Bernoulli, Jakob (27. 12. 1654 – 16. 8. 1705)

Bernoulli, Johann (27. 7. 1667 – 1. 1. 1748)

Bernstein, F. (24. 2. 1878 – 3. 12. 1956)

Bertrand, J. (11. 3. 1822 – 3. 4. 1900)

Betti, E. (21. 10. 1823 – 11. 8. 1892)

Bézout, E. (31. 3. 1730 – 27. 9. 1783)

Bháskara II. (1114 – 1185)

Binet, J. F. (2. 2. 1786 – 12. 5. 1856)

Birkhoff, G. D. (21. 3. 1884 – 12. 11. 1944)

Bishop, E.A. (24. 7. 1928 – 14. 4. 1983)

Blaschke, W. (13. 9. 1885 – 17. 3. 1962)

Bohr, H. (22. 4. 1887 – 22. 1. 1951)

Bólyai, J. (15. 12. 1802 – 17. 1. 1860)

Bolzano, B. (5. 10. 1781 – 18. 12. 1848)

Bombelli, R. (1526 – 1572)

Boole, G. (2. 11. 1815 – 8. 12. 1864)

Borda, J. Ch. (4. 5. 1733 – 20. 2. 1799)

Borel, A. (21. 5. 1923 – 11. 8. 2003)

Borel, E. (7. 1. 1871 – 3. 2. 1956)

Borsuk, K. (8. 5. 1905 – 24. 1. 1982)

Borůvka, O. (10. 5. 1899 – 22. 7. 1995)

Bosák, J. (6. 4. 1933 – 5. 4. 1987)

Brahmagupta (asi 598 – 660)

Briggs, H. (1561 – 26. 1. 1630)

Bronowski, J. (18. 1. 1908 – 22. 8. 1974)

Brouwer, L. E. (27. 2. 1881 – 2. 12. 1966)

Buňakovskij, V.J. (16.12.1804 – 12.12.889)

Burali–Forti, C. (13. 8.1 861 – 21. 1. 1931)

Burnside, W. (27. 1. 1852 – 21. 8. 1927)
Bürgi, J. (25. 2. 1552 – 31. 1. 1632)
Bydžovský, B. (14. 3. 1880 – 6. 5. 1969)

Cantor, G. (3. 3. 1845 – 6. 1. 1918)
Cajori, F. (28. 2. 1859 – 14. 8. 1930)
Caratheodory, C. (13. 9. 1873 – 2. 2. 1950)
Cardano, G. (24. 11. 1501 – 21. 9. 1576)
Carnap, R. (18. 5. 1891 – 16. 9. 1940)
Cartan, E. J. (9. 4. 1869 – 6. 5. 1951)
Cartan, H.P. (8. 7. 1904 – 13. 8. 2008)
Casorati, F. (17. 12. 1835 – 11. 9. 1890)
Cassini, G. D. (8. 6. 1625 – 16. 9. 1712)
Castelnuovo, G. (14. 8. 1865 – 27 .4. 1952)
Catalan, E.Ch. (30. 5. 1814 – 14. 2. 1894)
Cauchy, A. L. (21. 8. 1789 – 23. 5. 1857)
Cavalieri, F. B. (1598 – 3. 12. 1647)
Cayley, A. (16. 8. 1821 – 26. 1. 1895)
Ceulen, L. (28. 1. 1540 – 31. 12. 1610)
Ceva, J. (3. 3. 1648 – 13. 12. 1734)
Clairaut, A. C. (13. 5. 1713 – 17. 5. 1765)
Clebsch, R. F. (19. 1. 1833 – 7. 11. 1872)
Clifford, W.C. (4. 5. 1845 – 3. 3. 1879)
Cohen, P. (2. 4. 1934 – 23. 3. 2007)
Conway, A.W. (2. 10. 1875 – 11. 7. 1950)
Courant, R. (8. 1. 1888 – 27. 1. 1972)
Coxeter, H.S. (9. 2. 1907 – 31 .3. 2003)
Cramer, G. (31. 7. 1704 – 4. 1. 1752)
Crelle, A.L. (11. 3. 1780 – 6. 10. 1855)
Cremona, L. (7. 12. 1830 – 10. 6. 1903)

Čebotarev, N. G. (1894 – 2. 7. 1947)
Čebyšev, P. L. (16. 5. 1821 – 8. 12. 1894)
Čech, E. (29. 6. 1893 – 15. 3. 1960)

Dandelin, G.P. (12. 4. 1794 – 15. 2. 1847)
Dantzig, G. (8. 11. 1914 – 13. 5 .2005)
Darboux, J. G. (14. 8. 1842 – 23. 2. 1917)
Dedekind, J. W. (6. 10. 1831 – 12. 2. 1916)
Delsarte, J.F. (19. 10. 1903 – 28. 11. 1968)
Denjoy, A. (5. 1. 1884 – 21. 1. 1974)
Desargues, G. (2. 3. 1591 – 9. 10. 1662)
Descartes, R. (31. 3. 1596 – 11. 2. 1650)
Diofantos z Alexandrie (okolo 250 n. l.)
Dirichlet, P. G. L. (13. 2. 1805 – 5. 5. 1859)
Dieudonné, J.A. (1. 7. 1906 – 29. 11. 1992)
Dodgson, Ch.L. (27. 1. 1832 – 14. 1. 1898)
Du Bois–Reymond, P.(2.12.1831 – 7.4.1889)
Dudeney, H.E. (10.4.1857 – 24.4.1930)
Duhamel, J.M. (5 .2. 1787 – 29. 4. 1872)
Duhem, P.M. (10. 6. 1861 – 14. 9. 1916)
Dupin, P.Ch. (6. 10. 1784 – 18. 1. 1873)

Ehresmann, Ch. (19. 4. 1905 – 22. 9. 1979)
Eilenberg, S. (30. 9. 1913 – 30. 1. 1998)
Eisenstein, G. (16. 4. 1823 – 11. 10. 1852)
Eratostenes z Kyrény (asi 276–194 pred n. l.)
Erdös, P. (26. 3. 1913 – 20. 9. 1996)
Eudoxos z Knidu (asi 408 – 355 pred n. l.)
Euklides (asi 340 – 287 pred n. l.)
Euler, L. (15. 4. 1707 – 18. 9. 1783)

Fejér, L. (9. 2. 1880 – 15.10. 1959)
Feller, W. (7. 7. 1906 – 14. 1. 1970)
Fermat, P. (17. 8. 1601 – 12. 1. 1665)
Ferrari, L. (2. 2. 1522 – 14. 7. 1565)
Ferrel, W, (29. 1. 1817 – 18. 9. 1891)
Ferro, S. del (6. 2. 1465 – 5. 11. 1526)
Fibonacci, L. (1175 – 1250)
Fields, J. (14. 5. 1863 – 9. 8. 1932)
Fisher, R. A. (17. 12. 1890 – 29. 7. 1966)
Fourier, J. B. (21. 3. 1768 – 16. 5. 1830)

Fraenkel, A. (17. 2. 1891 – 15. 10. 1965)
Fredholm, E. I. (7. 4. 1866 – 17. 8. 1927)
Frege, G. F. (8. 11. 1848 – 26. 7. 1925)
Fréchet, R. M. (2. 9. 1878 – 4. 6. 1973)
Frenet, J. F. (7. 2. 1816 – 12. 6. 1900)
Freudenthal, A. (17. 9. 1905 – 13. 10. 1990)
Friedmann, A.A. (16. 6. 1888 – 16. 9. 1925)
Frobenius, F. G. (26. 9. 1849 – 3. 8. 1917)
Fubini, G. (19. 1. 1879 – 6. 6. 1943)
Fučík, S. (21. 10. 1944 – 18. 5. 1979)
Fuchs, I.L. (5. 5. 1833 – 26. 4. 1902)

Galois, E. (25. 10. 1811 – 31. 5. 1832)
Gauss, C. F. (30. 4. 1777 – 23. 2. 1855)
Geľfond, A. O. (24. 10. 1906 – 7. 11. 1968)
Gentzen, G. (24. 11. 1909 – 4. 8. 1945)
Gerardo z Cremony (1114 – 1187)
Germainová, S. (1. 4. 1776 – 27. 6. 1831)
Glivenko, V. I. (2. 1. 1897 – 15. 2. 1940)
Gnedenko, B.V. (1. 1.1 912 – 27. 12. 1995)
Goldbach, Ch. (18. 3. 1690 – 20. 11. 1764)
Goursat, E. J. B. (21. 5. 1858 – 25. 11. 1936)
Gödel, K. (28. 4. 1906 – 14. 1. 1978)
Grandi, L.G. (1. 10. 1671 – 4. 7. 1742)
Grave, D.A. (6. 9. 1863 – 19.12. 1939)
Grassmann, H. (15. 4. 1809 – 26. 9. 1877)
Green, G. (14. 7. 1793 – 31. 5. 1841)
Gregory, J. (14. 12. 1638 – 26. 6. 1675)
Guldin, P. (12. 6. 1577 – 3. 11. 1643)

Haar, A. (11. 10. 1885 – 16. 3. 1933)
Hadamard, J. S. (8. 12. 1865 – 17. 10. 1963)
Hájek, J. (4. 2. 1926 – 10. 6. 1974)
Halmos, P. (3. 3. 1916 – 2. 10. 2006)
Hamilton, W. R. (4. 8. 1805 – 2. 9. 1865)
Hardy, G. H. (7. 2. 1877 – 1. 12. 1947)
Harriot, T. (1560 – 2. 7. 1621)
Havlíček, K. (4. 9. 1913 – 27. 5. 1983)
Hausdorff, F. (8. 11. 1868 – 26. 1. 1942)
Helmholtz, H. L. (31. 8. 1821 – 8. 9. 1894)
Hermite, Ch. (24. 12. 1822 – 14. 1 1901)
Herón z Alexandrie (asi 10 – 75)
Hesse, L. O. (22. 4. 1811 – 4. 8. 1874)
Heyting, A. (9. 5. 1898 – 9. 7. 1980)
Hilbert, D. (23. 1. 1862 – 14. 2. 1943)
Hlavatý, V. (27. 1. 1894 – 11. 1. 1969)
Hospital, G. F. l´ (1661 – 2. 2. 1704)
Hölder, L. O. (22. 12. 1859 – 29. 8. 1937)
Horner, W. G. (1786 – 22. 9. 1837)
Hronec, J. (17. 5. 1881 – 1. 12. 1959)
Hurwitz, A. (26. 3. 1859 – 18. 11. 1919)
Huygens, Ch. (14. 4. 1629 – 8. 7. 1695)

Chajjám, O. (15. 5. 1048 – 14. 12. 1131)
Chasles, M. (15. 11. 1793 – 18. 12. 1880)
Chevalley, C. (11. 2. 1909 – 28. 6. 1984)
Chinčin, A. J. (19. 7. 1894 – 18. 11. 1959)
Choquet, G. (1. 3. 1915 – 14. 11. 2006)
Christoffel, E. B. (10. 11. 1829 – 15. 3. 1900)
Chudakov, N.G.(14. 12. 1904 – 22. 11. 1986)
Church, A. (14. 6. 1903 – 11. 8. 1995)

Jacobi, C. G. (10. 12. 1804 – 18. 2. 1851)
Jacobson, N. (8. 9. 1910 – 5. 12. 1999)
Jarník, V. (22. 12. 1897 – 22. 9. 1970)
Jegorov, D.F (22. 12. 1869 – 10. 9. 1931)
Jensen, J.L. (8. 5. 1859 – 5. 3. 1925)
Jordan, C. (5. 1. 1838 – 21. 1. 1922)

Kac, M. (3. 8. 1914 – 26. 10. 1984)
Kalmár, L. (27. 3. 1905 – 2. 8. 1976)
Kantorovič, L. V. (19. 1. 1912 – 7. 4. 1986)

Katětov, M. (17. 3. 1918 – 15. 12. 1995)

Kemeny, J. (31. 5. 1926 – 26. 12. 1992)

Kleene, S.C. (5. 1. 1909 – 25. 1. 1994)

Klein, F. Ch. (25. 4. 1849 – 22. 6. 1925)

Kluvanek, I. (27. 1. 1931 – 24. 7. 1993)

Kolibiar, M. (14. 2. 1922 – 9. 7. 1994)

Kolmogorov, A.N. (25.4.1903 – 20.10.1987)

Korec, I. (1. 9. 1943 – 4. 8. 1998)

Kořínek, V. (18. 4. 1899 – 2. 6. 1981)

Kotzig, A. (22. 10. 1919 – 20. 4. 1991)

Kovalevská, S. V. (15. 1. 1850 – 10. 2. 1891)

König, D. (21. 9. 1884 – 19. 10. 1944)

Kresa, J. (19. 7. 1648 – 28. 7. 1715)

Kronecker, L. (7. 12. 1823 – 29. 12. 1891)

Krygowská, A.Ž. (19. 9. 1904 – 16. 5. 1988)

Krylov, A. N. (15. 8. 1863 – 26. 10. 1945)

Kummer, E. E. (29. 1. 1810 – 14. 5. 1893)

Kuratowski, K. (2. 2. 1896 – 18. 6. 1980)

Kuroš, A. G. (19. 1. 1908 – 18. 5. 1971)

Lagrange, J. L. (25. 1. 1736 – 10. 4. 1813)

Lakatos, I. (9. 11. 1922 – 2. 2. 1974)

Lambert, J. H. (26. 8. 1728 – 25. 9. 1777)

Landau, E. (14. 2. 1827 – 19. 2. 1938)

Laplace, P. S. (28. 3. 1749 – 5. 3. 1827)

Lavrentev, M. (19. 11. 1900 – 15. 10. 1980)

Lebesgue, H. L. (28. 6. 1875 – 26. 7. 1941)

Legendre, A. M. (18. 9. 1752 – 10. 1. 1833)

Leibniz, G. W. (1. 7. 1646 – 14. 11. 1716)

Lerch, M. (20. 2. 1860 – 3. 8. 1922)

Levi–Civita, T. (29. 3. 1873 – 29. 12. 1941)

Lévy, P. (15. 9. 1886 – 15. 12. 1971)

Lie, S. (17. 12. 1842 – 18. 2. 1899)

Lichnerovicz, A. (21. 1. 1915 – 11. 12. 1998)

Lindemann, F. (21. 4. 1852 – 6. 3. 1939)

Linnik, J. V. (8. 1. 1915 – 30. 6. 1972)

Liouville, J. (24. 3. 1809 – 8. 9. 1882)

Lipschitz, R. (14. 5. 1832 – 7. 10. 1903)

Littlewood, J. E. (9. 6. 1885 - 16. 9. 1977)

Ljapunov, A. M. (6. 6. 1857 – 3. 11. 1918)

Lobačevskij, N. I. (1. 12. 1792 – 24. 2. 1856)

Lucas, F.E. (4. 4. 1842 – 3. 11. 1891)

Lukasiewicz, J. (21. 12. 1878 – 13. 2. 1956)

Luzin, N. N. (9. 12. 1883 – 25. 2. 1950)

Mac Lane, S. (4. 8. 1909 – 14. 4. 2005)

Maclaurin, C. (1698 – 14. 6. 1746)

Malcev, A.I. (27. 11. 1909 – 7. 7. 1967)

Markov, A. A. (14. 6. 1856 – 20. 7. 1922)

Mascheroni, L. (13. 5.1 750 – 14. 7. 1800)

Mazur, S. (1. 1. 1905 – 5. 11. 1981)

Mazurkiewicz, S. (25. 9. 1888 – 19. 6. 1945)

Mendelsohn, N.S. (14. 4. 1917 – 4. 7. 2006)

Minkowski, H. (22. 6. 1864 – 12. 1. 1909)

Mises, R. E. (19. 4. 1883 – 14. 7. 1953)

Mittag–Leffler, M. (16.3. 846 – 17.7.1927)

Moivre, A. (26. 5. 1667 – 27. 11. 1754)

Mollweide, K. B. (3. 2. 1774 – 10. 3. 1825)

Monge, G. (10. 5. 1746 – 28. 7. 1818)

Montel, P. (29. 4. 1876 – 22. 1. 1975)

Mordell, L. (28. 1. 1888 – 12. 3. 1972)

Morgan, A. (27. 6. 1806 – 18. 3. 1871)

Mostowski, A. (1. 11. 1913 – 22. 8. 1975)

Möbius, A. F. (17. 11. 1790 – 26. 9. 1868)

Müller, J.(Regiomontanus) (6.6.1436–6.7.1476)

Napier, J. (1550 – 4. 4. 1617)

Nevanlinna, R. (22. 10. 1895 – 28. 5. 1980)

Neubrunn, T. (2. 8. 1929 – 21. 11. 1990)

Neumann, J. (28. 12. 1903 – 8. 2. 1957)

Newton, I. (4. 1. 1643 – 31. 3. 1727)

Noether, M. (24. 9. 1844 – 13. 12. 1921)

Noetherová, E. (23. 3. 1882 – 14. 4. 1935)

Novák, J. (19. 4. 1905 – 12. 8. 1999)

Novikov, P. S. (28. 8. 1901 – 9. 1. 1975)

Oresme, M. (1323 – 11. 7. 1382)

Osgood, W.F. (10. 3. 1864 – 22. 7. 1943)

Ostrogradskij, M. V. (24.9. 801 – 1.1.1862)

Oughtred, W. (5. 3. 1574 – 30. 6. 1660)

Pacioli, L. (asi 1445 – 1517)

Pappos z Alexandrie (asi 290 – 350)

Pascal, B. (19. 6. 1623 – 19. 8. 1662)

Pasch, M. (8. 11. 1843 – 29. 9. 1930)

Peano, G. (27. 8. 1858 – 20. 4. 1932)

Pearson, K. (27. 3. 1857 – 27. 4. 1936)

Peirce, B. (4. 4. 1809 – 16. 10. 1880)

Peirce, Ch. S. (10. 9. 1839 – 19. 4. 1914)

Pell, J. (1. 3. 1610 – 12. 12. 1685)

Perron, O. (7. 5. 1880 – 22. 2. 1975)

Petersen, J. P. (16. 6. 1839 – 5. 8. 1910)

Péterová, R. (17. 2. 1905 – 16. 2. 1977)

Petr, K. (14. 6. 1868 – 14. 2. 1950)

Petrovskij, I. G. (18. 1. 1901 – 15. 1. 1973)

Petzval, J.M. (6. 1. 1807 – 19. 9. 1891)

Pfaff, J.F. (22. 12. 1765 – 21. 4. 1825)

Picard, E. (24. 7. 1856 – 11. 12. 1941)

Pick, G.A. (10. 8. 1859 – 26. 7. 1942)

Plücker, J. (16. 6. 1801 – 22. 5. 1868)

Poincaré, J. H. (29. 4. 1854 – 17. 7 1912)

Poisson, S. D. (21. 6. 1781 – 25. 4. 1840)

Polya, G. (13. 12. 1887 – 7. 9. 1985)

Poncelet, J. V. (1. 7. 1788 – 22. 12. 1867)

Pontrjagin, L.S. (3. 9. 1908 – 3. 5. 1988)

Pospíšil, B. (25. 9. 1912 – 27. 10. 1944)

Post, E. L. (11. 2. 1897 – 21. 4. 1954)

Ptolemaios, K. (okolo 90 – 160)

Pytagoras zo Samu (asi 569 – 475 pred n. l.)

Quetelet, L.A. (22. 2. 1796 – 17. 2. 1874)

Quine, W.V. (25. 6. 1908 – 25. 12. 2000)

Rademacher, H. (3. 4. 1892 – 7. 2. 1969)

Ramanujan, S. (22. 12. 1887 – 26. 4. 1920)

Ramsey, F.P. (22. 2.1 903 – 19. 1. 1930)

Rankin, R.A. (27. 10. 1915 – 27. 1. 2001)

Recorde, R. (1510 – 1558)

Rektorys, K. (4. 2. 1923 – 10. 12. 2004)

Rényi, A. (20. 3. 1921 – 1. 2. 1969)

Ricci–Curbastro, G. (12.1.1853 – 5.8.1925)

Riemann, G. F. (17. 9. 1826 – 20. 7. 1866)

Riesz, F. (22. 1. 1880 – 28. 11. 1956)

Roberval, J. (8. 8. 1602 – 27. 10. 1675)

Rolle, M. (21. 4. 1652 – 8. 11. 1719)

Rota, G-C. (27. 4. 1932 – 18. 4. 1999)

Ruffini, P. (23. 9. 1765 – 10. 5. 1822)

Runge, C. D. (30. 8. 1856 – 3. 1. 1927)

Russell, B. A. (18. 5. 1872 – 2. 2. 1970)

Rychlík, K. (16. 4. 1885 – 28. 5. 1968)

Rytz, D. (1. 4. 1801 – 25. 3. 1868)

Saccheri, G. (5. 9. 1667 – 25. 10. 1733)

Salmon, G. (25. 9. 1819 – 22. 1. 1904)

Sarrus, P. F. (1798 – 1861)

Selberg, A. (14. 6. 1917 –6. 8 .2007)

Schröder, E. (25. 11. 1841 – 16. 6. 1902)

Schur, I. (10. 1. 1875 – 10. 1. 1941)

Schwartz, L. (5. 3. 1915 – 4. 7. 2002)

Schwarz, H. A. (25. 1. 1843 – 30. 11. 1921)

Schwarz, Š. (18. 5. 1914 – 6. 12. 1996)

Schwinger, J.S. (12. 2. 1918 – 16. 7. 1994)

Sierpiński, W. (14. 3. 1882 – 21 10. 1969)

Simpson, T. (20. 8. 1710 – 14. 5. 1761)

Skolem, T. (23. 5. 1887 – 23. 3. 1963)

Smirnov, V. I. (10. 7. 1887 – 11. 2. 1974)

Sobolev, S.L. (6. 10. 1908 – 3. 1. 1989)

Steinahaus, H.D. (14. 1. 1887 – 25. 2. 1972)

Staudt, K. G. Ch. (24. 1. 1798 – 1. 6. 1867)

Steiner, J. (18. 3. 1796 – 1. 4. 1863)

Steinitz, E. (13. 6. 1871 – 29. 9. 1928)

Steklov, V.A. (9. 1. 1864 – 30. 5. 1926)

Stepling, J. (29. 6. 1716 – 11. 7. 1778)

Stevin, S. (1548 – 8. 4. 1620)

Stieltjes, T. J. (29. 12. 1856 – 31. 12. 1894)

Stifel, M. (19. 4. 1487 – 19. 6. 1567)

Stirling, J. (1692 – 5. 12. 1770)

Stokes, G. G. (13. 8. 1819 – 1. 2. 1903)

Struik, D.J. (30. 9. 1894 – 21. 10. 2000)

Sturm, J. Ch. (22. 9.1803 – 18. 12. 1855)

Suter, H. (4. 1. 1848 – 17. 3. 1922)

Sylvester, J. J. (3. 9. 1814 – 15. 3. 1897)

Szegö, G. (20. 1. 1895 – 7. 8. 1985)

Szekeres, G. (29. 5. 1911 – 28. 8. 2005)

Tanery, J. (24. 3. 1848 – 11. 12. 1910)

Tanery, P. (20. 12. 1843 – 27. 11. 1904)

Tarski, A. (14. 1. 1902 – 26. 10. 1983)

Tartaglia, N. (1500 – 14. 12. 1557)

Taylor, B. (18. 8. 1685 – 19. 12. 1731)

Táles z Milétu (asi 624 – 547 pred n. l.)

Thom, R. (2. 9. 1923 – 25. 10. 2002)

Tichy, P. (18. 2. 1936 – 26. 10. 1994)

Turán, P. (18. 8. 1910 – 26. 9. 1976)

Turing, A. M. (23. 7. 1912 – 7. 6. 1954)

Ulam, S. M. (3. 4. 1909 – 13. 5. 1984)

Uryson, P S. (3. 2. 1898 –. 17. 8. 1924)

Vallée Poussin, Ch. (14. 8. 1866 – 2. 3. 1962)

Vandermonde, A. (28. 2. 1735 – 1. 1. 1796)

Vargnon, P. (1654 – 23. 12. 1722)

Veblen, O. (24. 6. 1880 – 10. 8. 1960)

Venn, J. (4. 8. 1834 – 4. 4. 1923)

Viète, F. (1540 – 13. 12. 1603)

Vinogradov, I.M. (14. 9. 1891 – 20. 3. 1983)

Viviani, V. (5. 4. 1522 – 22. 9. 1703)

Vojtěch, J. (5. 8. 1879 – 19. 1. 1953)

Vydra, S. (13. 11. 1741 – 9. 12. 1804)

Vyšín, J. (!9. 2. 1908 – 24. 6. 1983)

Wallis, J. (23. 11. 1616 – 28. 10. 1703)

Wantzel, P.L. (5. 6. 1814 – 21. 5. 1848)

Waring, E. (1734 – 15. 8. 1798)

Weber, H. (5. 3. 1842 – 17. 5. 1913)

Weierstrass, K. (31. 10. 1815 – 19. 2. 1897)

Weil, A. (6. 5. 1906 – 6. 8. 1998)

Weyl, H. (9. 11. 1885 – 9. 12. 1955)

Weyr, Ed. (22. 6. 1852 – 23. 7. 1903)

Weyr, Em. (1. 9. 1848 – 25. 1. 1894)

Whitehead, A. N.(15. 2. 1861 – 30. 12. 1947)

Wiener, N. (26. 11. 1894 – 19. 3. 1964)

Wolff, Ch. (/24. 1. 1679 – 9. 4. 1754)

Wroński, J. M. H. (24. 8. 1778 – 9. 8. 1853)

Young, W.H. (20. 10. 1862 – 7. 7. 1942)

Zaremba, S. (3. 10. 1863 – 23. 11. 1942)

Zariski, O. (24. 4. 1899 – 4. 7. 1986)

Zenón z Eley (asi 490 – 430 pred n. l.)

Zermelo, E. (27. 7. 1871 – 21. 5. 1953)

Zolotarev, E. I. (12. 4. 1847 – 19. 7. 1878)

Zorn, M. (6. 6. 1906 – 9. 3. 1993)

Znám, Š. (8. 2. 1936 – 17. 7. 1993)

Zygmund, A.S. (25. 12. 1900 – 30. 5.1992)

Čo vieme alebo nevieme z dejín matematiky?

1. Do ktorého obdobia patria staroegyptské dokumenty – **Moskovský** a **Rhindov papyrus**?

   a) viac než 2500 rokov pred n. l. b) 1900 – 1800 rokov pred n. l.
   c) 1200 – 1000 rokov pred n. l. d) menej ako 800 rokov pred n. l.

2. Z ktorého obdobia sú **Euklidove *Základy***?

   a) viac než 800 rokov pred n. l. b) 600 – 500 rokov pred n. l.
   c) 310 – 280 pred n. l. d) 150 – 100 pred n. l.

3. Kto vypracoval prvú známu metódu určovania postupnosti prvočísiel?

   a) Táles b) Eratostenes c) Brahmagupta d) Diofantos

4. Ktorý problém nebol matematickým problémom staroveku ?

   a) trisekcia uhla b) duplicita kocky
   c) hypotéza kontinua d) kvadratúra kruhu

5. Kto napísal dielo ***Päť kníh o trojuholníkoch všetkých druhov***, ktoré je prvým systematickým výkladom o trigonometrii?

   a) Hieronymus Cardano b) Raffael Bombelli
   c) Leonardo Pisánsky – Fibonacci d) Johannes Müller – Regiomontanus

6. V ktorom roku uverejnil **G.W. Leibniz** (1646–1716) svoju významnú prácu ***Kombinatorické umenie***?

   a) 1666 b) 1676 c) 1686 d) 1696

7. Kto je autorom práce ***Introdukcio in analysis infinitorum*** (r. 1748)?

   a) G. Leibniz b) L. Euler c) P.S. Laplace d) A. Morgan

8. Koľko vedeckých pojednaní zo všetkých odvetví matematiky nám zanechal **L. Euler** (1707–1783)?

   a) 143 b) 214 c) 300 d) 886

9. V ktorom roku podal nórsky matematik **N.H. Abel** (1802–1829) dôkaz nemožnosti riešenia všeobecnej rovnice piateho stupňa pomocou radikálov?

   a) 1822 b) 1823 c) 1824 d) 1825

10. Kto zaviedol ako prvý pojem ***vektor*** (v roku 1833)?

a) B. Peirce b) J. Plücker c) J. Liouville d) W.R. Hamilton

11. Kto zostavil úplnú axiomatickú sústavu geometrie?

a) D. Hilbert b) F. Klein c) P. Cohen d) J. Steiner

12. Ktorá matematická formula sa považuje za najkrajšiu?

a) $P = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$ b) $e^{i.\pi} + 1 = 0$

c) Herónov vzorec d) Pascalov trojuholník

13. Ako sa volá matematické tvrdenie, že ***každé prirodzené párne číslo väčšie než 2 je možné zapísať ako súčet dvoch prvočísiel alebo ako súčet prvočísla a 1***?

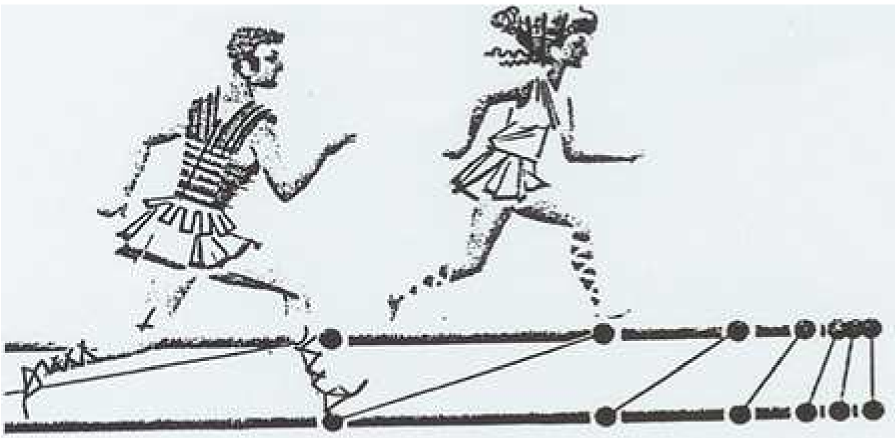
a) Bernoulliho formula b) Brahmaguptova veta
c) Descartovo pravidlo d) Goldbachova domnienka

14. Ktorý z dolu uvedených matematikov niekedy získal Fieldsovu cenu:

a) E. Čech b) R. Descartes c) G. Green d) R. Thom

15. Kto je autorom pomerne známej myšlienky *Neexistuje ani jedna oblasť matematiky, a to akokoľvek abstraktná, ktorá by sa niekedy nedala aplikovať na javy reálneho sveta*?

a) N.I. Lobačevskij b) C.F. Gauss c) G.W. Leibniz d) H.L. Lebesgue



Správne odpovede:

1. b ; **2.** c ; **3.** b ; **4.** c ; **5.** d ;
6. a ; **7.** b ; **8.** d ; **9.** c ; **10.** d ;
11. a ; **12.** b ; **13.** d ; **14.** d ; **15.** a ;

Test z dejín matematiky

1. **Platón** (427–347 pred n. l.) skúmal aj pravidelné konvexné mnohosteny, ktoré po ňom pomenovali *platónske telesá*. Ktorý z dolu uvedených pravidelných mnohostenov neexistuje?

A) pravidelný osemsten B) pravidelný dvanásťsten
C) pravidelný šesťnásťsten D) pravidelný dvadsaťsten

2. **Eudoxos z Knidu** (asi 400–350 pred n. l.) bol Platónov žiak. Ako sa volá Eudoxom navrhnutá metóda určovania obvodov alebo obsahov rovinných útvarov?

A) regula falsi B) metóda dotyčníc
C) metóda substitúcie D) exhaustačná metóda

3. **Archimedes zo Syrakúz** bol zavraždený pri obliehaní svojho mesta rímskymi vojakmi. Pred svojou smrťou vraj vykríkol: *Noli tangere circulos meos – Nedotýkaj sa mojich kruhov*. V ktorom roku sa toto stalo?

A) 512 pred n. l. B) 212 pred n. l.
C) 112 pred n. l. D) 112 n. l.

4. Kto je autorom najstaršieho zachovaného spisu o kužeľosečkách – *Kónika* (8 zväzkov, prvé štyri knihy sú v gréčtine, ďalšie tri v arabštine a posledná sa stratila)?

A) Táles z Milétu B) Aristarchos zo Samu
C) Diofantos z Alexandrie D) Apollonios z Pergy

5. Aj na stredovekých univerzitách boli slobodné umenia rozdelené na trívium a kvadrívium. Čo nepatrí do trívia?

A) gramatika B) rétorika
C) aritmetika D) dialektika

6. Učiteľ, filozof a básnik na dvore Karola Veľkého v Aachene **Alcuin z Yorku** (asi 735–804) poúčal svojich blížnych rukopisom, v ktorom je uvedená, aj dnes známa príhoda o vlkovi, koze a hlávke kapusty a ich prevoze cez rieku za daných podmienok . Aký bol názov tejto práce?

A) *Hádanky pre bystrých* B) *Úlohy pre cibrenie umu mladých*
C) *Tajomstvo úspechu* D) *Riešenia potešia*

7. Ktorá matematická krivka, vystihujúce určitý mechanický pohyb, sa prezýva *krásna trojská Helena geometrie*?

A) cykloida B) konchoida
C) kvadratrix D) evolventa

8. Kto napísal roku 1202 knižku o používaní indicko-arabských číslic pod názvom *Liber Abaci*, v ktorej riešenie jednej nenápadnej úlohy neskôr získalo označenie *Fibonacciho postupnosť*?

A) Luca Pacioli B) Bonaventura Cavalieri
C) Leonardo Pisanský D) Gerardo z Cremony

9. **Luca Pacioli** (asi 1445–1514) vydal roku 1509 matematickú knižku o tzv. zlatom reze, ktorú ilustroval Leonardo da Vinci (1452–1519). Aký bol názov tohto diela?

A) *Almagest* B) *De divina proportione*
C) *Liber embadorum* D) *Ars Magna*

10. V ktorom roku zaviedol **John Napier** v zápisoch čísel desatinnú čiarku?

A) 1417 B) 1517
C) 1617 D) 1717

11. Od roku 1557 používal **R. Recorde** pre označenie rovnosti znak = . Kto prvý použil roku 1655 na označenie nekonečna znak ∞?

A) J. Wallis	B) J. Hudde
C) W. Oughtred	D) G. Desargues

12. *Pravda je tá istá v Toulouse i v Paríži*. Takto hodnotil **B. Pascal** (1623–1662) vo svojej korešpondencii vyriešenie niektorých pravdepodobnostných problémov. Kto bol adresátom listu s hore uvedenou vetou?

A) Ch. Huygens	B) T. Bayes
C) P. Fermat	D) J. Bernoulli

13. Päť matematikov (**Clairaut**, **Euler**, **d´Alembert**, **Lagrange**, **Laplace**) si rozdelilo medzi sebou svet, ktorého existenciu odhalil Newton. O ktorom z hore uvedených matematikov sa tvrdí, že je Talian francúzskeho pôvodu či Francúz talianskeho pôvodu?

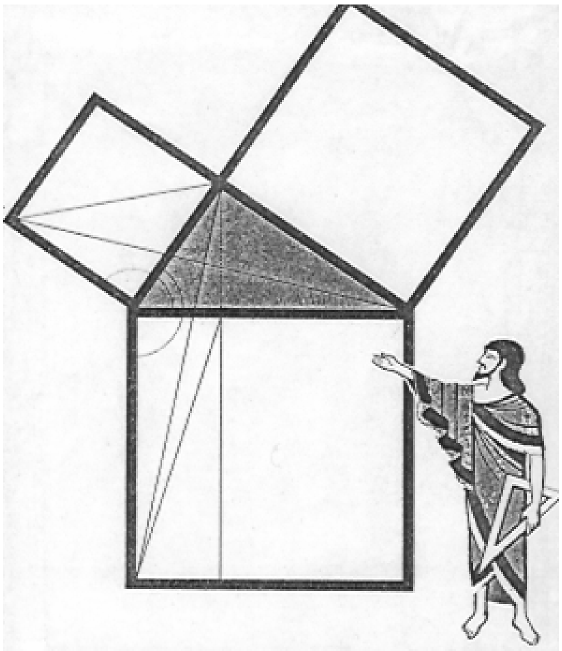
A) Lagrange	B) Laplace
C) Euler	D) Clairaut

14. Ktorej dole uvedenej práce nie je autor **Bernard Bolzano** (1781–1848), významný profesor pražskej univerzity a najprenikavejší mysliteľ 19. storočia v Čechách?

A) *Rýdzoanalytický dôkaz*	B) *Vedoslovie*
C) *Hodnota vedy*	D) *Paradoxy nekonečna*

15. V rokoch 1964 až 1988 bol riaditeľom Matematického ústavu SAV v Bratislave. Medzi učiteľmi matematiky boli známe jeho publikácie *O rovnicích* (Praha, 1940), *Algebraické čísla* (Praha, 1950), *Základy náuky o riešení rovníc* (Praha, 1958). Vo svete bol uznávaným odborníkom v teórii pologrúp. O ktorom slovenskom matematikovi sme hovorili?

A) Š. Schwarz	B) J. Hronec
C) T. Šalát	D) M. Kolibiar



Správne odpovede:
1) C; **2) D**; **3) B**; **4) D**; **5) C**;
6) B; **7) A**; **8) C**; **9) B**; **10) C**;
11) A; **12) C**; **13) A**; **14) C**; **15) A**

Čo viete alebo neviete z dejín matematického vzdelávania na území Slovenska

Už teraz v úvode si pripomenieme myšlienku Ľ. Štúra: *Každý národ musí sa radovať a potešiť vo veľkých mužoch svojich, lebo oni boli národu dôkazom, že i on dokáže niečo vytvoriť.* Preto sa v teste pýtame aj na osobnosti matematického vzdelávania u nás.

1. Za kráľa Mateja Korvína požiadal o založenie univerzity (Academia Istropolitana) ostrihomský arcibiskup J. Vitéz. Bola otvorená v Bratislave roku 1467. Ktorý významný matematik tam pôsobil?
A) L. Paciolli B) G. Puerbach C) S. del Ferro D) J. Müller – Regiomontanus

2. Možno prvá matematická práca z pera Slováka bola učebnica *Elementa Arithmeticae* vydaná roku 1612 v Prahe. Kto bol jej autorom?
A) Vavrinec Benedikt z Nedožier B) D. Fröhlich C) J. Horvath D) M. Bylica

3. Ktorý z doleuvedených učiteľov matematiky nepôsobil na Trnavskej univerzite v Trnave, založenej roku 1635 a do Budína premiestnenej roku 1777?
A) J. Rajčáni B) H. Berzevici C) J. Stepling D) F. Weiss

4. Kto zostavil roku 1697 prvé goniometrické tabuľky v Uhorsku?
A) M. Lipšic B) J. Ivančič C) J. Dubovský D) A. Revický

5. Kedy vznikla Banská škola v Banskej Štiavnici, kde sa neskôr prednášala aj vyššia matematika?
A) 1700 B) 1735 C) 1748 D) 1804

6. Ktorý významný fyzik pôsobil na Banskej škole v Banskej Štiavnici ako profesor matematiky a mechaniky?
A) D. Bernoulli B) Ch. Huygens C) J. Segner D) Ch. Doppler

7. Kedy bola zriadená katedra matematiky a mechaniky na Banskej škole v Banskej Štiavnici?
A) 1735 B) 1750 C) 1765 D) 1780

8. Kto bol autorom asi najstaršej slovenským jazykom napísanej učebnice aritmetiky, vydanej v Levoči roku 1729?
A) J.C. Padvai B) I. Hertl C) M. Radúch D) S.A. Hortis

9. Odkiaľ pochádzali bratia Jozef (1807–1891) a Otto (1808–1883) Petzvalovi, významné osobnosti aj matematického vzdelávania?
A) Rudňany B) Spišská Belá C) Levoča D) Brezno

10. Od ktorého roku bolo aj na našom území zavedené pravidelné vyučovanie matematiky ako samostatného predmetu v školách?
A) 1620 B) 1748 C) 1849 D) 1912

11. Kto bol autorom učebnice *Počiatky názornej merby*, vydanej roku 1873?
A) J. Zellinger B) J. Györffy C) G. Kordoš D) I.B. Zoch

12. Bol zakladateľom (roku 1869) i riaditeľom gymnázia v Kláštore pod Znievom. Vydal aj učebnice matematiky pre nižšie gymnáziá. Ako sa menoval?
A) F. Šanda (1831–1893)
B) M. Čulen (1823–1894)
C) J. Bežo (1842–1905)
D) A. Scholtz (1844–1916)

13. Ktorá z doleuvedených myšlienok nie je od nestora vyučovania matematiky profesora J. Hronca (1881–1959)?

A) *Byť učiteľom, byť formujúcim činiteľom ľudského ducha je veľmi krásne a vznešené poslanie.*
B) *Keby som si mal znova voliť povolanie, chcel by som byť len profesorom matematiky. Je to veda, ktorej zásady platili včera, platia dnes a budú platiť aj zajtra.*
C) *Matematika nie je ilustrovaný časopis, ktorý možno začať čítať na ktorejkoľvek strane.*
D) *Prvou a najhlavnejšou povinnosťou každého vyučujúceho je získať žiaka pre prácu pri vnímaní pojmov a predstáv, priviesť ho k tomu, aby sa aj on pričinil, aby pracoval a učil sa.*

14. Ktorá z doleuvedených myšlienok nie je od svetovo uznávaného slovenského matematika profesora Š. Schwarza (1914–1996)?

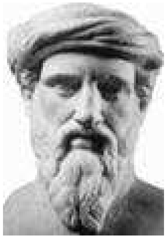
A) *Vedomosti sa dajú dosiahnuť po prvé veľkými požiadavkami učiteľovými, ktoré sú spojené s jeho prísnosťou, po druhé dobrým spôsobom vyučovania.*
B) *Matematika bola a bude vždy meradlom hĺbky ľudského myslenia, ukazujúc objektívne, kam až siahajú hranice ľudského poznania.*
C) *Matematika dáva iným vedám svoje prepracované metódy myslenia, ktoré umožňujú analýzu skrytých vlastností a vzájomných vzťahov.*
D) *Ak sa niekto vie zamýšľať nad predloženými faktami, má dosť trpezlivosti a neustúpi pokiaľ si neutvorí vlastný názor, potom je v ňom zárodok matematika.*

15. Kedy sa oddelila z *Jednoty československých matematikov a fyzikov* – JČSMF (založená 1869) samostatná *Jednota slovenských matematikov a fyzikov* – JSMF a ako sa v súčasnosti volá jej časť pre matematikov?
A) 1920, *Spolok matematikov* B) 1939, *Klub slovenských matematikov*
C) 1969, *Slovenská matematická spoločnosť* D) 1989, *Združenie pre slovenskú matematiku*

Správne odpovede:
1. **D**; 2. **A**; 3. **C**; 4. **C**; 5. **B**; 6. **D**; 7. **C**; 8. **A**; 9. **B**; 10. **C**; 11. **D**; 12. **B**; 13. **C**; 14. **A**; 15. **C**;

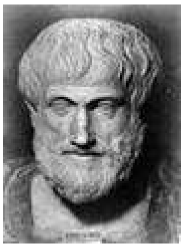
Čím je (pre vás) matematika?

Možno ju uznáte, za najpôsobivejšiu definíciu matematiky: ***Matematika je široká nádherná krajina, otvorená pre všetkých, ktorým myslenie prináša skutočnú radosť*** (W. Fuchs). Ak chcete poznať stručný historický prierez názorov na matematickú kultúru, skúste odpovedať na ponúkané otázky. Dozviete sa informácie o významných matematikoch i niektorých ich názoroch.



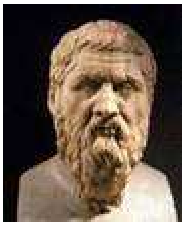
1. Asi najznámejšie veta zo školskej matematiky je *Pytagorova veta*. **Pytagoras** (asi 570–496 pred n. l) a jeho žiaci odhalili vzťahy medzi harmóniou v hudbe a matematikou. Ukazovali myslenie ako cnosť a odhalili, že $\sqrt{2}$ sa nedá vyjadriť ako podiel dvoch prirodzených čísel. Vlastnou metódou prekonali svoje ilúzie. Dodnes sa prirodzené čísla $x, y, z,$ ktoré vyhovujú vzťahu $x^2 + y^2 = z^2$ nazývajú „pytagorovské“. Ktorá z nižšie uvedených myšlienok sa pripisuje Pytagorovi?

a) *Viem, že čísla sú krásne. Ak krásne nie sú, tak nie je krásne nič.*
b) *Číslo je podstatou všetkých vecí a celého kozmu... Prvky čísel sú prvkami všetkých vecí, aj celý vesmír je harmóniou a číslom.*
c) *Matematika je jazyk prírody.*
d) *Matematika je gymnastika rozumu a príprava pre filozofiu.*



2. Grécky filozof a aténsky aristokrat **Platón** (asi 427–347 pred n. l.) nazýval všetky náuky „*mathemata*“. Ako jeden z prvých používal v dialektike nepriamy dôkaz. Zdôvodňoval význam i užitočnosť matematického spôsobu myslenia. Podal aj návrh na spôsob výpočtu niektorých pytagorovských trojíc čísiel ($p^2 + q^2 = r^2$). Stačí dosadiť do vzťahov $p = n^2 - 1,\ \ q = 2n,\ \ r = n^2 + 1$ za n ľubovoľné prirodzené číslo väčšie než 1. Ktorá z nižšie uvedených myšlienok sa pripisuje Platónovi?

a) *Najušľachtilejšia sila našej duše je schopnosť, ktoré sa spolieha na meranie a výpočet... Matematika ponúka skvelý prostriedok pre objavenie právd, ktoré sú bez účasti rozumu nedostupné.*
b) *Číslo je vodcom a pánom ľudského myslenia. Bez jeho sily by všetko zostalo tajuplné a nejasné.*
c) *Matematika je veda o tvaroch a počte.*
d) *Matematika je vyššou filozofickou vedou, vedou veľkých básnikov.*



3. Systematický skúmateľ **Aristoteles zo Stageiry (**384–322 pred n. l**)** predpokladal, že človek je schopný poznať zákonitosti prírody, ľudskej spoločnosti i samého seba. Originálne a organicky zlúčil podnety aj výsledky súdobej gréckej filozofie a pripravil prvý systém formálnej logiky. Známe sú jeho spisy: *Kategórie, O vyjadrovaní, Prvé analytiky, Druhé analytiky, Topiky, O sofistických dôkazoch.* Ktorá z nižšie uvedených myšlienok sa pripisuje Aristotelovi?

a) *Matematika je najvyšší výkon človeka v oblasti abstrakcie.*
b) *Matematika je pracovná metóda – učiť sa uvažovať, učiť sa myslieť.*
c) *Číslo je vodcom a pánom ľudského myslenia.*
d) *Matematika pozoruje veci, nevnímajúc zmyslové, zaujímajúc sa o vlastnosti množstva a súvislostí... Činnosť rozumu je život.*

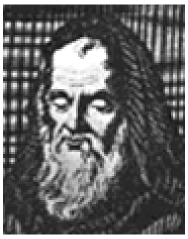
4. Rímsky vzdelanec **Anicius Boethius** (okolo 480–524) prispel k prepojeniu gréckej múdrosti a kresťanskej zvesti. Z geometrie preložil aj prvé štyri knihy Euklidových *Základov*, komentoval Aristotelove diela *Kategórie, O vyjadrovaní.* **Boethius** sám vypracoval *Dve knihy o hypotetickom úsudku* a *Dve knihy o kategorickom úsudku*. Podľa niektorých jeho učebníc sa učilo možno až tisíc rokov. Ktorá z nižšie uvedených myšlienok sa pripisuje Boethiovi?

a) *Všetka náuka o pravde je zahrnutá v mnohosti a veľkosti... Nemôže dosiahnuť poznanie božských vecí ten, kto nie je vôbec zbehlý v matematike.*
b) *Cieľom matematiky je skúmanie tajomstiev myslenia.*
c) *Matematika je veda pre poznanie sveta.*
d) *Matematika je sila abstrakcie, ktorá umožnila ľudstvu vyrásť nad nižšie tvory.*

5. Španielsky učenec, teológ, filozof, polyhistor a encyklopedista **Isidoro de Sevilla** (asi 560/570–636) sprostredkoval začiatkom stredoveku pre svoju krajinu antické vzdelanie. Zhromažďoval, spracúval a spisoval náučné, náboženské i historické pojednania. V encyklopédii *Etymologiae* (Origenes, počiatky) sa venoval aj matematike. Ktorá z nižšie uvedených myšlienok sa pripisuje Izidorovi Sevilskému?

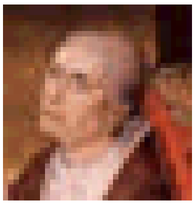
a) *Matematika je prvou vedou, bez ktorej sa nedajú popísať ďalšie vedy.*
b) *Matematika je ideál a norma každého usilovného myslenia.*
c) *Matematika je teoretická veda, ktorá má za svoj predmet abstraktné množstvo. Abstraktné množstvo je to, o ktorom pojednávame iba uvažovaním, oddeľujúc ho rozumom od látky.*
d) *Číslo bolo v mysli Stvoriteľa bezpochyby prvotným vzorom stvorených vecí.*

6. Františkánsky mních **Roger Bacon** (asi 1214–1294) pochopil zovšeobecnenie vnútorných a vonkajších skúseností v abstrakcii a matematizácii, ktorú treba následne preveriť v praxi. Matematiku (v širšom a súdobom zmysle) vnímal ako myšlienkový postup najbližší prirodzenému poznávaniu. Uznal, že experiment je nielen zdrojom poznania, ale aj rozhodujúcim kritériom pravdivosti. Ktorá z nižšie uvedených myšlienok sa pripisuje R. Baconovi?



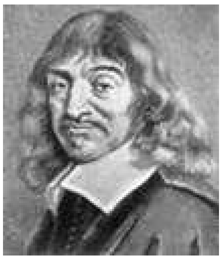
a) *Zlato sa skúša ohňom, talent matematikou.*
b) *Všetko poznanie závisí od teoretickej sily matematiky... Kto podceňuje výsledky matematiky, škodí celej vede, lebo ten, kto nepozná matematiku, nemôže poznať exaktné vedy a nemôže pochopiť svet.*
c) *Bez učenia ani svätec nedokáže vynášať správne úsudky.*
d) *Matematika je jazyk, ktorým hovoria všetky presné vedy.*

7. Zaujímavou charakteristikou celého jeho diela (spisy politicko-náboženské, filozoficko–teologické i fyzikálno–matematické) je učenie o jednote a splývaní protikladov v Bohu ako absolútne nekonečnom bytí. Filozof a teológ, hodnostár a diplomat, učenec a humanista **Mikuláš Kuzánsky** (1401–1464) uvažoval o prírodných vedách, bol označovaný aj za milovníka matematiky. Ktorá z nižšie uvedených myšlienok sa pripisuje M. Kuzánskemu?



a) *K poznaniu božských vecí je nám otvorená iba cesta prostredníctvom symbolov... Matematika nám najviac pomáha pri pochopení rozličných božských vecí.*
b) *Matematika je niečo, čo vyvoláva nadšenie.*
c) *Matematika je najkrajší a najmohutnejší výtvor ľudského ducha.*
d) *Meranie veličín je základný bod celého uplatnenia matematiky.*

8. Vytvoril most medzi stredovekým a novovekým myslením. Pochopil a zdôraznil význam myšlienkovej aktivity človeka a jeho rozumových schopností v procese utvárania pravdivých predstáv o prírode a svete. Francúzsky filozof, matematik a prírodovedec **René Descartes** (1596–1650) vytvoril pomôcky pre lepšiu schopnosť správneho myslenia, pre uľahčenie skúmania prírody a poznanie vedeckej pravdy. Ktorá z nižšie uvedených myšlienok je mu pripisovaná?



a) *Matematika je odtlačok ducha života do ľudského vedomia.*

b) *Matematika je učiteľka presného a poctivého myslenia.*

c) *Matematika je kráľovnou všetkých vied.*

d) *Porovnával som tajomstvá prírody so zákonmi matematiky. Bol som a som presvedčený, že ten istý kľúč otvára dvere k pochopeniu jedného aj druhého.*

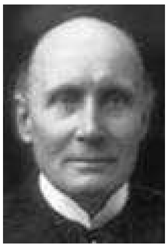
9. Profesor pražskej univerzity **Bernard Bolzano** (1781–1848), jeden z najprenikavejších mysliteľov 19. storočia v Čechách, ukázal nové možnosti pre zosúladenie pojmovej usporiadanosti so skutočnými formami pravdy vo svete. V *Paradoxoch nekonečna* vystihol niektoré zásadné myšlienky matematickej teórie množín. Ktorá z nižšie uvedených myšlienok je mu pripisovaná?

a) *Musíme skôr dôverovať algebraickému výpočtu než nášmu úsudku.*

b) *Matematiku možno definovať ako vedu, ktorá pojednáva o všeobecných zákonoch, podľa ktorých sa veci musia riadiť vo svojej existencii.*

c) *Matematika je pojednanie o operáciách, nezávislé na tom, na ktoré predmety ich možno aplikovať.*

d) *Matematické abstrakcie nám uľahčujú poznávanie vnímaných predmetov, sú však užitočné vtedy, ak sa neobmedzujeme len ne.*



10. Anglický filozof, matematik a logik **Alfred North Whitehead** (1861–1947) chápal matematiku ako najoriginálnejší výtvor ľudského ducha, ako vedu o najzložitejších abstrakciách k akým môže ľudský um dospieť. Spolu s Bertrandom Russellom vydal trojzväzkové *Principia Mathematica* (1910 – 1913), základné dielo symbolickej logiky. Ktorá z nižšie uvedených myšlienok sa pripisuje A.N. Whiteheadovi?

a) *Originalita matematiky spočíva v tom, že v matematickej vede sú vyjadrené vzťahy medzi vecami, ktoré sa bez sprostredkovania ľudským rozumom nedajú vôbec postihnúť.*

b) *Najvyššie poslanie matematiky spočíva práve v tom, aby nachádzala skrytý poriadok v chaose, ktorý nás obklopuje.*

c) *V matematike nezáleží tak na výsledku, ako na ceste, po ktorej sa k nemu došlo.*

d) *Matematika rastie do výšky, šírky i hĺbky.*

11. Nemecký matematik, fyzik a filozof **Hermann Weyl** (1885–1955), člen Americkej akadémie vied a umení, bol predstaviteľom umiernenej verzie intuicionizmu, smeru v zdôvodňovaní základov matematiky, ktorý chápal matematické entity ako reálne existujúce a prekračujúce ľudský tvorivý proces. Uznával matematiku ako intelektuálne dobrodružstvo ľudského ducha. Ktorá z nižšie uvedených myšlienok je mu pripisovaná?

a) *Najvyššie poslanie matematiky spočíva práve v tom, aby nachádzala skrytý poriadok v chaose, ktorý nás obklopuje.*

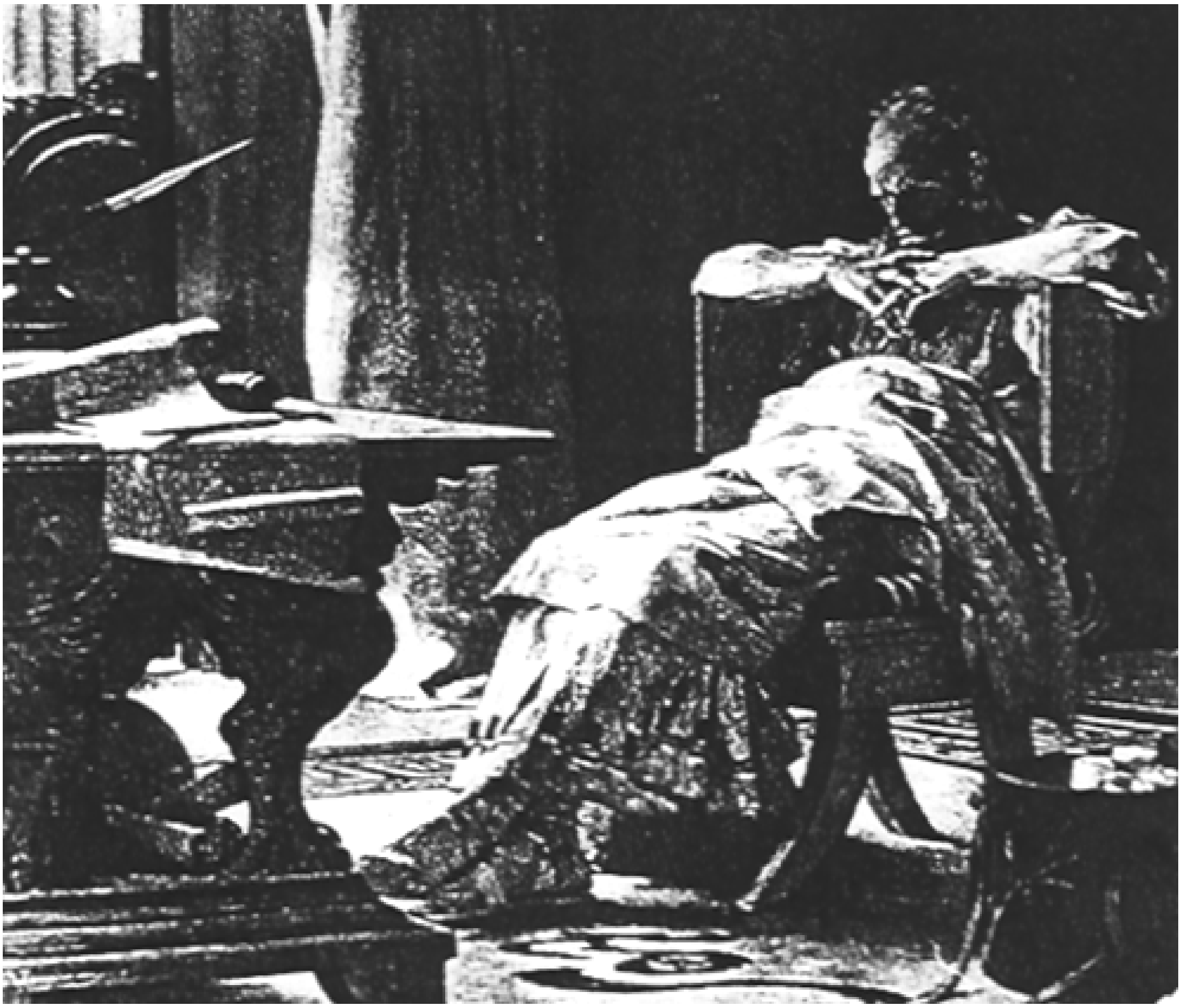
b) *Matematika je mikrosvet sám pre seba, má však schopnosť odrážať a modelovať všetky procesy myslenia a možno aj celú vedu.*

c) *Matematika je veda, ktorá dáva najlepšiu príležitosť pozorovať proces myslenia a má tú prednosť, že pri jej pestovaní nadobúdame cvik v metóde rozumového uvažovania, ktorú môže byť potom používaná na štúdium ktoréhokoľvek predmetu.*

d) *Matematika je veda o nekonečne, jej cieľom je, aby človek, ktorý je konečný, vystihol nekonečno pomocou znakov.*

12. Rakúsky matematik a logik **Kurt Gödel (**1906–1978**)** dokázal, že každý logický systém obsahujúci formalizovanú rekurzívnu aritmetiku je buď sporný alebo obsahuje nejakú nerozhodnuteľnú formulu. Ukázalo sa, že bohatstvo matematických teórií nemožno úplne odhaliť axiomaticky. Systém logických formúl exaktnej matematickej teórie môže vystihnúť iba časť skutočného sveta, ktorý spoznávame ľudskou inteligenciou. Ktorá z nižšie uvedených myšlienok je mu pripisovaná?

a) *Matematická veda ustanovuje nedeliteľné celky, organizmus, životaschopnosť ktorého je určená spojením medzi jeho časťami.*
b) *Medzi všetkými vedami, ktoré odkrývajú ľudstvu cestu k poznaniu zákonov prírody, najmohutnejšia a najvznešenejšia je matematika.*
c) *Hlavnou funkciou matematiky (ako každého pojmového myslenia) je dostať pod kontrolu obrovskú rozmanitosť jednotlivostí sveta... Matematika popisuje mimo zmyslovú skutočnosť, ktorá existuje nezávisle na aktoch aj na dispozíciách ľudskej mysle a je iba vnímaná ľudskou mysľou a to vnímaná pravdepodobne veľmi neúplne.*
d) *Nech je predstavivosť človeka akákoľvek, príroda je tisíckrát bohatšia.*

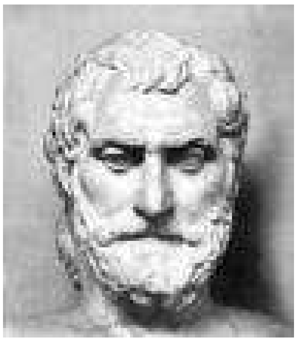


Správne odpovede:
1. **b** ; 2. **a** ; 3. **d** ; 4. **a** ; 5. **c** ; 6. **b** ; 7. **a** ; 8. **d** ; 9. **b** ; 10. **a** ; 11. **d** ; 12. **c** ;

Kto to je,
koho tu (z matematikov alebo fyzikov) spomíname?

Budeme trochu spomínať na významných matematikov alebo fyzikov z histórie. Máte možnosť sa zoznámiť aj s ich podobenkami. Dozviete sa možno aj informácie, o ktorých ste ešte nevedeli. Po vyhodnotení sa môžete pousmiať nielen nad svojim vedomosťami. Tak začnite „hľadať v pamäti“.

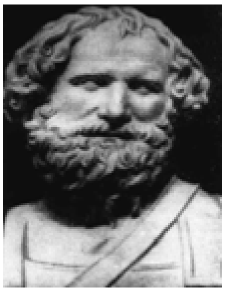
1. Narodil sa v Miléte (asi 624 pred n. l) – meste ruží, na pobreží Malej Ázie Bol to



človek praktický, šikovný technik, obchodník a cestovateľ. Zostrojil diaľkomer na určenie vzdialenosti lode od brehu. Spoznal elektrickú príťažlivosť jantáru, ak sa trel látkou, skúmal magnetické vlastnosti niektorých železných rúd. Mal veľa skúseností a patril k prvým, ktorí chceli poznať odpoveď nielen na otázku *„ako sa to počíta?“*, ale aj *„prečo práve tak?“*. Poznal, že súčet uhlov v trojuholníku sa rovná dvom priamym uhlom. Dokázal, že uhol vpísaný do polkruhu je pravý. Dostal označenie *prvý filozof, fyzik, matematik a astronóm*. Kto to je, koho tu spomíname?

A) Demokritos B) Archytas C) Ptolemaios D) Táles

2. Grécky matematik a fyzik (asi 287–212 pred n. l.), geniálny učenec a vynálezca



staroveku, objavil zákon páky, podľa ktorého sily pôsobiace na páke pri rovnováhe sú nepriamo úmerné dĺžkam ich ramien. Dokázal tým, že nepatrnou silou možno uviesť do pohybu veľké bremeno. Svoje poznatky uplatnil pri konštrukcii mohutných kladkostrojov a vojenských vrhacích mechanizmov. Historické tradície mu pripisujú výroky: *Heuréka; Dajte mi pevný bod a pohnem Zemou; Nedotýkaj sa mojich kruhov*. Kto to je, koho tu spomíname?

A) Diofantos B) Archimedes C) Pytagoras D) Aristarchos

3. Žil asi v rokoch 340–287 pred n. l., založil a viedol v Alexandrii matematickú

školu. Tu okolo roku 300 pred n. l. zhrnul vtedajšie geometrické poznatky, obohatil ich vlastnými matematickými výsledkami a usporiadal do znamenitého diela *Základy* (latinsky *Elementa*, grécky *Stoicheia*), ktorá sa skladá z 13 kníh. Sú v nich vysvetlené základy planimetrie, stereometrie, geometrie a geometrickej algebry. Táto práca sa stala jedinou učebnicou matematiky na celé staročia. Traduje sa, že keď sa ho kráľ Ptolemaios I. spýtal, či k hlbšiemu poznaniu matematiky nevedie ľahšia a kratšia cesta ako cez jeho *Základy*, vraj dostal takúto odpoveď: *Ani pre kráľa niet lepšej cesty ku geometrii*. Kto to je, koho tu spomíname?

A) Euklides B) Zenón C) Eudoxos D) Eratostenes

4. Preslávil sa svojimi apóriami (zdanlivo neprekonateľnými logickými problémami), ktorými ukazoval súkmeňovcom protirečenia v ich predstave nekonečného delenia pohybu. Žil asi 490–430 pred n. l. v mestečku na pobreží neďaleko od Neapola. Vybadal, že zmyslové poznanie môže byť iné ako rozumové. Ukázal, že zachádzanie s pojmom *nekonečno* nás dovedie k zásadným problémom. Spoznal ťažkosti späté s pojmovo-logickým uchopením dialektiky bytia (vzťah pokoja a pohybu, jediného a mnohého, pretržitého a nepretržitého, konečného a nekonečného). Zvýraznil konflikt pojmov dotýkajúcich sa nekonečne malého a nekonečne veľkého. Jeho *apórie* – paradoxné formy vysvetlenia zostávajú nesmrteľné. Kto to je, koho tu spomíname?

A) Parmenides B) Zenón z Eley C) Herón z Alexandrie D) Nikomachos z Gerasy

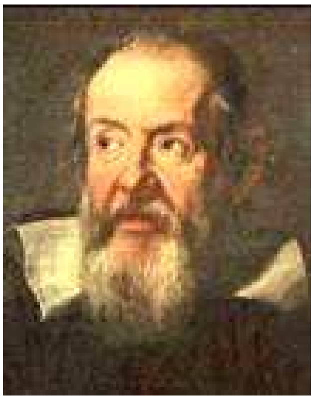
5. Za svoj život (asi okolo 1170–1240) napísal tri významné učebnice: *Liber abaci – Kniha o abaku* (1202; *abak* sa rozumie aritmetika), *Praktická geometria* (1220; obsahuje aj zememeračské postupy, výpočty vzdialeností, výšok), *Kniha štvorcov* (okolo roku 1225; je pokrokom v teórii čísel a obsahuje úlohy na neurčité kvadratické rovnice). Prispel v Európe k zavedeniu indických cifier a nuly. Rozpracoval nové algebrické postupy pre kupecké počty i geometrické problémy, približné výpočty aj teóriu čísiel. Vytvoril nové pôvodné úlohy, kládol dôraz na dôkazy. Stal sa prvým európskym stredovekým matematikom, ktorý zvládol arabskú matematiku. Po ňom je pomenovaná aj jedna známa postupnosť ($F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$) a jedna identita [$\left(a^2+b^2\right)\cdot\left(c^2+d^2\right)=(ac+bd)^2+(ad-bc)^2$]. Kto to je, koho tu spomíname?

A) L. Pacioli B) J. Müller – Regiomontanus C) Gerardo z Cremony D) Leonardo Pisanský – Fibonacci

6. Dánsky hvezdár (1546–1601) sa stal najuznávanejším európskym astronómom vtedajšej doby. Skoro tridsať rokov sa venoval tomu, aby čo najpresnejšie spoznal skutočný pohyb planét. Dosiahol presnosť merania na hranici možností svojej doby, ktorá nepoužívala ďalekohľad. Po rôznych spoločenských sporoch (raz aj v súboji po hádke s krajanom prišiel o časť nosu) sa dostal na dvor Rudolfa II. do Prahy (1599). Pokračoval vo svojich výskumoch na Hradčanoch, i v Benátkach nad Jizerou. Na podklade dlhodobých meraní zostavil katalóg 788 hviezd. Prispel k získaniu rozsiahleho pozorovacieho materiálu so zvýšenou presnosťou pozorovaných údajov. *Nie moc a bohatstvo, ale vláda poznania pretrvá.* Kto to je, koho tu spomíname?

A) Ch. Huygens B) N. Tartaglia C) Tycho Brahe D) P. Maupertius

7. Spoznal, že matematika je prostriedok poznávania a presného popisu prírodných



javov. Zistil (1583), že doba kyvu kyvadla nezávisí od jeho hmotnosti a veľkosti rozkyvu, ale mení sa iba s dĺžkou kyvadla. Vynašiel hydrostatické váhy a stanovil poučky o určovaní ťažiska niektorých pevných telies (1586). Skonštruoval termoskop ako prototyp teplomera i stroj na zdvíhanie vody (1593). Sám zostavil pomerne účinný ďalekohľad a ako prvý ho použil na astronomické pozorovanie (1610). Odhalil slnečné škvrny, objavil Venušine fázy i pohyb Jupiterových mesiačikov. Svoj slávny spis *Dialóg o dvoch najväčších svetových sústavách* vydal roku 1632. *Meraj všetko, čo je merateľné a nemerateľné urob merateľným... Dve pravdy si nemôžu nikdy odporovať.* Kto to je, koho tu spomíname?

A) G. Galilei B) M. Koperník C) L. da Vinci D) R. Hooke

8. Vyštudoval matematiku, filozofiu i právo. Pôsobil ako diplomat, dvorný radca

i knihovník. Dopisoval si s významnými osobnosťami vedy a politiky vtedajšieho sveta. Zaoberal sa aj históriou, lingvistikou, geológiou, teológiou. Písal filozofické úvahy i právne úvahy. Získal povesť univerzálneho génia. Objavil (1673–1676) a spracoval diferenciálny a integrálny počet. Výsledky publikoval až v diele *Nová metóda o najväčších a najmenších veličinách* (1684) a neskôr *O skrytej geometrii a analýze nedeliteľných a nekonečných veličín* (1686). Jeho terminológia a symbolika sa ujala. Stal sa prvým predsedom Akadémie vied v Berlíne (1700). Kto to je, koho tu spomíname?

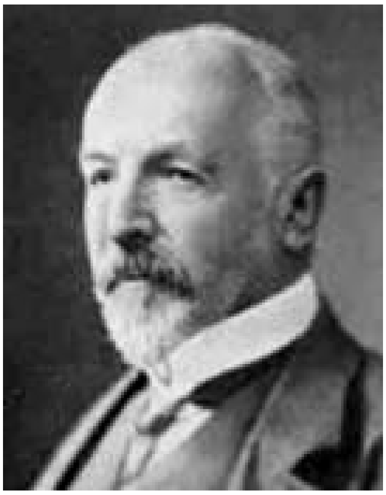
A) I. Newton B) P.S. Laplace C) G.W. Leibniz D) B. Taylor

9. Urobil základné objavy o elektrine, magnetizme, ale aj v chémii. Jeho odhalenie

elektromagnetickej indukcie, zákony elektrolýzy, poznanie benzénu, skúsenosti s výrobou optických skiel a oceľových zliatin ovplyvnili vtedajšiu teóriu i prax. Jeho poznatky zmenili obraz sveta. Prispel k skvapalňovaniu plynov. Spoznal zákony o chemickom účinku elektrického prúdu. Vysvetlil vznik elektromotorického napätia v galvanickom článku. Pochopil elektrické i magnetické pole ako prostredie so silovými účinkami popísané siločiarami. Vytušil možnosti premeny jednej formy energie na inú. Objavil aj princíp dynama a elektromotora. Nevyužíval svoje vynálezy na obchod ani slávu. Neprijal spoločenskú funkciu prezidenta Kráľovskej spoločnosti ani šľachtický titul. Geniálny anglický fyzik (1791–1867) je príkladom šľachetnosti i užitočnosti moderného vedca. Kto to je, koho tu spomíname?

A) H.L. Helmholtz B) M. Faraday C) J.C. Maxwell D) Ch. Wheatstone

10. *Množinou rozumieme každý súhrn určitých dobre rozlíšiteľných predmetov*



našich predstáv alebo nášho myslenia, ktoré nazývame prvky množiny a chápeme ich ako celok. Ukázalo sa, že je to pojem veľmi všeobecný a zjednocujúci mnohé rôznorodé pohľady. Obhajoval neohraničené matematické uznanie aktuálneho nekonečna a vytvoril zaujímavú „filozofiu nekonečna“. Vybadal, že ľudský rozum zaujíma v otázkach nekonečna úplne iné stanovisko ako intuícia. Dokázal, že počet bodov vo štvorci je rovnaký ako na jednej strane tohto štvorca. Žil (1845–1918) pre nové matematické pravdy a musel pre ne aj trpieť. Sám vo svojom vnútri i na verejnosti, v odborných diskusiách so svojimi protivníkmi. Vývoj matematiky mu dal za pravdu. Dočkal sa aj vedeckých pôct. Jeho množinové pojmy sa stali jazykom matematiky a teória množín otvorila nové cesty k ďalšiemu rozvoju matematickej kultúry. Kto to je, koho tu spomíname?

A) F. Klein B) D. Hilbert C) G. Cantor D) G. Frege

11. Nemecký fyzik (1858–1947) sa zaoberal termodynamikou, optikou i náukou o

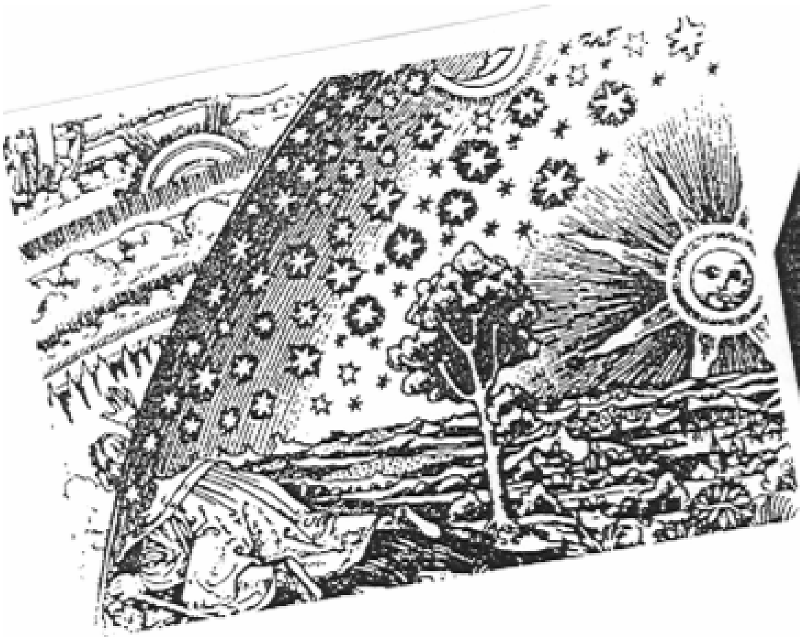
elektrine. Skúmal súvislosti medzi teplom a mechanickou energiou. Štúdiom základných zákonov termodynamiky a rozborom experimentálnych meraní odvodil (1900) zložitý vzorec pre popis žiarenia, ktoré emitujú žeravé telesá. Závislosť bola funkciou teploty telesa. Zdôvodnenie vzťahu však vyžadovalo prijať predpoklad, že žiarenie je vysielané nespojito po malých dávkach energie – kvantách, ktoré majú rovnakú energiu priamo úmernú kmitočtu vyžarovaného svetla ($E = hv$). Konštantu úmernosti nazval elementárnym kvantom účinku a určil ju s obdivuhodnou presnosťou. Prvý nastolil myšlienku nespojitosti vyžarovania a pohlcovania energie. Získal Nobelovu cenu (1918). *Veda sama o sebe objavuje mravné hodnoty, učí nás predovšetkým pravdivosti a bázni*. Kto to je, koho tu spomíname?

A) W. Heisenberg B) E. Schrödinger C) P. Lenard D) M. Planck

12. Svojim životom (1885–1962) a dielom vybudoval obraz sveta vo vnútri atómu, prispel k tomu, aby bol vyjadrený matematicky. Princípmi komplementarity a

korešpondencie otvoril cestu pre poznanie mikrosveta a postavil most medzi klasickou a kvantovou fyzikou. Spojil tri odľahlé oblasti fyziky: spektroskopiu, atómovú fyziku a kvantovú teóriu. Prispel k teórii atómového jadra, sprehľadnil teoretický základ periodickej sústavy prvkov. Vtlačil výraznú pečať fyzikálnemu mysleniu 20. storočia. *Vonkajší svet nemôžeme už len pozorovať, ale musíme ho prijať ako niečo, k vytváraniu čoho sami prispievame.* Prijal stanovisko, že *pojmy častica a vlna sa dopĺňajú tým, že si navzájom odporujú, teda sú komplementárnymi obrazmi skutočnosti.* Nezlučiteľné javy sa navzájom dop1ňajú a tým o sebe podávajú určitú spoločnú predstavu. Pri popise javov v atóme treba zohľadniť interakciu objektu s makrosvetom. Skutočnosť je oveľa fantastickejšia než sme schopní vidieť cez úzke štrbiny, ktoré predstavujú naše zmysly a náš jazyk. *Vo svete je toľko vážnych vecí, že o nich možno iba žartovať.* Kto to je, koho tu spomíname?

A) N.H. Bohr B) L.D. Landau C) R.P. Feynman D) J.H. Jeans



Správne odpovede:

1. D; **2.** B; **3.** A; **4.** B; **5.** D; **6.** C; **7.** A; **8.** C; **9.** B; **10.** C; **11.** D; **12.** A;

VÝBER PUBLIKÁCIÍ PRE **DEJINY MATEMATIKY**

Balada, F.: *Z dějin elementární matematiky*. Praha, SPN 1959.
Barrow, J.D.: *Pí na nebesích (o počítání, myšlení a bytí)*. Praha, Mladá fronta 2000.
Beckmann, P.: *Historie čísla* π. Praha, Academia 1998.
Bell, E. T.: *The Development of Mathematics*. New York – London 1945.
Boyer, C. B.: *A History of Mathematics*. Princeton, New Jersey, University Press 1985.
Bolgarskij, B. V.: *Očerki po istorii matematiky*. Minsk, Vyššejšaja škola 1979.
Bourbaki, N.: *Očerki po istorii matematiky*. Moskva 1963.
Cantor, M.: *Vorlesungen über die Geschichte der Mathematik* (I–IV). Lipsko 1901–1922.
Colerus, E.: *Od Pythagory k Hilbertovi*. Praha, Družstevní práce 1941.
Cooke, R.: *The History of Mathematics*. New York 1997.
Fauvel, J. - Gray, J.: The *History of mathematics*. London, The Open University 1987.
Folta, J. - Nový, L.: *Dejiny prírodných vied v dátach*. Bratislava, Smena 1981.
Folta, J. - Šedivý, J.: *Dějiny matematiky a fyziky v* obrazech (I–VIII.). Praha, JČSMF 1982 - 1989.
Fuchs, E. a kol.: *Světonázorové problémy matematiky IV*. Praha, SPN 1987.
Glejzer, B. I.: *Istorija matematiki v srednej škole*. Moskva, Prosveščenie 1971.
Glejzer, G. I.: *Istorija matematiki v škole. (I. – III.).* Moskva 1981 – 1983.
Hoffmann, J. E.: *Geschichte der Mathematik (I. – III.).* Berlin 1953 – 1957.
Ifrah, G.: *Universal – geschichte der Zahlen*. Frankfurt New York, Campus Verlag 1991.
Juškevič, A. P.: *Dějiny matematiky ve středověku*. Praha, Academia 1977.
Juškevič, A. P.: *Istorija matematiki,(I – III).* Moskva, Nauka 1970 – 1972.
Juškevič, A. P.: *Chrestomatija po istorii matematiki.* Moskva, Prosveščenie 1977.
Kadeřávek, F.: *Geometrie a umění v dobách minulých*. Praha, 1935, 1997.
Kline, M.: *Mathematics in Western culture*. Harmondsworth, Penguin 1979.
Križalkovič, K.: *Obrazy z histórie matematiky*. Banská Bystrica, Učebné pomôcky 1988.
Kolman, A.: *Dějiny matematiky ve starověku*. Praha, Academia 1968.
Konforovič, A. G.: *Významné matematické úlohy*. Praha, SPN 1989.
Luhan, E.: *Kapitoly z dějin matematiky*. České Budějovice, PF 1985.
Mikan, M.: *Jak se vyvinula matematika a geome*trie. Praha, Orbis 1954.
Motz, L. – Weaver, J. H.: *The Story of Mathematics*. New York, Plenum Press 1993.
Mrázek, J.: *Taje matematiky*. Praha, Práce 1986.
Nový, L. a kol.: *Dějiny exaktních věd v českých zemích do konce 19. století*. Praha 1961.
Pöss, O.: *Dejiny exaktných vied na Slovensku od pol. 19. stor. do roku 1918*.Bratislava, Veda 1987.
Rowe, D. F. – McCleary, J.: *The History of Modern Mathematic*s. San Diego, Acad. Press 1988.
Rybnikov, K. A.: *Istoria matematiki*. Moskva, Izdatelstvo Moskovskovo universiteta 1994.
Scriba, C. J. – Schreiber, P.: *5000 Jahre Geometrie, Geschichte, Kulturen, Menschen.* Berlin – Heidelberg, Springer Verlag 2001.
Smith, D. E.: *History of Mathematics (I – II*). New York 1925.
Stillwell, J.: *Mathematics and Its History*. New York – Berlin, Springer – Verlag 1989.
Strečko, V.: *Pohľady do dejín matematiky* ... Prešov, MC 1999.
Struik, D. J.: *Dějiny matematiky*. Praha, Orbis 1963.
Šedivý, J.: *Antologie matematických didaktických textů 1360 – 1860*. Praha, SPN 1987.
Šedivý, J. a kol.: *Filosofické a vývojové problémy matematiky 1, 2*. Praha, 1987 – 88.
Šedivý, J. a kol.: *Světonázorové problémy matematiky I – III*. Praha, SPN 1983 – 1985.
Tropfke, J.: *Geschichte der Elementar–Mathematik ... I – VII*. Leipzig 1940.
Úlehla, J.: *Dějiny matematiky I – II*. Praha 1901, 1913.
Vetter, Q.: *Jak se počítalo a měřilo na úsvitě kultúry*. Praha 1926.
Vilejtner, G.: *Istorija matematiki od Dekarta do serediny XIX. stoletija*. Moskva 1960.
Vopěnka, P.: *Uhelný kámen evropské vzdělanosti a moci (Souborné vydání rozprav o geometrii).* Praha, Práh 2000.
Wussing, H.: *Vorlesungen zur Geschichte der Mathematik*. Berlin 1979.
Znám, Š.: *Pohľad do dejín matematiky*. Bratislava, Alfa 1986.

Prehľad edicie ***Dějiny matematiky*** nakladateľstva PROMETHEUS, Praha

1. Bečvář, J. – Fuchs, E. (ed.): *Historie matematiky I*, 1994.
2. Bečvář, J. a kol.: *Eduard Weyr (1852–1903)*, 1995.
3. Bečvář, J. – Fuchs, E. (ed.): *Matematika v 19. století*, 1996.
4. Bečvář, J. – Fuchs, E. (ed.): *Člověk, umění, matematika*, 1996.
5. Bečvář, J. (ed.): *Ján Vilém Pexider (1874–1914)*, 1997.
6. Šarmanová, P. – Schwabik, Š.: *Malý průvodce historií integrálu*, 1996.
7. Bečvář, J. – Fuchs, E. (ed.): *Historie matematiky II*, 1997.
8. Šišma, P.: *Teorie grafů 1736–1963*, 1997.
9. Mačák, K.: *Počátky počtu pravděpodobnosti*, 1997.
10. Němcová, M.: *František Josef Studnička (1836–1903)*, 1998.
11. Bečvář, J. – Fuchs, E. (ed.): *Matematika v proměnách věků I*, 1998.
12. Bečvář, J. – Fuchs, E. (ed.): *Matematika v 16. a 17. století*, 1999.
13. Bečvářová, M.: *Z historie Jednoty (1862–1869)*, 1999.
14. Lepka, K.: *Historie Fermatových kvocientů (Fermat – Lerch)*, 2000.
15. Mačák, K.: *Tři středověké sbírky matematických úloh*, 2001.
16. Bečvář, J. – Fuchs, E. (ed.): *Matematika v proměnách věků II*, 2001.
17. Fuchs, E. (ed.): *Mathematics troughout the Ages*, 2001.
18. Mačák, K. – Schuppener, G.: *Matematika v jezuitském Klementinu* (*1600–1740*), 2001.
19. Bečvář, J. a kol.: *Matematika ve středověké Evropě*, 2001.
20. Bečvářová, M.: *Eukleidovy ZÁKLADY, jejich vydání a překlady*, 2002.
21. Šišma, P.: *Matematika na německé technice v Brně*, 2002.
22. Hykšová, M.: *Karel Rychlík (1885–1968)*, 2003.
23. Bečvář, J. a kol.: *Matematika ve starověku (Egypt a Mezopotámie)*, 2003.
24. Bečvář, J. A kol.: *Matematika v proměnách věků III*, 2004.
25. Fuchs, E. A kol.: *Mathematical Throughout The Ages II.*, 2004.
26. Mačák, K.: *Vývoj teorie pravděpodobnosti v českých zemích do roku 1938*, 2005.
27. Bečvář,J. – Kohoutová, Z.: *Vladimír Kořínek (1899–1981)*, 2005.
28. Bečvář, J. A kol.: *Emil Weyr a jeho pobyt v Itálii v roce 1870/71*, 2006.
29. Slavík, A.: *Product Integration, its History and Applications*, 2007.
30. Lomtatidze, L.: *Historický vývoj pojmu křivka*, 2007.
31. Vymazalová, H.: *Staroegyptská matematika. Hieratické matematické texty*, 2006.
32. Fuchs, E. (ed.): *Matematika v proměnách věků IV*, 2007.
33. Bečvářová, M. – Bečvář, J. (ed.): *Matematika v proměnách věků V*, 2007.
34. Bečvářová, M: *Česká matematická komunita v letech 1848–1918*, 2008.

Výber publikácii o významných matematikoch:

BÁLINT, V. – KRIŽALKOVIČ, K.: *Album slávnych matematikov*. Banská Bystrica: UP, 1988.
BELL, E.T.: *Die grossen Mathematiker*. Düsseldorf-Wien: Econ-Verlag, 1967.
BELL, E.T.: *Tvorcy matematiki.* Moskva: Prosvesčenie, 1979.
BERO, P.: *Matematici, ja a ty*. Bratislava: Mladé letá, 1989.
BOGOLJUBOV, A.N.: *Matematiki i mechaniki – biografičeskij spravočnik*. Kiev: Naukova dumka, 1983.
BORODIN, A.I. – BUGAJ, A.S.: *Vydajuščiesja matematiki*. Kiev: Radjanska škola, 1987.
ČISTJAKOV, V.D.: *Rasskazy o matematikach*. Minsk: Vyššaja škola, 1966.
FOLTA, J. – ŠEDIVÝ, J.: *Dějiny matematiky a fyziky v obrazech (I. – VIII.).* Praha: JČSMF, 1982-1989.
FREJMAN, L.S.: *Tvorcy vyššej matematiki*. Moskva: Nauka, 1968.
GINDIKIN, S.: *Rasskazy o fizikach i matematikach*. Moskva: Nauka, 1981.
JEDINÁK, D.: *Etudy o matematikoch*. Bratislava: MC, 1992.
JEDINÁK, D.: *Významné osobnosti matematickej kultúry*. Trnava: TU, 2002.
KRYSICKI, W.: *Poczet wielkich matematikov*. Warszawa: Nasza ksiegarnia, 1975.
MESCHKOWSKI, H.: *Mathematiker – Lexikon*. Manheim-Wien-Zürich: Bibliographische Istitut, 1980.
SMYŠĽAJEV, V.K.: *O matematike i matematikach*. Juškar-Ola: 1968.
WUSSING, H.: *Biographien bedeutender Mathematiker*. Berlin: Volk und Wissen Verlag, 1983.
YOUNG, R.V.: *Notable Mathematicians*. Detroit-New York-Toronto-London: Gale, 1998.

Výber encyklopédií s bohatšími údajmi o význačných matematikoch:

Enciklopedičeskij slovar junogo matematika. Moskva: Pedagogika, 1984.
Lexikon der Mathematik. Leipzig: Bibliographische Institut, 1979.
Malá encyklopédia bádateľov a vynálezcov. Bratislava: Obzor, 1973.
Malá encyklopédia matematiky. Bratislava: Obzor, 1978.
Matematičeskij enciklopedičeskij slovar. Moskva: 1988.
Matematici – Encyklopedická edice LISTY. Praha: Encyklopedický dům, 1997.
Mathematics at a Glance. Leipzig: Bibliographische Institut, 1975.
Populární encyklopédie matematiky. Praha: SNTL, 1971.

(*dmj*)