

Univerzita Karlova v Praze  
Matematicko-fyzikální fakulta

## **DIPLOMOVÁ PRÁCE**



Růžena Štichová

### **Geometrie v architektuře Santiniho-Aichla**

Katedra didaktiky matematiky

Vedoucí diplomové práce: PhDr. Alena Šarounová, CSc.

Studijní program: Matematika, učitelství matematiky v kombinaci s deskriptivní geometrií pro  
SŠ

2008

Ráda bych poděkovala všem, kteří mi zapůjčili potřebnou literaturu, sdělili důležité informace nebo mě jakkoli podpořili při psaní této diplomové práce. Zejména děkuji mé vedoucí PhDr. Aleně Šarounové, CSc. za výběr tématu, podrobné konzultování náplně této práce a trpělivost. Dále bych chtěla poděkovat panu Ing. Vítu Mlázovskému za informace ohledně konstrukce kleneb, panu Tomáši Raflovi, AkadMal. za odbornou prohlídku kostela a ambitu na Zelené hoře u Žďáru nad Sázavou, panu Ing. arch. Zdeňku Chudárkovi z NPÚ v Praze, panu Tomáši Snopkovi z NPÚ v Praze za plánovou dokumentaci vyměřování některých Santiniho staveb, paní Haně Tupé z knihovny v Mariánské Týnici, panu PhDr. Vratislavu Ryšavému z NPÚ v Plzni, panu Zdeňku Kazlepkovi z Moravské galerie v Brně za zprostředkování elektronické podoby nárýsu a půdorysu kostela na Zelené hoře, panu Ing. Jaroslavu Zastoupilovi za cenné informace ohledně zaměření Santiniho staveb a poskytnutí některých materiálů, panu Karlu Koubskému jr. za vyměření kostela v Sedlci, panu prof. Ing. arch. Milanu Pavlíkovi, panu CSc., panu doc. Dr. Ing. Karlu Pavelkovi a panu Ing. Janu Řezníčkovi za poskytnutí informací o zaměřování staveb 3D skenerem, panu Ing. Luboru Gregorovi za cennou literaturu, panu Ing. Zmeškalovi, paní Marcelu Zahálkové ze zámku Karlova Koruna, panu faráři Josefu Hložkovi z Obyčtova. Také bych ráda poděkovala svému manželovi a celé svojí rodině.

Prohlašuji, že jsem svou práci napsala samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce.

V Závratech dne 14. 12. 2007

Růžena Štíchová

# Obsah

<b>Abstrakt</b> .....	5
<b>Úvod</b> .....	6
<b>Kapitola 1: Plochy</b> .....	<b>7</b>
1.1 Zavedení plochy .....	7
1.2 Přímkové plochy obecně .....	12
1.3 Rozvinutelné plochy .....	15
1.4 Zborcené přímkové plochy .....	17
1.4.1 Konoidy .....	17
A) Přímý kruhový konoid .....	18
B) Kosý kruhový konoid .....	19
C) Přímý eliptický konoid .....	21
1.4.2 Cylindroidy .....	24
Plocha průchodu nad obecným čtyřúhelníkem .....	24
1.4.3 Konusoidy .....	24
A) Plocha šikmého průchodu .....	25
B) Marseillský oblouk .....	26
1.5 Rotační plochy .....	28
A) Kulová plocha .....	29
B) Anuloid .....	29
1.6 Šroubové plochy .....	30
1.6.1 Přímkové šroubové plochy .....	31
Přímá šroubová plocha uzavřená (přímý šroubový konoid)	31
1.6.2 Cyklické šroubové plochy .....	32
Plocha sv. Jiljí .....	33
<b>Kapitola 2: Geometrie kleneb</b> .....	<b>34</b>
2.1 Vývoj kleneb .....	34
2.2 Oblouky a ovály .....	37
A) Oblouk tvořený jedinou kružnicí .....	38
B) Oblouk eliptický .....	38
C) Křivka nahrazující elipsu .....	39
D) Další oblouky tvořené částmi kružnic .....	41
2.3 Geometrie základních typů kleneb .....	44
A) Valená klenba .....	44
B) Křížová a klášterní klenba .....	45
C) Česká klenba .....	48
D) Kupole .....	49
E) a F) Konoidální a cylindroidální klenba .....	50

G) a H) Šestidílná a pětídílná klenba .....	51
I) Pruská klenba .....	51
<b>Kapitola 3: Život a dílo J. B. Santiniho – Aichla</b>	<b>52</b>
3.1 Život a dílo .....	52
3.2 Číselná symbolika v Santiniho stavbách .....	53
3.3 Geometrie v půdorysech Santiniho staveb .....	54
Kaple Jména Panny Marie v Mladoticích .....	54
Kaple sv. Anny v Panenských Břežanech .....	55
Zámek Karlova Koruna v Chlumci nad Cidlinou .....	55
Kostel sv. Václava ve Zvoli .....	56
Poutní kostel Zvěstování P. Marie a cisterciácké probošství v Mariánské Týnci (Mariánském Týnci) .....	56
Kostel sv. Jana Nepomuckého na Zelené hoře ve Žďáru nad Sázavou	57
Zajímavé půdorysy .....	59
3.4 Geometrická rekonstrukce Santiniho kleneb .....	60
Valená klenba .....	60
Křížová klenba .....	61
Zrcadlová klenba .....	63
Klenba jako část anuloidu .....	64
Pětídílná klenba .....	65
Kupole .....	65
Plocha pendativu .....	67
Pruská klenba .....	68
Točitá schodiště .....	69
Okenní a dveřní záklenky .....	70
<b>Závěr</b> .....	<b>72</b>
<b>Seznam použité literatury</b> .....	<b>73</b>
<b>Přílohy</b>	<b>75</b>
Příloha č. 1 – Geometrie klenebních oblouků .....	75
Příloha č. 2 – Rozdělení kleneb .....	78
Příloha č. 3 – Ukázka konstruování křížové klenby chrámu v Regensburku	79
Příloha č. 4 – Seznam děl J. B. Santiniho – Aichla .....	80
Příloha č. 5 – Kostel sv. Jana Nepomuckého na Zelené hoře .....	83
Příloha č. 6 – Odchyvky plochy kopule od ideální polosféry kostela sv. Jana Nepomuckého na Zelené hoře u Žďáru nad Sázavou .....	84
Příloha č. 7 – Klenba jedné z místností kláštera v Plasech .....	86
Příloha č. 8 – Točitá schodiště .....	87
Příloha č. 9 – Zaměření části s točitým schodištěm konventu kláštera v Plasech	88

# Abstrakt

*Název práce:* Geometrie v architektuře Santiniho-Aichla  
*Autor:* Růžena Štíhová  
*Vedoucí diplomové práce:* PhDr. Alena Šarounová, CSc., Katedra didaktiky matematiky  
Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze,  
Sokolovská 83, Praha 8

*e-mail vedoucího:* sarounov@karlin.mff.cuni.cz

*Abstrakt:* Tento text je určen všem zájemcům o matematiku a geometrii z řad široké veřejnosti, především však jako studijní materiál pro učitele matematiky a deskriptivní geometrie na středních školách. V práci je obsažen přehled a vlastnosti stavebně používaných ploch, jejich parametrické a implicitní vyjádření. Dále se zabývá použitím zejména těchto ale také dalších ploch v konstrukci kleneb, konkrétně pak v klenbách některých Santiniho staveb. Je zde uveden i seznam Santiniho staveb a pak podrobně rozebrána geometrie v půdorysech některých z nich. Text je doplněn názornými obrázky, vytvořenými v aplikacích Cabri Geometry II Plus (verze 1.3.1), Maple 7, Rhino 3.0, AutoCAD 2005, fotografiemi pořízenými digitálním fotoaparátem a obrázky z citované literatury.

*Klíčová slova:* plochy, klenby, plochy a geometrie ve stavbách J. B. Santiniho-Aichla

*Title:* Geometry in Architecture of Santini - Aichel  
*Author:* Růžena Štíhová  
*Department:* Didactics of mathematics  
*Supervisor:* PhDr. Alena Šarounová, CSc., Katedra didaktiky matematiky  
Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze,  
Sokolovská 83, Praha 8

*Supervisor's e-mail adress:* [sarounov@karlin.mff.cuni.cz](mailto:sarounov@karlin.mff.cuni.cz)

*Abstract:* This text is meant for all people from general public with interest in mathematics and geometry. Primarily it is meant to be study material for teachers of mathematics and descriptive geometry at secondary schools. In the thesis there is included summary and properties of surfaces used in building constructions and their parametric and implicit expression. Thereinafter it deals with particular use of these rectilinear planes and also other ones in construction of arches, specifically in arches of some Santini's buildings. There is also mentioned a list of Santini's buildings and an in-depth analyse of geometry in plans of some of them. The text is supplemented with illustrative pictures made in Cabri Geometry II Plus (version 1.3.1), Maple 7, Rhino 3.0 and AutoCAD 2005, digital photographs and pictures from quoted literature.

*Keywords:* Surfaces, Vaults, Surfaces and Geometry in the buildings of J. B. Santini - Aichel

# Úvod

Diplomová práce Geometrie v architektuře J. B. Santiniho – Aichla si klade za cíl seznámit čtenáře se základními vlastnostmi některých stavebně používaných ploch a užitou geometrií v historických stavbách. Konkrétní využití ploch a geometrických principů ve stavebnictví je ukázáno v dílech českého barokního architekta Jana Blažeje Santiniho – Aichla.

Práce vzniká především jako doplňková literatura pro učitele a studenty deskriptivní geometrie a matematiky. Je vhodná i pro širokou veřejnost se zájmem o matematiku, geometrii a architekturu, neboť nepředpokládá kromě znalostí z matematiky v rozsahu SŠ žádné speciální znalosti z deskriptivní geometrie. Vše potřebné je uvedeno v podobě definic, vět a vysvětlení v samotné práci.

První kapitola se zabývá matematickým zavedením křivky a plochy. Uvádí základní vlastnosti a rozdělení ploch. Vybrané typy ploch jsou dále charakterizovány a jsou doplněny konkrétními příklady stavebně použitelných ploch, které jsou matematizovány. Větší pozornost je věnována přímkovým plochám, neboť jsou ve stavebnictví hojně využívány. Ke každé z ploch je připojen názorný obrázek.

Druhá kapitola nás zavede do historie konstrukce kleneb. Uvede základní rozdělení typu kleneb a vysvětlí v nich užitou geometrii. Bude se při tom opírat o zavedení ploch a jejich vlastností z první kapitoly.

Poslední kapitola představuje ukázkou sepětí matematické teorie z první a druhé kapitoly s praxí. Na díle J. B. S.-A. ukáže uplatnění několika ploch v klenbách a jiných částech staveb. Bude se také zabývat neobvyklou geometrickou strukturou a symbolikou půdorysů Santiniho staveb.

Všechny kapitoly jsou doplněny řadou obrázků a fotografií, které jsou vytvářeny autorkou v aplikacích Cabri Geometry II Plus (1.3.1), Maple 7, Rhino 3.0, AutoCAD 2005 či pořízeny autorkou pomocí digitálního fotoaparátu (obrázky a fotografie bez uvedeného zdroje), anebo které jsou převzaty z citované literatury (u obrázků a fotografií uveden zdroj).

Součástí diplomové práce je i příložené CD, na němž se nachází další obrazová příloha a celá diplomová práce v elektronické podobě. Naleznete na něm i zdrojové soubory všech obrázků vytvořených ve výše jmenovaných aplikacích.

# Kapitola 1

## Plochy

### 1.1 Zavedení plochy

V celé práci budeme pracovat v prostoru  $E_3$  (euklidovský prostor dimenze 3) a budeme předpokládat znalosti matematiky v rozsahu SŠ, zvláště pak znalosti ze stereometrie, matematické analýzy (*funkce, limita, spojitost funkce, derivace funkce*) a analytické geometrie (*bod, vektor, přímka, rovina, kuželosečky*), které může čtenář nalézt např. v Polák, J. [15].

Pro zavedení plochy je potřeba nejprve vymežit pojem *křivka*. Pro naše účely zcela postačí křivkou rozumět nekonečnou množinu všech poloh spojitě pohybujícího se bodu. Každá poloha (bod křivky) je závislá na jediném parametru. Tedy křivka je *jednoparametrická soustava bodů*. Pokud všechny body křivky leží v jediné rovině, křivka se nazývá *rovinnou křivkou*. V opačném případě mluvíme o *prostorové křivce*.

V dalším nás budou zajímat pouze ty křivky, u kterých je znám jejich výtvarný zákon a lze je popsat matematickými prostředky (*matematické křivky*). Rovinné matematické křivky resp. prostorové matematické křivky můžeme při zvolené kartézské soustavě souřadnic  $\{O; x, y\}$  resp.  $\{O; x, y, z\}$  vyjádřit:

a) *parametricky* jako analytické funkce jednoho reálného parametru  $t \in I$ , kde  $I$  je interval v  $\mathbb{R}$

$$(1.1) \quad x = x(t), y = y(t), \text{ resp. } x = x(t), y = y(t), z = z(t).$$

Každý bod  $K$  této křivky má pak souřadnice  $K = [x, y]$  resp.  $K = [x, y, z]$ , které závisí na daném parametru  $t$ .

b) v *explicitním tvaru*, jestliže za parametr volíme jednu z proměnných např.  $x$

$$(1.2) \quad y = y(x), \text{ resp. } y = y(x), z = z(x), x \in I$$

c) v *implicitním tvaru* eliminací parametru  $t$  z (1.1)

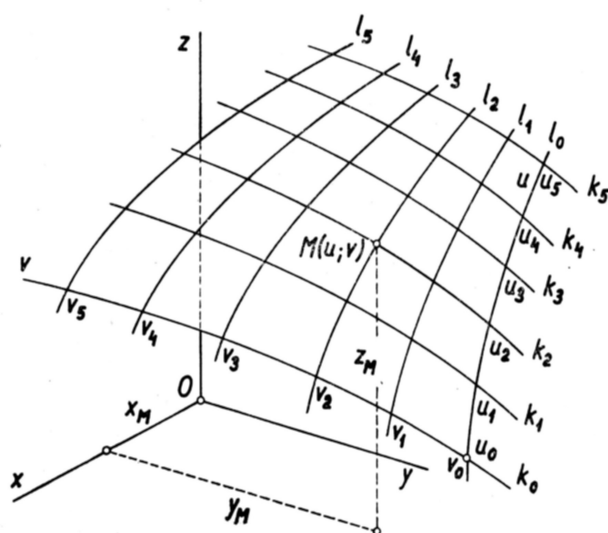
$$(1.3) \quad f(x, y) = 0, \text{ resp. } F(x, y, z) = 0 \wedge G(x, y, z) = 0$$

Je-li funkce  $f$  v rovnici (1.3) polynom dvou proměnných, tj.  $f(x, y) = \sum a_{ij}x^i y^j$ , kde  $i + j \leq n$  ( $i, j, n \in \mathbb{N}$ ) a  $a_{ij}$  jsou reálné konstanty, z nichž alespoň jedna z těch, pro které  $i + j = n$  je různá od nuly, se nazývá *algebraická rovinná křivka*. Číslo  $n$  je *stupeň křivky*. Vyloučíme-li vždy ze dvou rovnic (1.1) pro prostorovou křivku parametr  $t$ , dostáváme tři rovnice, z nichž již dvě např.  $g(x, z) = 0$ ,  $q(y, z) = 0$  prostorovou křivku určují. Jestliže  $g$  a  $f$  jsou polynomy stupňů  $n_1$  a  $n_2$ , pak *prostorová křivka je algebraickou křivkou* stupně  $n_1 \cdot n_2$ . Nelze-li funkci  $f$  resp. funkce  $g$  a  $q$  vyjádřit pomocí polynomu, křivky se nazývají *transcendentní*. (čerpáno z Urban. A [17], str. 7 a 8)

Nyní můžeme přejít k přesnému vymezení pojmu plocha. Ve většině technické literatury se *plocha* definuje jako množina všech křivek, které vznikají spojitým pohybem

dané křivky  $k$ , jehož trajektorií není daná křivka, a tvar křivky  $k$  se může během pohybu měnit.

Plocha je tedy nekonečná množina poloh  $k_0, k_1, k_2 \dots$  dané křivky  $k$  závislá na jediném parametru  $u \in \mathbb{R}$ ; polohy  $k_0, k_1, k_2 \dots$  odpovídají postupně hodnotám  $u_0, u_1, u_2 \dots$  reálného parametru  $u$ , pod kterým si můžeme představit např. čas. Plocha je tedy *jednoparametrická soustava křivek v prostoru*. Každá z poloh křivky  $k$  je zároveň jednoparametrickou soustavou bodů, poloha bodu na každé z  $k_0, k_1, k_2 \dots$  je dána hodnotou nějakého dalšího parametru  $v \in \mathbb{R}$ , který je nezávislý na  $u$ . Odtud plyne, že na plochu lze pohlížet i jako na *dvouparametrickou soustavu bodů v prostoru*.



**Obrázek 1.1:** Plocha jako jednoparametrická soustava křivek a dvouparametrická soustava bodů (převzato z Urban, A.[17], str. 48).

Není-li znám výtvarný zákon plochy, to znamená, že z množiny křivek  $k_0, k_1, k_2, \dots$  jsou známy jen některé z nich, jedná se o tzv. *empirické plochy* (např. topografické plochy). Nás ale budou zajímat ty plochy, u kterých výtvarný zákon známe a lze ho popsat matematickými prostředky. Pak mluvíme o tzv. *matematických plochách*, které lze vyjádřit při zvolené kartézské soustavě souřadnic  $\{O; x, y, z\}$  (dále jen KSS)

a) *parametricky* jako analytické funkce dvou reálných parametrů  $u, v$  ( $u \in U, v \in V$ , kde  $U$  a  $V$  jsou intervaly v  $\mathbb{R}$ ) ve tvaru

$$(1.4) \quad x = x(u, v), \quad y = y(u, v), \quad z = z(u, v).$$

Každý bod  $M$  plochy má pak souřadnice  $M = [x, y, z]$ , které závisí na daných parametrech  $u$  a  $v$ . Pro  $v = \text{konst.}$  proběhne bod při spojitě změně parametru  $u$  tzv.  $u$ -křivku  $l$ , pro  $u = \text{konst.}$  a proměnném  $v$  tzv.  $v$ -křivku  $k$  (pro  $v = v_i$  proběhne křivku  $l_i$ , pro  $u = u_i$  proběhne křivku  $k_i$ ; viz. obrázek 1.1). Tyto křivky se nazývají také *parametrické křivky* plochy a v případě, že se nedotýkají, mluvíme o tzv. *souřadnicové síti* na ploše.

b) v *implicitním tvaru* vyloučením parametrů  $u$  a  $v$  z rovnic (1.4) dostaneme rovnici plochy

$$(1.5) \quad F(x, y, z) = 0$$



c) případně v *explicitním (Mongeově) tvaru*

$$(1.6) \quad z = f(x, y).$$

Je-li funkce  $F$  v rovnici (1.5) polynom tří proměnných, tj.

$$(1.7) \quad F(x, y, z) = \sum a_{ijk} x^i y^j z^k,$$

kde  $i + j + k \leq n$  ( $i, j, k, n \in \mathbb{N}$ ) a  $a_{ijk}$  jsou reálné konstanty, z nichž alespoň jedna z těch, pro které  $i + j + k = n$  je různá od nuly, se nazývá plocha *algebraická*, číslo  $n$  je pak *stupeň plochy*. Nelze-li funkci  $F$  vyjádřit pomocí polynomu, plocha se nazývá *transcendentní*. Stupeň plochy  $n$  má jednoduchý geometrický význam, který popisují následující věty (Drábek, Harant, Setzer, [6], str. 112 – 114):

**Věta 1.1:** *Libovolná přímka, která neleží na ploše, protíná algebraickou plochu  $n$ -tého stupně nejvýše v  $n$  bodech. ■*

**Věta 1.2:** *Libovolná rovina, která není součástí plochy, protíná algebraickou plochu v algebraické křivce nejvýše  $n$ -tého stupně. ■*

**Věta 1.3:** *Jestliže přímka má s algebraickou plochou  $n$ -tého stupně  $n + 1$  společných bodů, pak všechny body takové přímky jsou body plochy (a přímka je součástí plochy). ■*

**Věta 1.4:** *Dvě různé algebraické plochy  $P_1$  a  $P_2$  stupňů  $n_1$  a  $n_2$  se obecně protínají v algebraické křivce stupně nejvýše  $n_1 \cdot n_2$ . Není-li tato křivka jednoduchá (rozpadá se na několik částí), pak součet stupňů jejich součástí je nejvýše roven  $n_1 \cdot n_2$ . ■*

**Věta 1.5:** *Algebraická plocha  $P$  stupně  $n$  a algebraická křivka  $k$  stupně  $n'$  se protínají nejvýše v  $n \cdot n'$  bodech. Je-li průsečíků více, pak buď křivka  $k$  leží celá na ploše  $P$ , a nebo je složena alespoň ze dvou algebraických křivek, z nichž alespoň jedna leží na ploše  $P$ . ■*

Ukažme si platnost znění těchto vět na jednoduchém příkladu kulové plochy, roviny, rotační válcové plochy a kružnice. Na základě implicitního vyjádření těchto algebraických ploch a algebraické křivky při vhodné volbě KSS můžeme stanovit jejich stupeň. Ten se při změně polohy plochy či křivky v prostoru nemění.

*kulová plocha* (střed v počátku KSS, poloměr  $R$ ):  $x^2 + y^2 + z^2 - R^2 = 0 \rightarrow$  plocha  $2^\circ$

*rotační válcová plocha* (osa v ose  $z$ , poloměr  $r$ ,  $r < R$ ):  $x^2 + y^2 - r^2 = 0 \rightarrow$  plocha  $2^\circ$

*rovina* (rovina  $xy$ ):  $z = 0 \rightarrow$  plocha  $1^\circ$

*kružnice* (v rovině  $xy$ , střed v počátku KSS, poloměr  $R$ ):  $x^2 + y^2 - R^2 = 0 \rightarrow$  křivka  $2^\circ$

Z věty 1.1 vyplývá, že přímka může mít s kulovou plochou nejvýše dva společné body. Libovolná rovina, která nemá s kulovou plochou prázdný průnik, ji protíná buď v bodě (dotýká se) a nebo v kružnici, tedy v křivce stejného stupně jako je kulová plocha sama (věta 1.2). Větu 1.3 můžeme demonstrovat na rotační válcové ploše a přímce. Aby přímka na rotační válcové ploše neležela, musí ji protínat nejvýše ve dvou bodech. Pokud ji protíná alespoň ve třech bodech, pak celá přímka je součástí plochy. Průnikem kulové plochy a rotační válcové plochy je křivka nejvýše  $4^\circ$ . Ta se při speciální volbě vzájemné polohy ploch může rozpadnout na dvě shodné křivky – kružnice  $2^\circ$  (věta 1.4). Platnost poslední věty ukážeme na kulové ploše a kružnici. Ty mohou mít společný jeden bod (kružnice se kulové

plochy dotýká), dva společné body (kružnice kulovou plochu protíná), žádný společný bod (kružnice leží mimo kulovou plochu), anebo všechny body kružnice (kružnice leží na kulové ploše).

Jestliže je bod na ploše vázán jedinou podmínkou, tj. bude závislý pouze na jednom parametru, vytvoří na ploše jednoparametrickou soustavu – *křivku plochy*. Příkladem jsou výše zmiňované *u*-křivky resp. *v*-křivky, kdy body na křivce závisí pouze na změně parametru *u* resp. *v*. Libovolnou křivku plochy pak dostaneme, volíme-li parametry *u*, *v* závislé na dalším parametru *t*, tj.

$$(1.8) \quad u = u(t), \quad v = v(t),$$

kde  $u(t)$ ,  $v(t)$  jsou funkce definované v jistém intervalu *I*. Parametrické vyjádření křivky na ploše vzhledem ke zvolené  $\{O; x, y, z\}$  dostaneme, dosadíme-li (1.8) do rovnic (1.4)

$$(1.9) \quad x = x(u(t), v(t)) = x(t), \quad y = y(u(t), v(t)) = y(t), \quad z = z(u(t), v(t)) = z(t).$$

Každým bodem plochy tak prochází nekonečně mnoho křivek. Tyto křivky si můžeme představit i jako průniky plochy s další plochou (ze vztahu (1.5) rovnice (1.3) pro prostorové křivky popisují právě dvě plochy, jejichž společnými body je daná křivka). Příkladem může být kružnice na kulové ploše, která vznikne jako průnik této kulové plochy a roviny, ve které leží (viz. rovnice kulové plochy, roviny a kružnice pod větou 1.5).

**Definice 1.1:** *Tečný vektor křivky v jejím bodě  $T = [x, y, z]$  pro  $t = t_0$  je vektor*

$$(1.10) \quad (x_t, y_t, z_t) = \left( \frac{dx(t)}{dt}, \frac{dy(t)}{dt}, \frac{dz(t)}{dt} \right) \text{ pro } t = t_0.$$

Pokud se  $(x_t, y_t, z_t) \neq (0, 0, 0)$ , tečna v daném bodě *T* křivky je přímka určena souřadnicemi bodu *T* a vektorem  $(x_t, y_t, z_t)$ .

**Definice 1.2:** *Tečné vektory všech křivek plochy, procházejících daným bodem *M* na ploše, tvoří zaměření tečné roviny plochy v bodě *M*.*

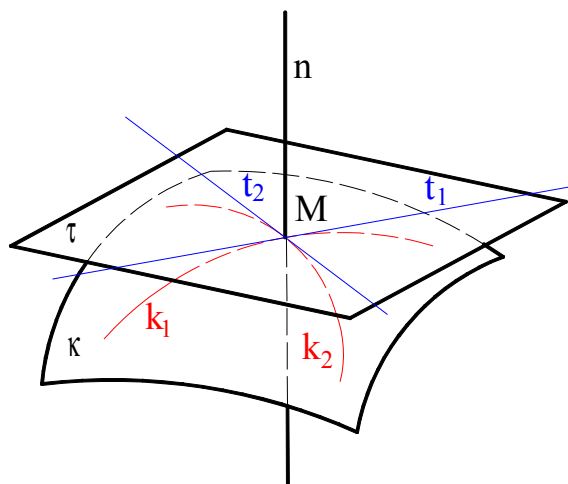
K určení roviny nám ale stačí bod, kterým rovina prochází, a dva lineárně nezávislé vektory z jejího zaměření. Proto pro určení tečné roviny plochy v bodě *M* nám postačí souřadnice bodu *M* a směrové vektory tečen *u*-křivky ( $t = u$ ) a *v*-křivky ( $t = v$ ) procházející bodem *M*. Tyto vektory budeme dále značit  $(x_u, y_u, z_u)$  a  $(x_v, y_v, z_v)$ . Stejně tak můžeme ale pro určení tečné roviny v bodě *M* vzít jakékoli dva lineárně nezávislé vektory z jejího zaměření, tj. tečné vektory dvou různých křivek ležících na ploše a procházejících bodem *M*, které se v *M* nedotýkají.

**Definice 1.3:** *Body plochy, pro které platí, že vektory  $(x_u, y_u, z_u)$  a  $(x_v, y_v, z_v)$  jsou při vhodné volbě parametrů *u* a *v* lineárně nezávislé, nazýváme **regulární body** plochy. Body plochy, pro které platí, že vektory  $(x_u, y_u, z_u)$  a  $(x_v, y_v, z_v)$  jsou při každé volbě parametrů *u* a *v* lineárně závislé, se nazývají **singulární body** plochy. (Urban, A., [17], str. 54)*

Jednoduchá geometrická interpretace této definice je, že v regulárním bodě plochy existuje právě jedna tečná rovina. Příkladem je kulová plocha, neboť v každém jejím bodě existuje pouze jedna tečná rovina. Všechny body kulové plochy jsou proto regulární. Naopak příkladem singulárního bodu je vrchol rotační kuželové plochy, ve kterém lze sestavit více

tečných rovin této plochy, dokonce nekonečně mnoho. K upřesnění spojitosti tečné roviny a tečen křivek na ploše v daném bodě uvedeme následující větu (Urban, A. [17], str. 54 – 55).

**Věta 1.6:** *Tečny všech křivek plochy v jejím regulárním bodě leží v jedné rovině a naopak každá přímka  $t$  tečné roviny  $\tau$ , která prochází bodem  $M$ , je tečnou nějaké křivky plochy. ■*



**Obrázek 1.2:** Tečná rovina  $\tau$  plochy  $\kappa$  v bodě  $M$  určená bodem  $M$  a tečnami ke křivkám  $k_1$  a  $k_2$  plochy  $\kappa$  a normála  $n$  plochy  $\kappa$  v bodě  $M$ .

**Definice 1.4:** *Přímka  $n$  kolmá k tečné rovině plochy v jejím dotykovém bodě se nazývá normála plochy. Je-li dána plocha parametricky, pak pro směr normály platí*

$$(1.11) \quad (n_1, n_2, n_3) = (y_u z_v - y_v z_u, z_u x_v - z_v x_u, x_u y_v - x_v y_u).$$

(Urban, A. [17], str. 55 – 56)

**Věta 1.7:** *Je-li plocha dána parametricky, pak implicitní tvar rovnice tečné roviny v jejím regulárním bodě  $M(u_0, v_0) = [x_M, y_M, z_M]$  je*

$$(1.12) \quad n_1 \cdot x + n_2 \cdot y + n_3 \cdot z - n_1 \cdot x_M - n_2 \cdot y_M - n_3 \cdot z_M = 0,$$

kde  $(n_1, n_2, n_3)$  je směr normály plochy v bodě  $M$ . ■

Podle výtvarného zákona a významných křivek, které na ploše leží, rozdělujeme plochy na přímkové, rotační, šroubové, součtové, obalové... Některé mohou vzniknout různými způsoby, a proto je můžeme zařadit i do několika skupin najednou. Podrobněji se budeme zabývat pouze některými z nich, které bychom mohli nalézt v technické praxi, a to přímo ve stavbách českého barokního architekta J. B. Santiniho-Aichla. U každé z vybraných ploch uvedeme prozatím její vznik a matematizaci. Jejich konkrétním technickým použitím se bude zabývat Kapitola 2 a Kapitola 3. Matematizaci a uplatnění dalších zajímavých ploch můžete nalézt v diplomové práci: Plochy technické praxe, Bc. Petry Surynkové, Katedra didaktiky matematiky MFF UK v Praze, 2008.

## 1.2 Přímkové plochy obecně

Plochy tvořené pohybem přímky se nazývají *plochy přímkové*. Patří mezi matematické plochy. V technické praxi se jedná o nejpoužívanější typ ploch díky jejich nenáročným konstrukcím, praktičnosti a dostatečné pevnosti jimi tvořených konstrukcí. Většina si našla své technické uplatnění dříve, než byla matematicky popsána.

**Definice 1.5:** *Přímka, jejíž pohybem v prostoru vzniká přímková plocha, se nazývá **tvůřící přímka** přímkové plochy. Všem polohám tvůřící přímky říkáme **povrchové přímky** plochy (též **površky**).*

**Věta 1.8:** *Každým bodem přímkové plochy prochází alespoň jedna přímka, která na dané ploše leží. ■*

Přímková plocha je tedy jednoparametrická soustava přímek. Většinou je pohyb přímky v prostoru dán *řídící křivkou*  $k$  a *řídícím směrem*  $p$ , tj. že přímková plocha je množina všech přímek protínající danou křivku  $k$  a daného směru  $p$ . Mějme křivku  $k$ , která má vzhledem k zvolené kartézské soustavě souřadnic  $\{O; x, y, z\}$  parametrické vyjádření

$$(1.13) \quad k(u) = [x(u), y(u), z(u)], \quad u \in U, \quad \text{kde } U \subset \mathbb{R}$$

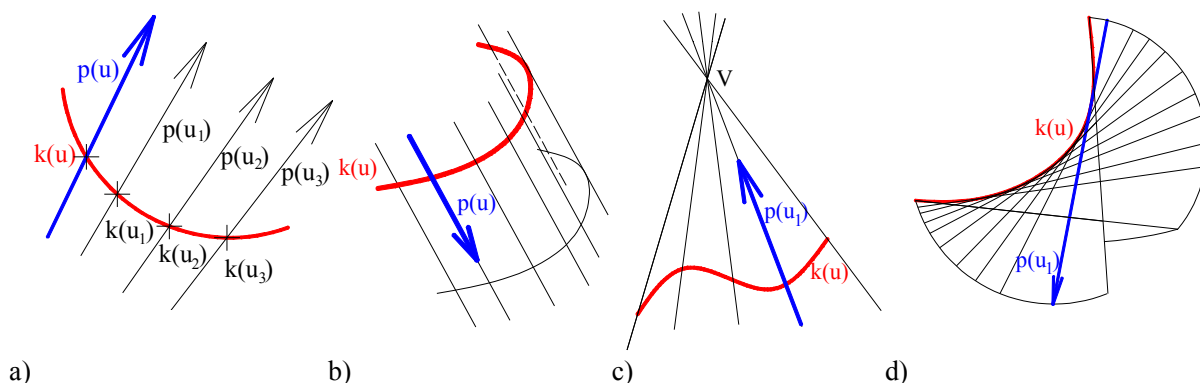
a směr  $p$ , jehož souřadnice se mění v závislosti na stejném parametru  $u \in U$ , jako body na křivce  $k$

$$(1.14) \quad p(u) = [p_1(u), p_2(u), p_3(u)],$$

pak přímkovou plochu danou řídící křivkou  $k$  a řídícím směrem  $p$  lze napsat v  $\{O; x, y, z\}$  parametricky takto

$$(1.15) \quad \begin{aligned} x(u,v) &= x(u) + v \cdot p_1(u) \\ y(u,v) &= y(u) + v \cdot p_2(u) \\ z(u,v) &= z(u) + v \cdot p_3(u) \end{aligned}$$

kde  $v \in V$ , kde  $V \subset \mathbb{R}$ , je další parametr pro vyjádření bodů na povrchových přímkách. Body  $M$  takové plochy mají souřadnice  $M(u,v) = [x(u,v), y(u,v), z(u,v)]$ , pro konkrétní volbu hodnot parametrů  $u = u_0$  ( $u_0 \in U$ ) a  $v = v_0$  ( $v_0 \in V$ ) dostáváme souřadnice konkrétního bodu  $M(u_0, v_0) = [x(u_0, v_0), y(u_0, v_0), z(u_0, v_0)]$  této plochy.



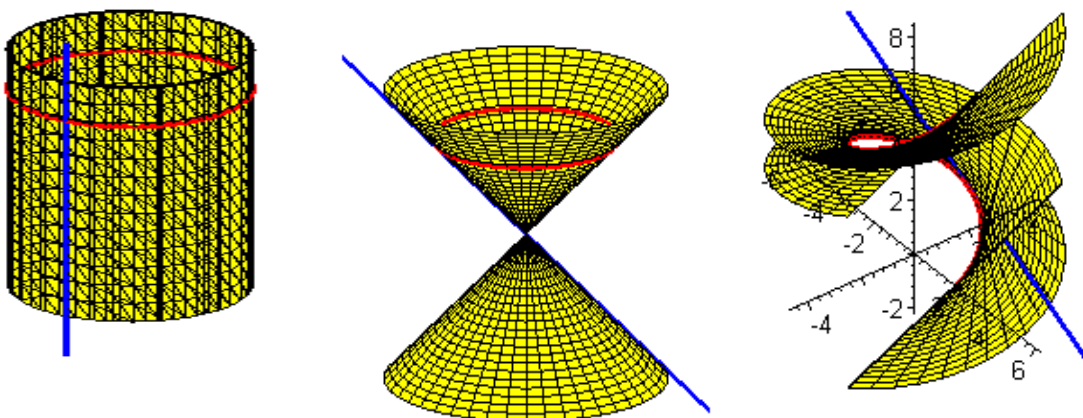
**Obrázek 1.3:** Vznik přímkové plochy pohybem přímky v prostoru daném řídící křivkou  $k$  a řídícím směrem  $p$ .

**Definice 1.6:** *Přímkovou plochu, kdy*

a) *řídící směr tvořících přímek se při měnícím parametru  $u \in U$  nemění, nazýváme **obecnou válcovou plochou** (viz. obrázek 1.3 b)). Pokud je zároveň řídící křivka kružnicí a řídící směr je kolmý na rovinu této kružnice, pak tuto přímkovou plochu nazýváme **rotační válcovou plochou** (obrázek 1.4 a)).*

b) *všechny její povrchové přímky procházejí právě jedním bodem  $V$ , nazýváme **obecnou kuželovou plochou** (viz. Obrázek 1.3 c)), bod  $V$  pak jejím **vrcholem**. Pokud je zároveň řídící křivka kružnicí a vrchol  $V$  leží na kolmici vedeným jejím středem, pak tuto přímkovou plochu nazýváme **rotační kuželovou plochou** (Obrázek 1.4 b)).*

c) *řídící směr je pro všechna  $u \in U$  tečným směrem řídící křivky  $k$ , nazýváme **plochou tečen křivky  $k$**  (viz. Obrázek 1.3 d) a Obrázek 1.4 c)), křivka  $k$  je pak její **hranou vratu**.*



a)

b)

c)

**Obrázek 1.4:** a) rotační válcová plocha, b) rotační kuželová plocha, c) plocha tečen šroubovice; řídící křivka - červená barva, tvořící přímka - modrá barva.

**Definice 1.7:** *Jestliže je v každém bodě tvořící přímky  $p$  přímkové plochy jiná tečná rovina, tj. tečné roviny tvoří svazek o ose  $p$ , pak  $p$  nazýváme **regulární přímkou**. Tvořící přímka  $p$ , podél níž existuje jediná tečná rovina plochy, se nazývá **torzální přímka**. Bod torzální přímky, který tuto vlastnost nemá (tj. tečných rovin plochy v tomto bodě je více – zpravidla celý svazek), se nazývá její **kuspidální bod**.*

Příkladem torzální přímky jsou všechny povrchy rotační válcové plochy, neboť když sestrojíme v každém bodě jedné její povrchové přímky tečnou rovinu, všechny takové roviny pak budou totožné a budou se dotýkat plochy podél celé površky. Příkladem kuspidálního bodu je vrchol rotační kuželové plochy. Jím procházejí všechny tečné roviny této plochy, které se dotýkají podél jednotlivých površek – torzálních přímek. Příklady regulární přímky nalezneme v celé subkapitole 1.4 Zborčené přímkové plochy.

**Věta 1.9:** *Prochází-li rovina  $\omega$  kuspidálním bodem plochy  $P$  a protíná  $P$  v křivce  $j$ , je tento kuspidální bod bodem vratu křivky  $j$ . ■*

Přímkové plochy sice dělíme na algebraické a transcendentní, ale také na rozvinutelné a nerozvinutelné nebo-li zborčené. Jejich charakteristika je uvedena v následujících definicích.

**Definice 1.8:** *Přímková plocha, na níž jsou všechny přímky torzální, se nazývá rozvinutelná přímková plocha, neboli torzus.*

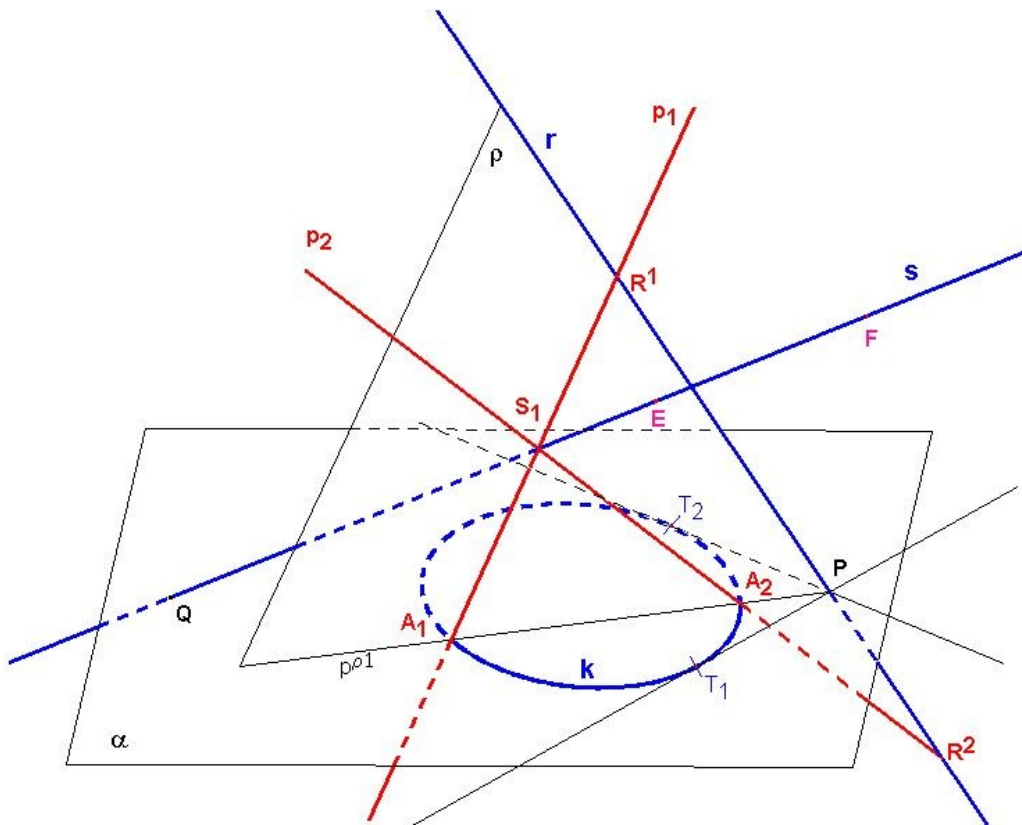
**Definice 1.9:** *Přímková plocha, na níž existují regulární přímky se nazývá zborčená plocha. Na zborčených plochách mohou existovat i přímky torzální.*

(definice 1.7 – 1.9 lze najít v Piska, R., Medek, V. [14], str.132-133)

Přímkové plochy můžeme vytvořit ještě jiným způsobem, než pohybem daným řídicí křivkou a řídicím směrem. Každá přímka v prostoru je jednoznačně dána svým půdorysem a nárysem. Uvažujme kartézskou soustavu souřadnic  $\{O; x, y, z\}$ . Půdorys resp. nárys obecné přímky pak můžeme zapsat rovnicí  $y = ax + m$  resp.  $z = bx + n$ , kde  $a, b, m, n \in \mathbb{R}$ . Konkrétní poloha této přímky tedy závisí na čtyřech reálných parametrech, na čtyřech nezávislých podmínkách. Tyto podmínky mohou být vyjádřeny také geometricky. Příkladem geometricky chápané jednoduché podmínky pro zadání přímky v prostoru je, že tato přímka protíná danou křivku v jednom bodě, je rovnoběžná s danou rovinou nebo se jednoduše dotýká dané plochy. Množina přímek, splňujících tři takové nezávislé podmínky, závisí pouze na jednom parametru, je tedy už jednoparametrická a vytváří přímkovou plochu. Předpokládáme-li, že jedna ze tří podmínek znamená protínání křivky  $k = k(u)$ ,  $u \in \mathbb{R}$ , pak je možno za parametr volit  $u$  a přímkovou plochu vyjádřit rovnicí uvedenou výše (1.15).

V dalším budeme přímkovou plochu  $P$  chápat jako množinu přímek splňující tři jednoduché geometrické podmínky. Většinou budeme předpokládat, že  $P$  je množina všech přímek (resp. množina bodů těchto přímek) protínajících tři dané křivky  $k_1, k_2, k_3$ , kterým budeme říkat *řídicí křivky* plochy. Řídicí křivky můžeme nahradit plochami, kterých se budou přímky plochy  $P$  dotýkat. Často ale budeme nahrazovat jednu z řídicích křivek tzv. *řídicí rovinou*, se kterou budou tvořící přímky rovnoběžné. V literatuře (Machala, F. [], str. 60) takto vzniklou plochu považují pouze za zborčenou, neboť pro vytváření zborčených ploch je tento způsob velice výhodný (viz. dále). Takto vzniká ale jakákoli přímková plocha. Řídicí křivky a řídicí roviny dané plochy budeme v dalším souhrnně nazývat řídicími prvky plochy.

Na obrázku 1.5 je zachycena situace, kdy máme zadány tři řídicí křivky  $k, r, s$  a chceme sestavit příslušnou přímkovou plochu  $P$ . Řídicí kružnice  $k$  nechť leží v rovině  $\alpha$ . Nejprve volme libovolnou rovinu ze svazku rovin  $\rho_i$  s osou  $r$  ( $i \in \mathbb{N}$ ), na obrázku je nazvána  $\rho_1$ . Ta protne další řídicí křivky, kružnici  $k$  v bodech  $A_1$  a  $A_2$  (průsečíky  $k$  a  $\rho_1$  - průsečnice rovin  $\alpha$  a  $\rho_1$ ), přímku  $s$  v bodě  $S_1$ . Přímka  $p_1$  resp.  $p_2$ , která je jednou z přímek  $P$ , je určena body  $A_1$  a  $S_1$  resp.  $A_2$  a  $S_1$ . Stejně tak jsme mohli využít svazek rovin  $\sigma^j$  ( $j \in \mathbb{N}$ ) s osou  $s$  a postupovat zcela stejně, hledali bychom pak průsečíky  $\sigma^j$  s  $k$  a  $r$ . Pokud budeme aplikovat tento postup na celý svazek rovin  $\rho_i$  s osou  $r$  ( $i \in \mathbb{N}$ ) a  $\sigma^j$  ( $j \in \mathbb{N}$ ) s osou  $s$  (nebo alespoň ty, které zbývající křivky protnou), dotaneme všechny přímky plochy  $P$  zadané těmito třemi prvky. Každá rovina  $\rho_i$  protne přímku  $s$  v bodě  $S_i$  a každá rovina  $\sigma^j$  protne přímku  $r$  v bodě  $R^j$ . Všimneme si, že těmito body prochází zpravidla dvě přímky plochy, proto přímek  $r$  a  $s$  budeme říkat *dvojnásobné přímky plochy*,  $R^j$  a  $S_i$  *dvojnásobné body plochy*. Pro tečné polohy rovin  $\rho_i$  a  $\sigma^j$  řídicí křivky  $k$  dostaneme *torzální přímky* plochy  $P$  (viz na obrázku 1.5 pro polohy  $\rho_i$  body  $T_1$  a  $T_2$  na  $k$  a  $E$  a  $F$  na  $s$ , odpovídající torzální přímky jsou  $T_1E$  a  $T_2F$ ). Pokud povrchová přímka plochy  $P$  vznikne volbou  $\rho_i$  a zároveň volbou  $\sigma^j$ , takové přímce říkáme *dvojnásobná tvořící přímka* plochy. Příkladem může být přímka vedena průsečíky přímky  $r$  a  $s$  s rovinou  $\alpha$ , na obrázku tedy body  $P$  a  $Q$ .



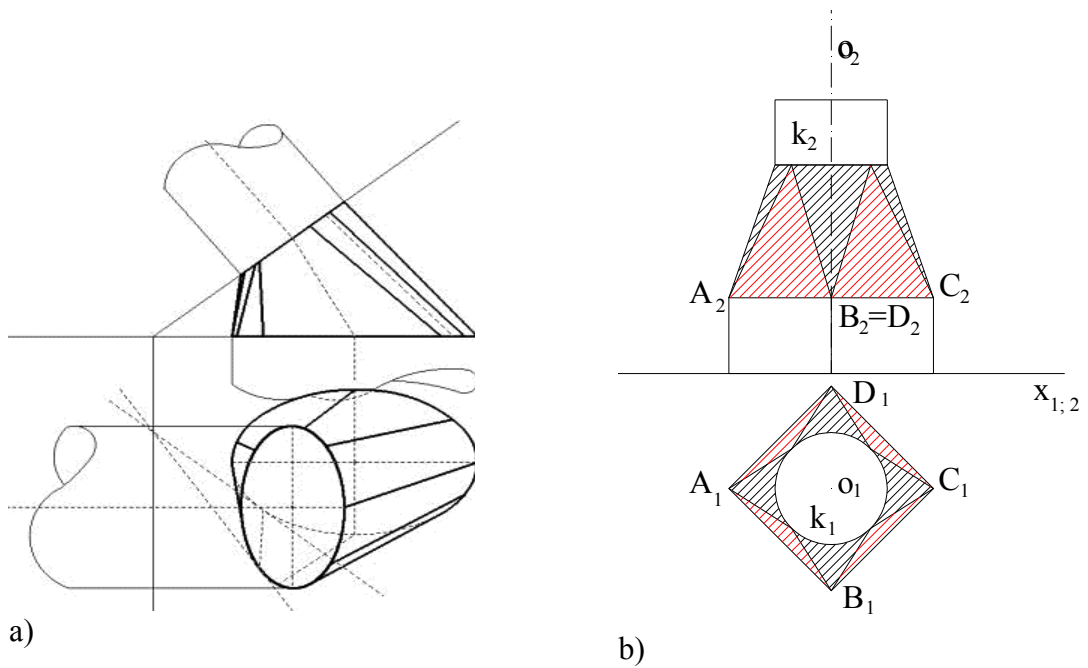
**Obrázek 1.5:** Vznik přímkové plochy zadané třemi řídicími prvky (kružnicí  $k$  a přímkami  $r$  a  $s$ ).

### 1.3 Rozvinutelné plochy

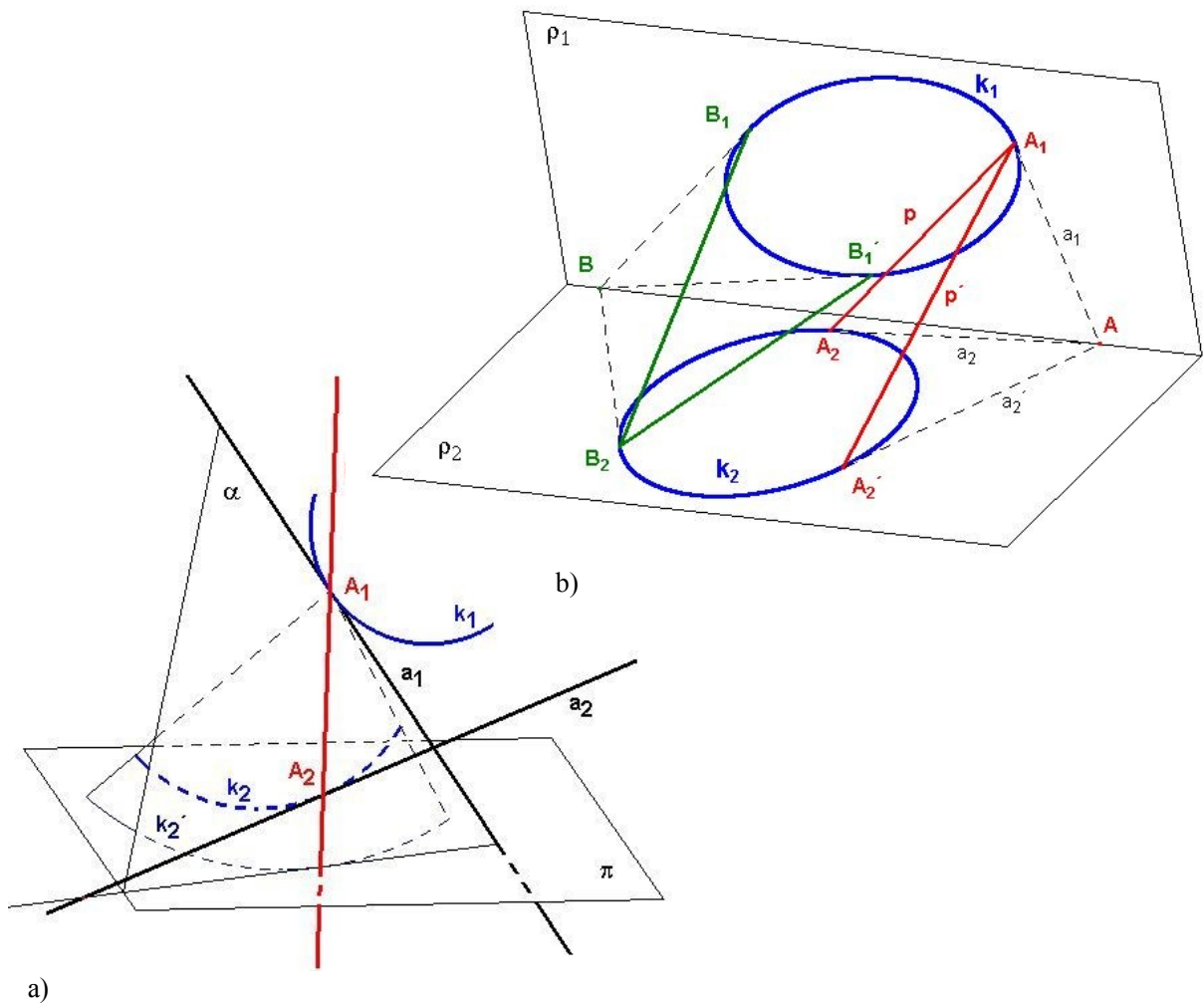
Rozvinutelné plochy jsme v předchozím definovali jako přímkové plochy, jejichž všechny povrchové přímky jsou torzální. Toto je ekvivalentní s vlastností, podle které dostaly rozvinutelné plochy svůj název. Jedná se o možnost spojitěho rozvinutí takové plochy do roviny (spojitého zobrazení plochy do roviny), při kterém se zachovávají délky čar (a tedy i velikost úhlů), neboli komplanace. Rozvinutelnou plochu lze tedy zkonstruovat z části roviny. Tuto ekvivalenci lze dokázat na základě aparátu diferenciální geometrie.

**Věta 1.10:** *Jediné rozvinutelné plochy jsou rovina, obecná válcová plocha, obecná kuželová plocha a plocha tečen prostorových křivek (plocha tečen rovinné křivky je část a nebo celá rovina).* ■

Rozvinutelné plochy se v praxi používají nejčastěji ve stavebnictví pro konstrukci kleneb a jiných dalších konstrukcí a ve strojírenství. Největší použití si však našly díky rozvinutí do roviny. Používají se jako tzv. přechodové plochy, neboli plochy, které spojují další dvě plochy. Křivku spoje s první plochou označme  $k_1$ , křivku spoje s druhou plochou označme  $k_2$ . Přechodová plocha je určena křivkami  $k_1$  a  $k_2$  a říkáme jí přechod od  $k_1$  ke  $k_2$ . Příkladem použití přechodové plochy v praxi jsou napojení okapových rour, násypky, nálevky atd. (viz. obrázek 1.6 a)). Přechod od  $k_1$  ke  $k_2$  může být tvořen spojením několika částí rozvinutelných ploch. Toto ilustruje další obrázek 1.6 b), kde přechod tvoří části kuželových ploch (černé šrafování) a rovin (červené šrafování).



**Obrázek 1.6:** Přímkové rozvinutelné plochy jako přechodové plochy; a) přechodová plocha mezi dvěma kružnicemi (převzato z [2']), b) přechodová plocha tvořena částmi několika přímkových ploch, přechod od pravidelného čtverce ke kružnici.



**Obrázek 1.7:** Vznik rozvinutelné plochy zadané řídicími křivkami  $k_1$  a  $k_2$ ; a)  $k_1$  a  $k_2$  prostorové křivky, b)  $k_1$  a  $k_2$  rovinné křivky.



K jednoznačnému určení rozvinutelné přímkové plochy stačí proto zvolit pouze dvě podmínky (třetí podmínkou je vlastnost rozvinutelnosti). Těmito podmínkami jsou většinou řídicí křivky  $k_1$  a  $k_2$ , neboť v praxi jsou  $k_1$  a  $k_2$  hrany ploch, které má přechodová plocha spojovat. Na následujícím obrázku 1.7 a) si ukážeme, jak takto zadanou plochu zkonstruovat. Volme bod  $A_1$  na křivce  $k_1$ . Sestrojíme kuželovou plochu danou vrcholem  $A_1$  a křivkou  $k_2$ . Tečnou  $a_1$  ke  $k_1$  v bodě  $A_1$  vedme k této kuželové ploše tečnou rovinu, body dotyku jsou body přímky  $p$ , ta je jednou z površek hledané plochy, ostatní získáme další lib. volbou bodu  $A_1$  na  $k_1$ . Obrázek 1.7 b) je obdobou a),  $k_1$  a  $k_2$  jsou speciálně rovinné křivky. Postup hledání površek rozvinutelné plochy je naprosto shodný. Můžeme si ale na něm ilustrovat situaci, kdy  $a_1$  resp.  $BB_2$  lze vést ke  $k_2$  resp.  $k_1$  několik tečných rovin, v tomto případě právě dvě tečné roviny. Vzniknou dvě přímky  $p, p'$  resp.  $BB_1, BB_1'$  procházející bodem  $A_1$  resp.  $B_2$ , které náleží různým pláštům plochy. Křivky  $k_1, k_2$  jsou vícenásobnými křivkami rozvinutelné plochy jimi určené, v našem případě dvojnásobné. Rozvinutelná plocha se může také rozpadnout na několik částí. To nastane například, když se řídicí křivka  $k_1$  dotýká roviny křivky  $k_2$ .

## 1.4 Zborcené přímkové plochy

Zborcené plochy si našly v technickém světě častější použití než rozvinutelné plochy. Užívají se především ve stavebnictví, protože jsou konstrukčně jednoduché (přímkami se spojují tři řídicí utvary), mají výborné statické vlastnosti (každé dvě souměrné tvořící přímky jsou mimoběžné), působí lehkým a vzdušným dojmem, je na ně nevelká spotřeba materiálu.

**Věta 1.11:** *Zborcená plocha určená řídicími prvky  $k, l, m$  stupňů  $r, s, t$  je stupně nejvýše  $2 \cdot r \cdot s \cdot t$ . Je-li některý z prvků  $k, l, m$  transcendentní křivkou, pak vzniklá plocha je též transcendentní. ■*

Zborcené plochy dále dělíme podle typu řídicích prvků. Jestliže je zborcená plocha zadána řídicími prvky  $k_1, k_2, k_3$ , kde např.  $k_3$  je řídicí rovina, pak se plocha nazývá *cylindroid* nebo také *Catalanova plocha*. Jestliže je navíc např.  $k_2$  přímka, pak se plocha nazývá *konoid*. Další pojmenování konoidu se pak řídí křivkou  $k_1$  (eliptický, kruhový, parabolický, ...). Navíc, je-li  $k_2$  kolmá na řídicí rovinu  $k_3$ , nazývá se konoid *přímý* v opačném případě *šikmý* nebo *kosý*. (dle [2'])

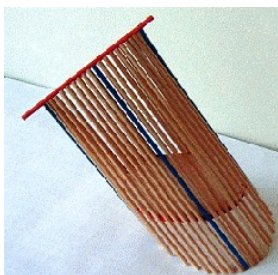
Dále rozebereme jednotlivé zborcené plochy, které bychom mohly najít v díle J. B. Santiniho – Aichla. U každé uvedeme její řídicí prvky (značeny vždy červeně), názorný obrázek a matematické vyjádření v podobě parametrické rovnice popř. implicitního vyjádření při zvolené kartézské soustavě souřadnic  $\{O; x, y, z\}$  (KSS) (dále nebudeme zmiňovat).

### 1.4.1 Konoidy

**Definice 1.10:** *Zborcená plocha určená křivkou, přímkou a řídicí rovinou se nazývá konoid. V případě, že řídicí přímka je kolmá resp. kosá na řídicí rovinu, nazývá se konoid přímý resp. kosý. Podle typu řídicí křivky se nazývá konoid kruhový, eliptický, parabolický...* (Černý, Kočandrllová [4], str. 167)

## A) Přímý kruhový konoid

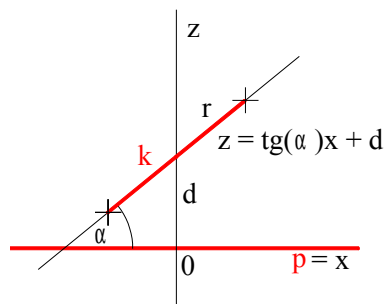
Řídící prvky přímého kruhového konoidu jsou kružnice  $k$ , přímka  $p$  a rovina  $\rho$ . Řídící rovina  $\rho$  a řídící přímka  $p$  jsou na sebe kolmé (viz. fotografie 1.1, převzato z [1]).



Fotografie 1.1

Pro snadnější parametrické vyjádření této plochy  $K$ , zvolíme polohu  $p$  v ose  $x$ ,  $\rho$  bude tedy rovina rovnoběžná s rovinou  $yz$  a kružnice  $k$  o poloměru  $r$  bude mít střed na ose  $z$  o souřadnicích  $[0, 0, d]$ , kde  $d$  je reálná konstanta, a  $k$  leží v rovině  $z = \operatorname{tg}(\alpha)x + d$ , kde  $\alpha \in \mathbb{R}$  odchylka  $p$  a této roviny.

Situace v nárysu vypadá takto:



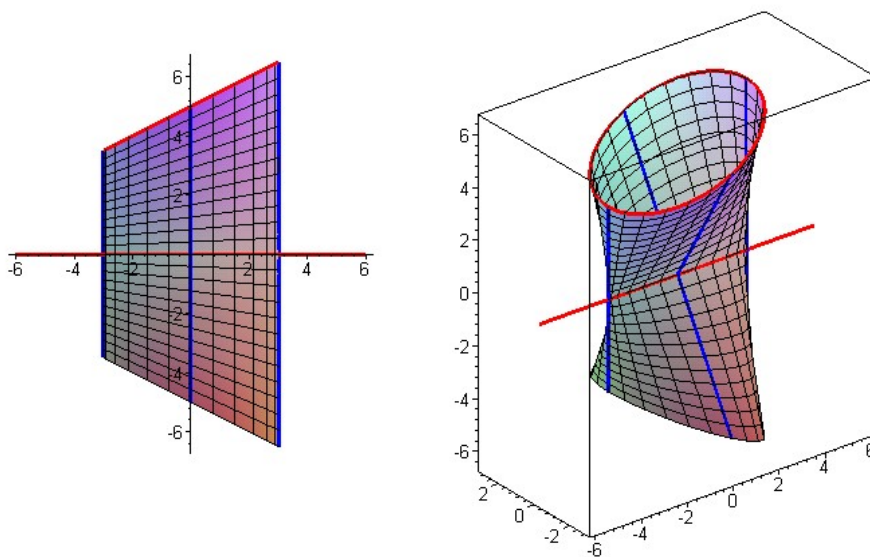
Proto

$$p(t) = [t, 0, 0], t \in \mathbb{R},$$

$$k(s) = [r \cdot \cos(s), r \cdot \sin(s), d + r \cdot \operatorname{tg}(\alpha) \cdot \cos(s)], s \in (0, 2\pi),$$

$$(1.16) \quad K(u, v) = [r \cdot \cos(u), v \cdot r \cdot \sin(u), v \cdot (d + r \cdot \operatorname{tg}(\alpha) \cdot \cos(u))], u \in (0, 2\pi), v \in \mathbb{R}.$$

Takto zadaný přímý kruhový konoid je plocha 4°, řídicí rovina a přímka jsou dvojnásobné, kružnice je jednonásobná. Leží na ní celkem čtyři torzální přímky  $T_1(t) = [r, 0, t]$ ,  $T_2(t) = [-r, 0, t]$ ,  $T_3(t) = [0, r \cdot t, d \cdot t]$ ,  $T_4(t) = [0, -r \cdot t, d \cdot t]$ ,  $t \in \mathbb{R}$ .



Obrázek 1.8: Přímý kruhový konoid nárys a pohled;  $r = 3$ ,  $d = 5$ ,  $\operatorname{tg}(\alpha) = 0,5$ , červeně řídicí prvky, modře torzální přímky.

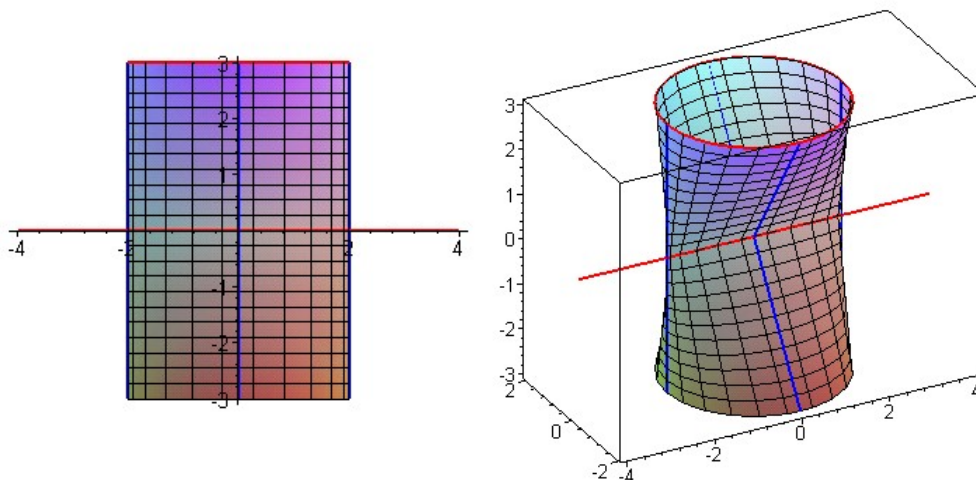


Fotografie 1.2

Technicky použitelnější je speciální případ tohoto konoidu, pro který rovina  $k \parallel p$  (tedy  $\operatorname{tg}(\alpha) = 0$ ) (viz. Fotografie 1.2, převzato z [1]). Eliminací parametrů  $u$  a  $v$  ve (1.16) pro  $\operatorname{tg}(\alpha) = 0$  dostáváme její implicitní vyjádření:

$$(1.17) \quad x^2z^2 + d^2y^2 - z^2r^2 = 0$$

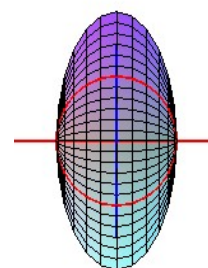
Polynom je 4. stupně, proto i plocha je 4° stupně.



**Obrázek 1.9:** Přímý kruhový konoid pro  $k \parallel p$ , nárys a pohled;  $r = 2$ ,  $d = 3$ ,  $\text{tg}(\alpha) = 0$ , modře torzální přímky.

Pro řez rovinou  $\alpha$ , kdy  $\alpha$  je rovina:

- i.  $z = 0 \dots d^2y^2 = 0$ , dvojná přímka na ose  $x$
- ii.  $z = d \dots x^2 + y^2 - r^2 = 0$ , rovnice kružnice  $k$ ,  $k$  je jednonásobná křivka plochy
- iii.  $z = a = \text{konst.}, \alpha \parallel xy \dots a^2x^2 + d^2y^2 - a^2r^2 = 0$ , rovnice elipsy, při měnícím se  $a$  jsou tyto elipsy podobné v homotetii (složení posunutí - z roviny jedné elipsy do roviny druhé o vektor jejich středů a stejnolehlosti se středem v bodě splynutí středů elips), jsou tzv. *homotetické* (obrázek 1.10).



**Obrázek 1.10**

Přímý kruhový konoid může být v praxi použit jako zastřešení kruhového půdorysu, zastřešení kruhového výklenku na rovinné střeše, anebo zastřešení několika konoidy v podobě tzv. pilových střech, kde je tak umožněno větší osvětlení pracoviště. Další uplatnění si našel v konstrukci některých kleneb (viz. Kapitola 2), podchodů a opěrných zdí pro vodní nádrže, skladiště sypkých hmot apod. (kde na stěny působí velké tlaky, které se na konoidech rozkládají [2]).

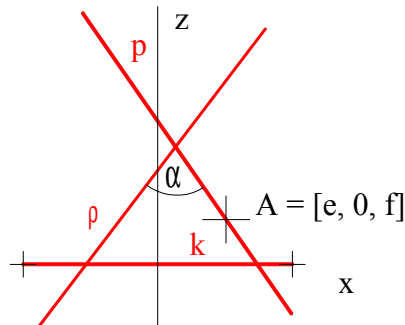
## **B) Kosý kruhový konoid**

Řídící prvky jsou kružnice  $k$ , přímka  $p$  a rovina  $\rho$ . Řídící rovina  $\rho$  a řídící přímka  $p$  nejsou na sebe kolmé.

K parametrickému vyjádření kosého kruhového konoidu  $K$  volme kružnici  $k$  v rovině  $xy$  se středem v počátku KSS a poloměrem  $r$ . Díky symetrii kružnice můžeme bez újmy na obecnosti volit rovinu  $\rho$  kolmou na rovinu  $xz$ , ale různoběžnou s  $xy$ ,  $\rho: ax + cz + d = 0$ ,  $a, c, d \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0 \wedge (a, c, d) \neq (0, 0, 0)$ , (normálový vektor  $\rho = (a, 0, c)$ ). Pro další speciální případy kosého kruhového konoidu nebude třeba parametrické vyjádření  $K$  pro obecnou kosou polohu přímky  $p$ , proto volme  $p$  v rovině  $xz$  procházející bodem  $A = [e, 0, f]$  a směrovým

vektorem  $(g, 0, h)$ , kdy  $\alpha \in (0^\circ, 90^\circ)$ , tedy  $ae + cf \neq 0 \wedge (a, 0, c) \neq k \cdot (g, 0, h)$ ,  $k \in \mathbb{R} - \{0\}$ .

Situace v nárysu vypadá takto:

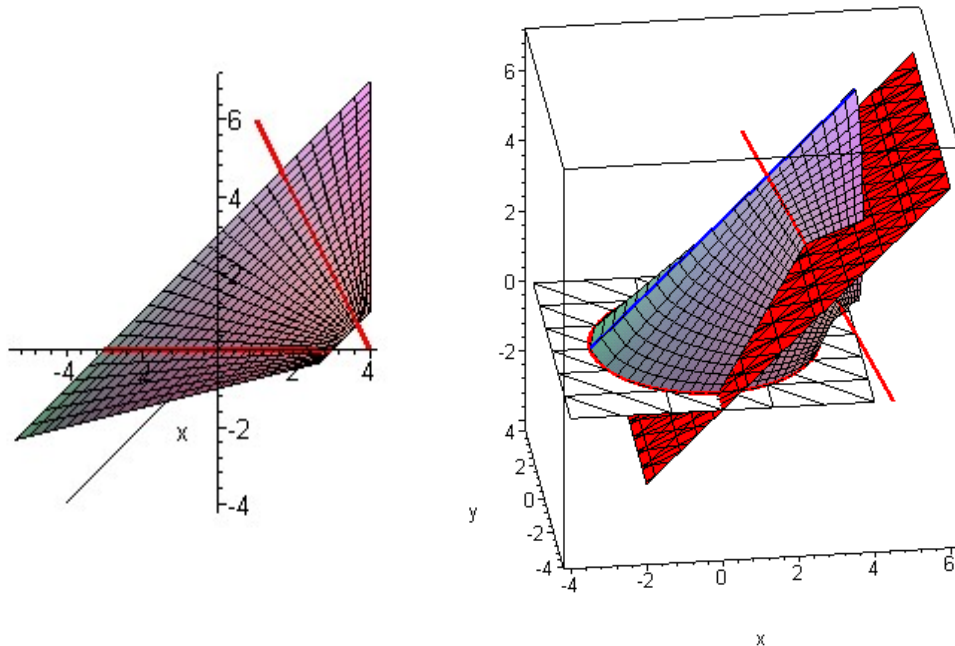


Proto

$$p(t) = [e + g \cdot t, 0, f + h \cdot t], t \in \mathbb{R},$$

$$k(s) = [r \cdot \cos(s), r \cdot \sin(s), 0], s \in (0, 2\pi),$$

$$(1.18) K(u, v) = \left[ \frac{-u}{a} + v \cdot \left( e - \frac{g \cdot (a \cdot e + c \cdot f + u)}{(a \cdot g + c \cdot h)} + \frac{u}{a} \right), \pm r \cdot \sin(\arccos(\frac{-u}{a \cdot r})) \cdot (1 - v), \right. \\ \left. v \cdot \left( f - \frac{h \cdot (a \cdot e + c \cdot f + u)}{(a \cdot g + c \cdot h)} \right) \right], u \in \langle -|a \cdot r|, |a \cdot r| \rangle, v \in \mathbb{R}.$$



**Obrázek 1.11:** Kosý kruhový konoid nárys a pohled;  $r = 3$ ,  $a = 1$ ,  $c = -1$ ,  $d = 0$ ,  $e = 4$ ,  $f = 0$ ,  $g = -1$ ,  $h = 2$ , bíle rovina kružnice  $k$ , modře torzální přímka - pro  $u = 0$ .



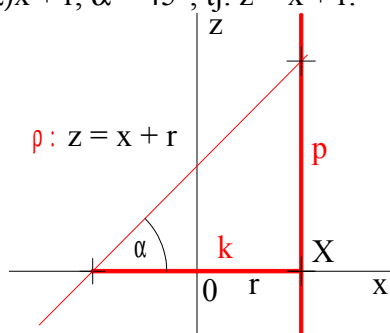
**Fotografie 1.3**

Speciálním případem této plochy je **Küpperův konoid**, kdy přímka  $p$  je kolmá na rovinu  $k$  a má s  $k$  společný právě jeden bod. Rovina  $p$  svírá s rovinou kružnice  $k$  a zároveň s přímkou  $p$  úhel  $\alpha = 45^\circ$  (viz. fotografie 1.3, převzato z [1]).

Pro parametrické vyjádření volme řídicí kružnici  $k$  v rovině  $xy$  se středem v počátku KSS a poloměrem  $r$ . Řídicí přímka  $p$  je pak rovnoběžná s osou  $z$ . Společný bod  $X = k \cap p$  volme  $X = [r, 0, 0]$ .

Řídicí rovina bude mít předpis  $z = \operatorname{tg}(\alpha)x + r$ ,  $\alpha = 45^\circ$ , tj.  $z = x + r$ .

Situace v nárysu vypadá takto:



Proto

$$p(t) = [r, 0, t], t \in \mathbb{R},$$

$$k(s) = [r \cdot \cos(s), r \cdot \sin(s), 0], s \in (0, 2\pi)$$

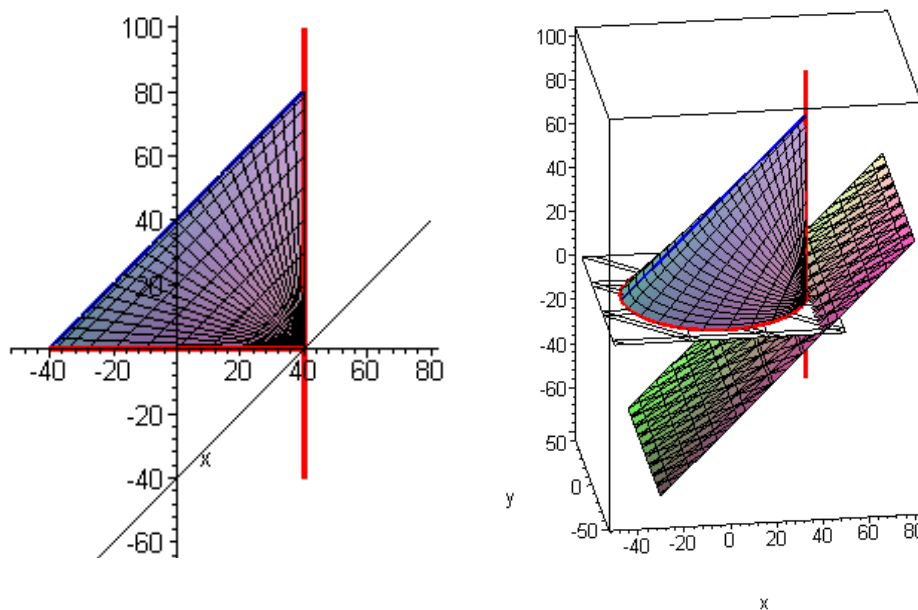
$$\rho: z = x + r$$

$$(1.19) \quad K(u, v) = [r + r \cdot v \cdot [\cos(u) - 1], r \cdot v \cdot \sin(u), r \cdot (1 - \cos(u)) \cdot (1 - v)],$$

$$u \in (0, 2\pi), v \in \mathbb{R}.$$

Implicitní vyjádření Küpperova konoidu ([1']):

$$(1.20) \quad (x^2 + y^2)(y + z) - 2r(y + z)^2 + 4rz(y + z) - 2rz^2 = 0.$$



**Obrázek 1.12:** Küpperův konoid s rovinou rovnoběžnou s řídicí rovinou  $\rho$  procházející bodem X, nárys a pohled;  $r = 40$ , bíle rovina kružnice  $k$ , modře torzální přímka pro  $u = \pi$ .

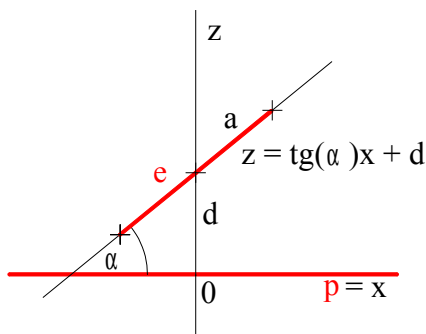
Z obrázku 1.12 je zřejmé, že danými řídicími prvky je dána plocha  $4^\circ$ , která se rozpadá na dvě části, první částí je Küpperův konoid, druhou částí je rovina rovnoběžná s rovinou  $\rho$  procházející bodem X. Proto samotná plocha Küpperova konoidu je pouze  $3^\circ$ . Tomu odpovídá i jeho implicitní vyjádření (1.20).

### **C) Přímý eliptický konoid-** řídicí prvky $e, p, \rho$ ; $\rho \perp p$

Řídicí prvky jsou elipsa  $e$ , přímka  $p$  a rovina  $\rho$ . Řídicí rovina  $\rho$  a řídicí přímka  $p$  jsou na sebe kolmé.

Pro snadnější parametrické vyjádření této plochy  $K$ , zvolíme polohu  $p$  v ose  $x$ ,  $\rho$  bude tedy rovina rovnoběžná s rovinou  $yz$  a elipsa  $e$  o hlavní ose  $a$  a vedlejší  $b$  bude mít střed na ose  $z$  o souřadnicích  $[0, 0, d]$ , kde  $d$  je reálná konstanta, a  $e$  leží v rovině  $z = \operatorname{tg}(\alpha)x + d$ , kde  $\alpha \in \mathbb{R}$  odchylka  $p$  a této roviny.

Situace v nárysu vypadá takto:



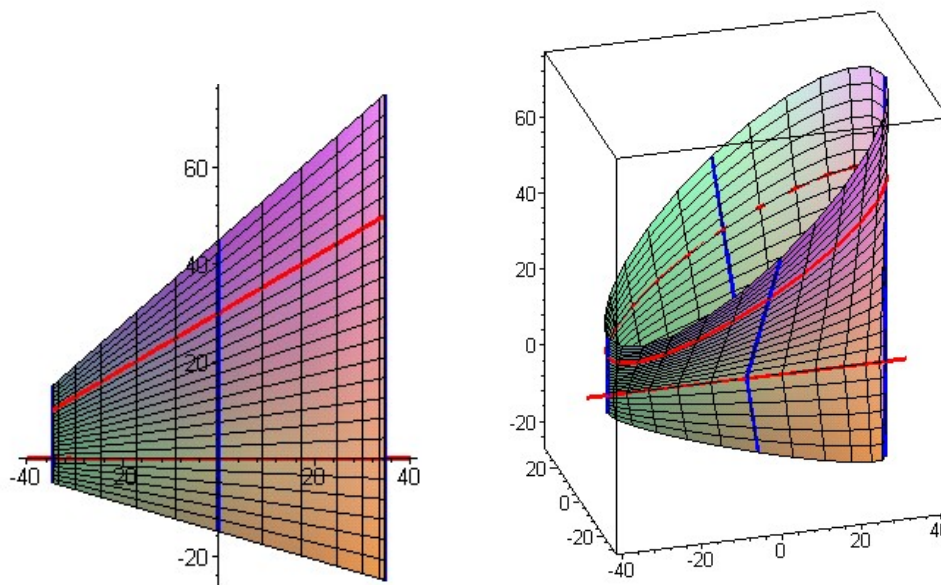
Proto

$$p(t) = [t, 0, 0], t \in \mathbb{R},$$

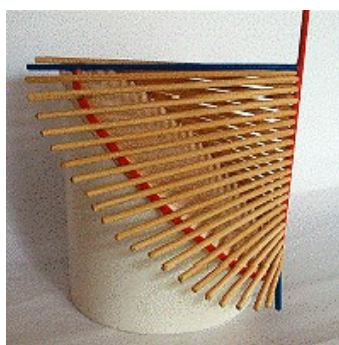
$$e(s) = [a \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(s), b \cdot \sin(s), a \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(s) + d], s \in (0, 2\pi)$$

$$(1.21) \quad K(u, v) = [ a \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(u) , v \cdot b \cdot \sin(u) , v \cdot [ a \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(u) + d ] ],$$

$$u \in (0, 2\pi), v \in \mathbb{R}.$$



**Obrázek 1.13:** Přímý eliptický konoid – speciální poloha, nárys a pohled;  $a = 40$ ,  $b = 20$ ,  $\alpha = 45^\circ$ , torzální přímky pro  $u = 0$ ,  $u = \pi/2$ ,  $u = \pi$ ,  $u = 3/2\pi$ .

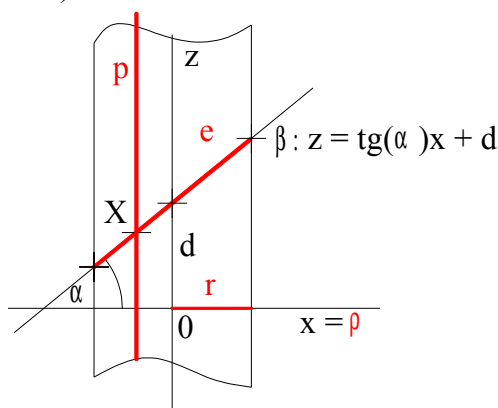


**Fotografie 1.4**

Speciálním případem přímého eliptického konoidu je **Plückerův konoid**, kdy kolmým průmětem řídicí elipsy  $e$  do řídicí roviny  $\rho$  je kružnice (viz. fotografie 1.4, převzato z [1]). Situaci si můžeme představit tak, že  $e$  je průnik dané rotační válcové plochy a obecné roviny  $\beta$ ,  $p$  je jedna z površek a rovina  $\rho$  je rovina řídicí kružnice této rotační válcové plochy (kolmá na její osu). Řídicí elipsa a řídicí přímka mají společný právě jeden bod  $X$ . Pro parametrizaci volme řídicí rovinu  $\rho$  v rovině  $xy$ , rotační válcovou plochu s řídicí kružnicí (kolmým průmětem řídicí elipsy  $e$ ) v rovině  $xy$ , poloměrem  $r$  a osou v ose  $z$ . Rovinu  $\beta$  volme kolmou na rovinu  $xz$ , ve které bude ležet řídicí elipsa

$e$ , a bude svírat s  $\rho$  úhel  $\alpha \in (0^\circ, 90^\circ)$ , tedy bude odpovídat rovnici  $\beta: z = \text{tg}(\alpha)x + d$ ,  $d = \text{konst.} \in \mathbb{R}$ . Bod  $X$  bude jedním bodem na řídicí elipse  $e$  a jím bude procházet řídicí přímka  $p$  kolmá na rovinu  $\rho$  ( $p \perp z$ ).

Situace v nárysu:



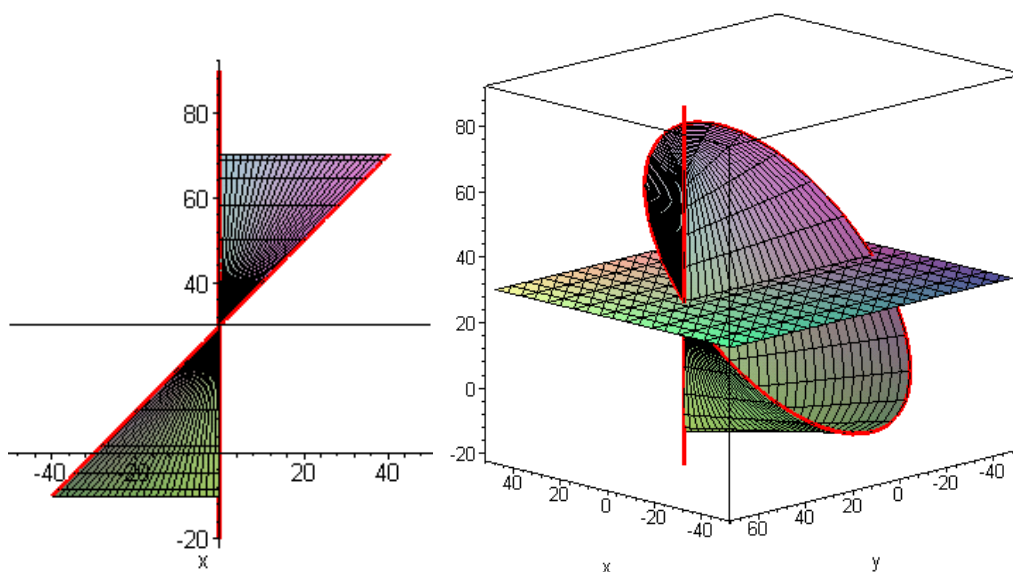
Proto

$$k(s) = [r \cdot \cos(s), r \cdot \sin(s), 0], s \in (0, 2\pi)$$

$$X = [r \cdot \cos(s_0), r \cdot \sin(s_0), \text{tg}(\alpha) \cdot r \cdot \cos(s_0) + d], s_0 \text{ je jedna konkrétní hodnota } \in (0, 2\pi)$$

$$p(t) = [r \cdot \cos(s_0), r \cdot \sin(s_0), t], t \in \mathbb{R},$$

$$(1.22) \quad K(u, v) = [r \cdot \cos(s_0) + v \cdot [r \cdot \cos(u) - r \cdot \cos(s_0)], r \cdot \sin(s_0) + v \cdot [r \cdot \sin(u) - r \cdot \sin(s_0)], \text{tg}(\alpha) \cdot r \cdot \cos(s_0) + d], u \in (0, 2\pi), v \in \mathbb{R}.$$



**Obrázek 1.14:** Plückerův konoid s rovinou rovnoběžnou s  $\rho$  procházející bodem  $X$ ; nárys a pohled,  $r = 40$ ,  $s_0 = \pi/2$ ,  $\text{tg}(\alpha) = 1$ .

Podobně jako u Küpperova konoidu podmínce řídicích prvků vyhovuje i rovina rovnoběžná s  $\rho$  procházející bodem  $X$ . Proto se daná plocha 4<sup>o</sup> rozpadá na plochu Plückerova konoidu a tuto rovinu. Plückerův konoid je proto pouze plocha 3<sup>o</sup>. Torzální přímky jsou pro  $u = 0$  a  $u = \pi$ .

## 1.4.2 Cylindroidy

**Definice:** *Cylindroidem nazýváme zborcenou přímkovou plochu určenou dvěma řídicími křivkami a řídicí rovinou.* (Černý, Kočandrlová [4], str. 171)

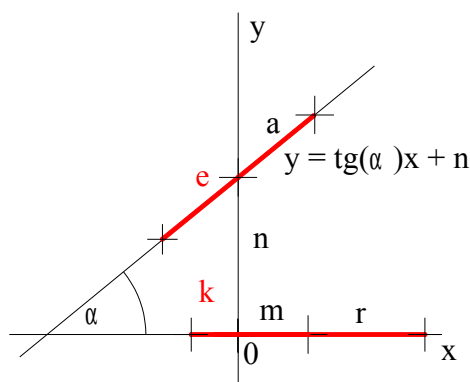
### Plocha průchodu nad obecným čtyřúhelníkem

Řídicí prvky jsou kružnice  $k$ , elipsa  $e$  a rovina  $\rho$ , kde řídicí rovina  $\rho$  je kolmá na rovinu řídicí kružnice  $k$  a zároveň na rovinu řídicí elipsy  $e$ .

Mějme půdorys ve tvaru obecného čtyřúhelníku, který má být zaklenut (např. průchod pod mostem). Dvě protilehlé strany tvoří vstupy do průchodu. Vstupní otvory jsou stejné výšky. První otvor volme kruhový (řídicí kružnice  $k$ ) s poloměrem poloviny délky dané strany =  $r$ , nad kterou je tato kružnice. Druhý volme eliptický, kdy hlavní poloosa je délky poloviny strany, nad kterou je tato elipsa, a vedlejší pro zachování výšky průchodu je  $r$ . Tvořící přímky jsou rovnoběžky s rovinou půdorysu. Plochu můžeme vidět na obrázku 1.15.

Pro parametrické vyjádření této plochy  $C$  zvolíme polohu  $k$  v rovině  $xz$  se středem na ose  $x$  o souřadnicích  $[m, 0, 0]$  ( $m$  je reálná konstanta) a poloměrem  $r$ . Řídicí rovina  $\rho$  bude rovina  $xy$ . Řídicí elipsa  $e$  o hlavní ose  $a$  a vedlejší  $r$  bude mít střed na ose  $y$  o souřadnicích  $[0, n, 0]$ , kde  $n$  je reálná konstanta, a  $e$  leží v rovině  $y = \operatorname{tg}(\alpha) \cdot x + n$ , kde  $\alpha \in \mathbb{R}$  je odchylka roviny elipsy  $e$  a roviny kružnice  $k$ .

Situace v půdorysu vypadá takto:



Proto

$$k(t) = [r \cdot \cos(t) + m, 0, r \cdot \sin(t)], t \in (0, 2\pi),$$

$$e(s) = [a \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(s), n + a \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(s), r \cdot \sin(s)], s \in (0, 2\pi)$$

$$(1.23) \quad C(u, v) = [r \cdot \cos(u) + m + v \cdot [a \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(u) - r \cdot \cos(u) - m], \\ v \cdot [n + a \cdot \cos(u) \cdot \sin(\alpha)], r \cdot \sin(u)], u \in (0, 2\pi), v \in \mathbb{R}.$$

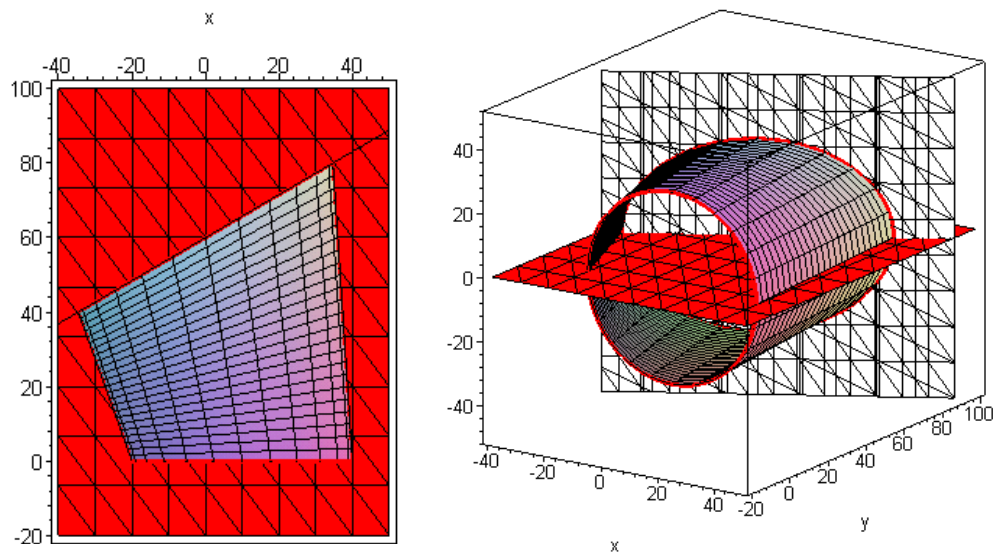
Torzální přímky jsou celkem čtyři a to pro hodnoty  $u = 0$ ,  $u = \pi/2$ ,  $u = \pi$  a  $u = 3/2\pi$ .

## 1.4.3 Konusoidy

**Definice 1.12:** *Konusoidy jsou zborcené přímkové plochy určené dvěma křivkami a řídicí přímkou.* (Černý, Kočandrlová [4], str. 174)

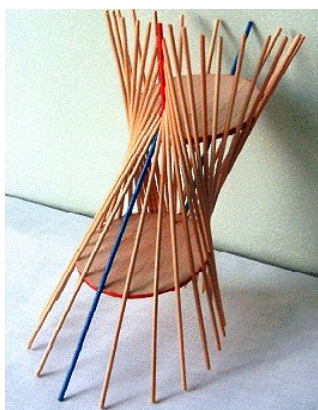
Každá tvořící přímka je tedy společnou přímkou dvou kuželových ploch (konusů) o společném vrcholu  $V$  na řídicí přímce. Odtud tedy název konusoidy.





**Obrázek 1.15:** Plocha průchodu nad obecným čtyřúhelníkem,  $r = 30$ ,  $a = 40$ ,  $m = 10$ ,  $n = 60$ ,  $\alpha = 30^\circ$ , půdorys a pohled, červeně řídicí prvky, bíle rovina elipsy  $e$ .

### A) Plocha šikmého průchodu



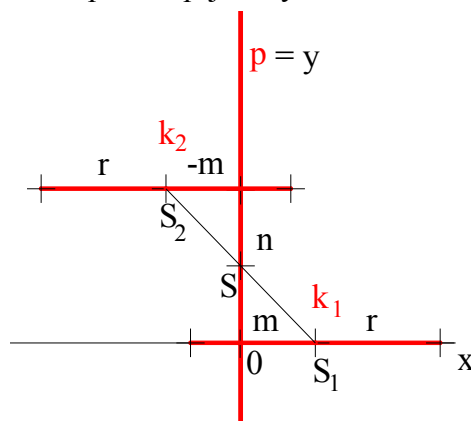
**Fotografie 1.5**

Řídicí prvky plochy šikmého průchodu jsou dvě kružnice  $k_1$  a  $k_2$  a přímka  $p$  (viz. fotografie 1.5, převzato z [1']). Řídicí kružnice  $k_1$  a  $k_2$  leží v rovnoběžných rovinách a spojnice jejich středů není kolmá na tyto roviny. Řídicí přímka  $p$  je kolmá na roviny kružnic  $k_1$  a  $k_2$  a prochází středem spojnice jejich středů.

Podobně jako u plochy průchodu nad obecným čtyřúhelníkem mějme nyní půdorys ve tvaru rovnoběžníku, který má být zaklenut. Dvě protilehlé strany tvoří vstupy do průchodu. Vstupní otvory jsou kruhové o stejném poloměru  $r$ , což je polovina délky dané strany vstupu.

Pro parametrické vyjádření této plochy  $K$  zvolíme polohu  $k_1$  v rovině  $xz$  se středem  $S_1$  na ose  $x$  o souřadnicích  $S_1 = [m, 0, 0]$  ( $m$  je reálná konstanta) a poloměrem  $r$ . Kružnice  $k_2$  bude ležet v rovnoběžné rovině s rovinou  $xz$  ve vzdálenosti  $n$  ( $n$  konstanta  $\in \mathbb{R}^+$ ), poloměrem  $r$  a středem  $S_2$  o souřadnicích  $S_2 = [-m, n, 0]$ . Řídicí přímka  $p$  je tedy totožná s osou  $y$ .

Situace v půdorysu vypadá takto:



Proto

$$p(q) = [0, q, 0], q \in \mathbb{R},$$

$$k_1(t) = [r \cdot \cos(t) + m, 0, r \cdot \sin(t)], t \in (0, 2\pi),$$

$$k_2(s) = [r \cdot \cos(s) - m, n, r \cdot \sin(s)], s \in (0, 2\pi).$$

Pro parametrizaci této plochy volme jednotný parametr  $u \in (0, 2\pi)$  pro parametrické vyjádření  $k_1$  a  $k_2$  (převzato z [1']):

$$k_1(u) = [q_1 \cdot \cos(u), 0, q_1 \cdot \sin(u)],$$

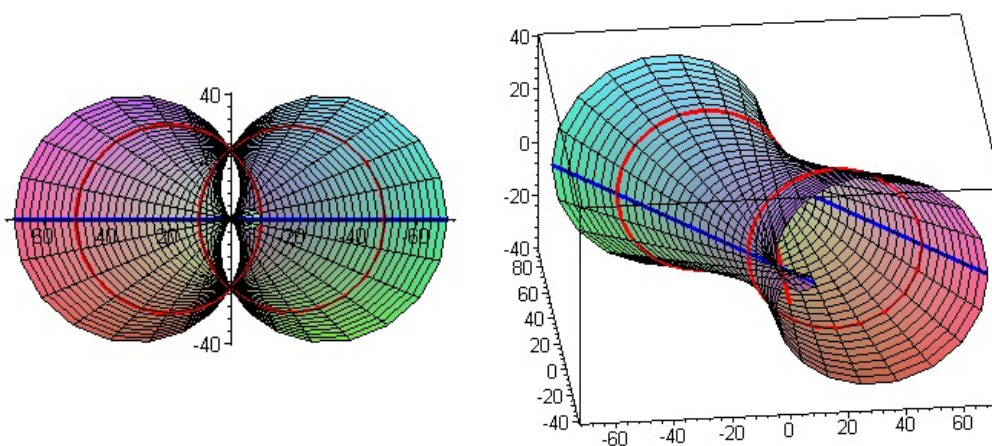
$$k_2(u) = [q_2 \cdot \cos(u), n, q_2 \cdot \sin(u)],$$

kde  $q_1 = m \cdot \cos(u) + \sqrt{m^2 \cdot \cos^2(u) - (m^2 - r^2)}$  a  $q_2 = -m \cdot \cos(u) + \sqrt{m^2 \cdot \cos^2(u) - (m^2 - r^2)}$ .

$$(1.24) \quad K(u, v) = [q_1 \cdot \cos(u) + v \cdot \cos(u) \cdot (q_2 - q_1), v \cdot n, q_1 \cdot \sin(u) + v \cdot \sin(u) \cdot (q_2 - q_1)],$$

$$u \in (0, 2\pi), v \in \mathbb{R}.$$

Tato plocha je algebraickou plochou 4° [1'].



**Obrázek 1.16:** Plocha šikmého průchodu, nárys a pohled  $r = 30$ ,  $a = 40$ ,  $m = 20$ ,  $n = 50$ , červeně řídicí prvky, modře torzální přímky pro  $u = 0$  a  $u = \pi$ .

## B) Marseillský oblouk

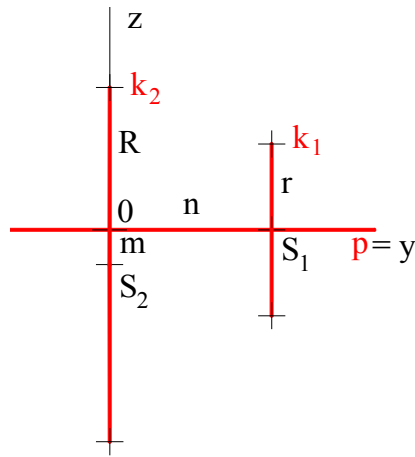


**Fotografie 1.6**

Řídicí prvky plochy Marseillského oblouku jsou dvě kružnice  $k_1$  a  $k_2$  a přímka  $p$  (viz. fotografie 1.6, převzato z [1']). Řídicí kružnice  $k_1$  a  $k_2$  s různými poloměry leží v rovnoběžných rovinách a spojnice jejich středů není kolmá na tyto roviny. Řídicí přímka  $p$  je kolmá na roviny kružnic  $k_1$  a  $k_2$  a prochází středem kružnice s menším poloměrem.

Pro parametrické vyjádření této plochy  $M$  zvolíme polohu  $k_1$  v rovině rovnoběžné s rovinou  $xz$  se středem  $S_1$  na ose  $y$  o souřadnicích  $S_1 = [0, n, 0]$  ( $n$  je reálná konstanta) a poloměrem  $r$ . Kružnice  $k_2$  bude ležet v rovině  $xz$  se středem  $S_2$  na ose  $z$  o souřadnicích  $S_2 = [0, 0, -m]$  ( $m$  konstanta  $\in \mathbb{R}^+$ ) a poloměrem  $R$ . Necht'  $R > r$  a  $R > m$ . Řídicí přímka  $p$  je totožná s osou  $y$ .

Situace v bokorysu vypadá takto:



Proto

$$p(q) = [0, q, 0], q \in \mathbb{R},$$

$$k_1(t) = [r \cdot \cos(t), n, r \cdot \sin(t)], t \in (0, 2\pi),$$

$$k_2(s) = [R \cdot \cos(s), 0, R \cdot \sin(s) + m], s \in (0, 2\pi).$$

Pro parametrizaci této plochy volme jednotný parametr  $u \in (-\pi/2, \pi/2)$  pro parametrické vyjádření  $k_1$  a  $k_2$ :

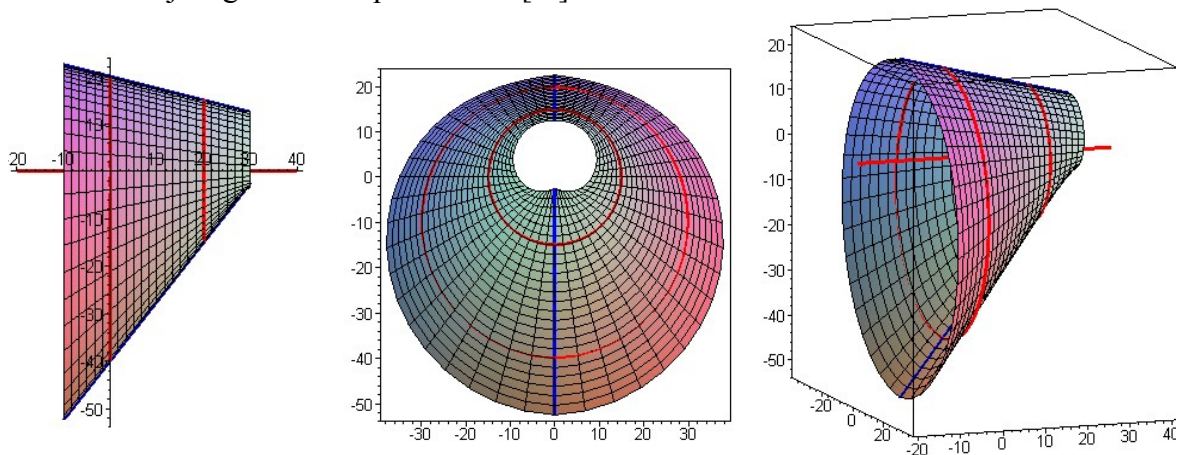
$$k_1(t) = [\pm r \cdot \cos(u), n, r \cdot \sin(u)],$$

$$k_2(t) = [\pm q, 0, q \cdot \operatorname{tg}(u)],$$

kde  $q = m \cdot \cos(u) \cdot \sin(u) + \cos(u) \cdot \sqrt{R^2 - m^2 \cdot \cos^2(u)}$ .

$$(1.25) \quad K(u, v) = [\pm r \cdot \cos(u) \pm v \cdot (q - r \cdot \cos(u)), n \cdot (1 - v), r \cdot \sin(u) + v \cdot (q \cdot \operatorname{tg}(u) - r \cdot \sin(u))] \cup T_1 = [0, v, -\frac{R - m - r}{n} \cdot v + R - m] \cup \cup T_2 = [0, v, \frac{R + m - r}{n} \cdot v - R - m], u \in (-\pi/2, \pi/2), v \in \mathbb{R}, \text{ kde } T_1 \text{ a } T_2 \text{ jsou torzální přímky plochy.}$$

Plocha je algebraickou plochou 6° [1].



**Obrázek 1.17:** Marseillský oblouk bokorys, nárys a pohled;  $r = 15$ ,  $R = 30$ ,  $m = 10$ ,  $n = 20$ .

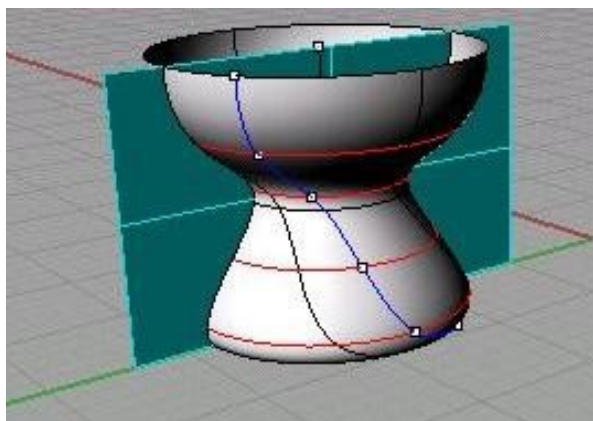
Používá se jako klenba při přechodu jedné kružnice k druhé kružnici jiného poloměru, které leží v rovnoběžných rovinách. Marseillský oblouk je použit většinou jako praktický a

zároveň estetický prvek u okenních či dveřních otvorů.

## 1.5 Rotační plochy

**Definice 1.13:** *Rotací (otáčením) dané křivky  $k$  kolem dané přímky  $o$ , kdy  $k \neq o$  a zároveň pokud je  $k$  rovinná, tak  $o$  není kolmá na rovinu  $k$ , vytvoří všechny její body rotační plochu. Křivka  $k$  se nazývá **tvořící křivka**, přímka  $o$  se nazývá **osa rotace**.*

Každý bod tvořící křivky při daném pohybu opíše kružnici plochy, které říkáme *rovnoběžka*. Na ploše tak leží jednoparametrická soustava rovnoběžek. Ty jsou souměrné podle každého svého průměru, a proto rotační plocha je souměrná podle každé roviny procházející její osou. Z definice rotační plochy je patrné, že každá křivka  $k'$ , která protíná právě všechny rovnoběžky rotační plochy, vytvoří rotací kolem její osy tutéž plochu. Odtud plyne, že k vytvoření rotační plochy můžeme vždy užít rovinné křivky, jejíž rovina protíná všechny rovnoběžky. Tuto vlastnost mají např. křivky rotační plochy ležící v rovině obsahující osu rotace. Ty se nazývají *meridiány (poledníky)* rotační plochy či *osové řezy*. Všechny meridiány na rotační plochy jsou shodné, jeden z druhého dostaneme otočením kolem osy  $o$ .



**Obrázek 1.18:** Rotační plocha; modře tvořící křivka  $k$ , červeně rovnoběžky, průnik roviny obsahující osu rotace a rotační plochy – meridián (poledník).

Parametrické vyjádření rotační plochy  $R$  dané rotací křivky  $k$  okolo osy  $z$ , kdy  $k(t) = [x(t), y(t), z(t)]$ ,  $t \in I$  ( $I$  je daný interval v  $\mathbb{R}$ ), je

$$(1.26) \quad R(u, v) = [x(u) \cdot \cos(v) - y(u) \cdot \sin(v), x(u) \cdot \sin(v) + y(u) \cdot \cos(v), z(u)], \quad u \in I, \\ v \in (0, 2\pi).$$

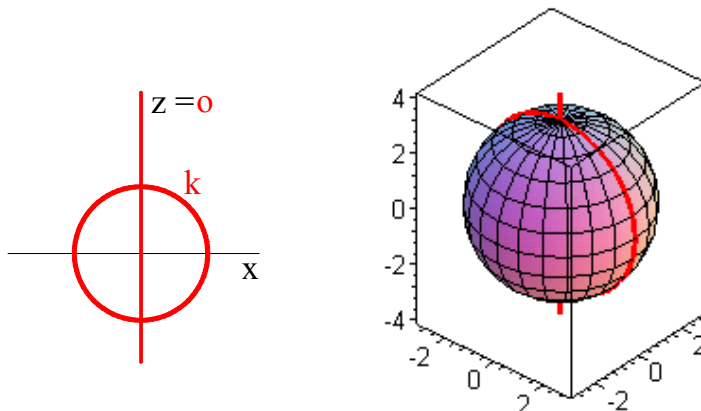
Speciálně pro rovinnou křivku  $k$  (např. meridián rotační plochy), ležící v rovině  $xz$  ( $y(t) = 0$ ), je parametrické vyjádření rotační plochy:

$$(1.27) \quad R(u, v) = [x(u) \cdot \cos(v), x(u) \cdot \sin(v), z(u)], \quad u \in I, v \in (0, 2\pi).$$

**A) Kulová plocha** – rotace kružnice  $k$  se středem na ose rotace.

Parametrické vyjádření kulové plochy, kdy tvořící kružnice  $k$  má střed v počátku KSS a poloměr  $r$  ( $k(t) = [r \cdot \cos(t), 0, r \cdot \sin(t)]$ ,  $t \in (0, 2\pi)$ ) a osou rotace je osa  $z$  je

$$(1.28) R(u, v) = [r \cdot \cos(u) \cdot \cos(v), r \cdot \cos(u) \cdot \sin(v), r \cdot \sin(u)], u \in (0, 2\pi), v \in (0, 2\pi).$$



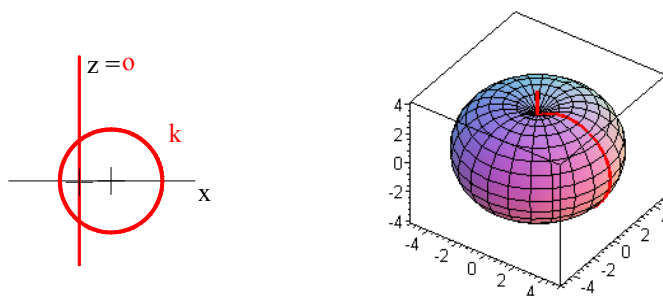
**B) Anuloid** – rotace kružnice  $k$  okolo osy  $o$  ležící v rovině  $k$ , kdy střed kružnice leží mimo osu  $o$ .

Pro parametrické vyjádření anuloidu volme tvořící kružnice  $k$  se středem na ose  $x$   $S = [d, 0, 0]$ , kde  $d \text{ konst.} \in \mathbb{R}$ , a poloměrem  $r$  ( $k(t) = [r \cdot \cos(t) + d, 0, r \cdot \sin(t)]$ ,  $t \in (0, 2\pi)$ ). Osu rotace volme  $v$  ose  $z$ .

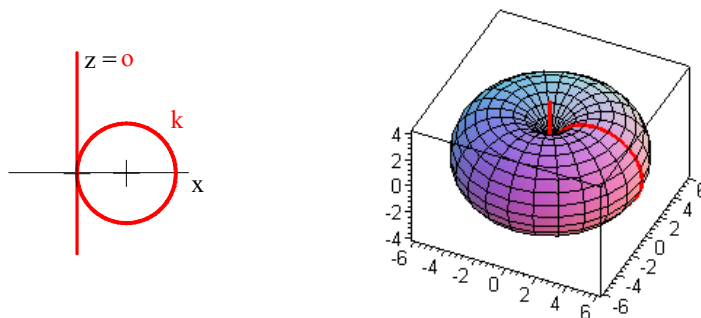
$$(1.29) R(u, v) = [[r \cdot \cos(u) + d] \cdot \cos(v), [r \cdot \cos(u) + d] \cdot \sin(v), r \cdot \sin(u)], u \in (0, 2\pi), v \in (0, 2\pi).$$

Podle hodnoty  $d$  (tj. vzájemné polohy kružnice  $k$  a osy  $o$ ) vznikají různé varianty anuloidu:

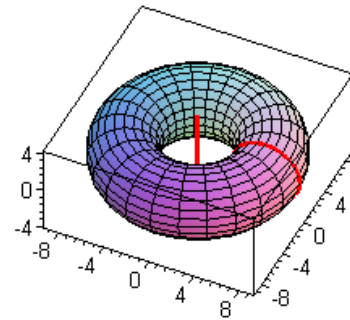
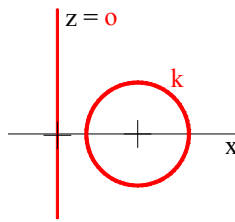
i.  $0 < |d| < r$  .... melanoid



ii.  $|d| = r$  .... axoid



iii.  $|d| > r$  .... anuloid (torus)



## 1.6 Šroubové plochy

**Definice 1.14:** Šroubová plocha je množina všech poloh dané křivky  $k$  v prostoru při daném šroubovém pohybu (daný osou  $o$  a výškou  $v$  jednoho závitu). Je-li šroubový pohyb levotočivý resp. pravotočivý, je vzniklá plocha levotočivá resp. pravotočivá. Křivka  $k$  je tvořící křivkou šroubové plochy. (Urban, A. [17], str. 161)

Šroubové plochy jsou zobecněním rotačních ploch. Rotační pohyb je zde nahrazen šroubovým pohybem. Rovnoběžkám rotačních ploch odpovídají na šroubových plochách šroubovice. Na šroubové ploše jsou tedy vždy dvě významné soustavy křivek. Jednou je soustava vyšroubovaných poloh tvořící křivky  $k$ , druhou je soustava šroubovic bodů tvořící křivky. Podobně jako u rotačních ploch platí, že každá křivka  $k'$ , která protíná všechny šroubovice plochy, vytvoří při stejném šroubovém pohybu tutéž šroubovou plochu. Speciálně lze tedy šroubovou plochu vytvořit i šroubovým pohybem rovinného řezu splňující danou podmínku. Je jím např. rovinný řez obsahující osu šroubového pohybu. Nazývá se *meridián (poledník)* šroubové plochy. (Urban, A. [17], str. 161 – 162)

Parametrické vyjádření šroubové plochy  $S$  dané šroubovým pohybem křivky  $k$  s osou  $z$  a redukovanou výškou  $v_0 = \frac{v}{2\pi}$ ,  $v \in \mathbb{R}^+$ , kdy  $k(t) = [x(t), y(t), z(t)]$ ,  $t \in I$  ( $I$  je daný interval v  $\mathbb{R}$ ), je

$$(1.30) \quad S(u, v) = [x(u) \cdot \cos(v) - y(u) \cdot \sin(v), x(u) \cdot \sin(v) + y(u) \cdot \cos(v), z(u) + \varepsilon \cdot v \cdot v_0],$$

$u \in I, v \in (0, 2\pi), \varepsilon = 1$  resp.  $\varepsilon = -1$  pro pravotočivou resp. levotočivou šroubovou plochu.

Speciálně pro rovinnou křivku  $k$  (např. meridián šroubové plochy), ležící v rovině  $xz$  ( $y(t) = 0$ ), je parametrické vyjádření šroubové plochy:

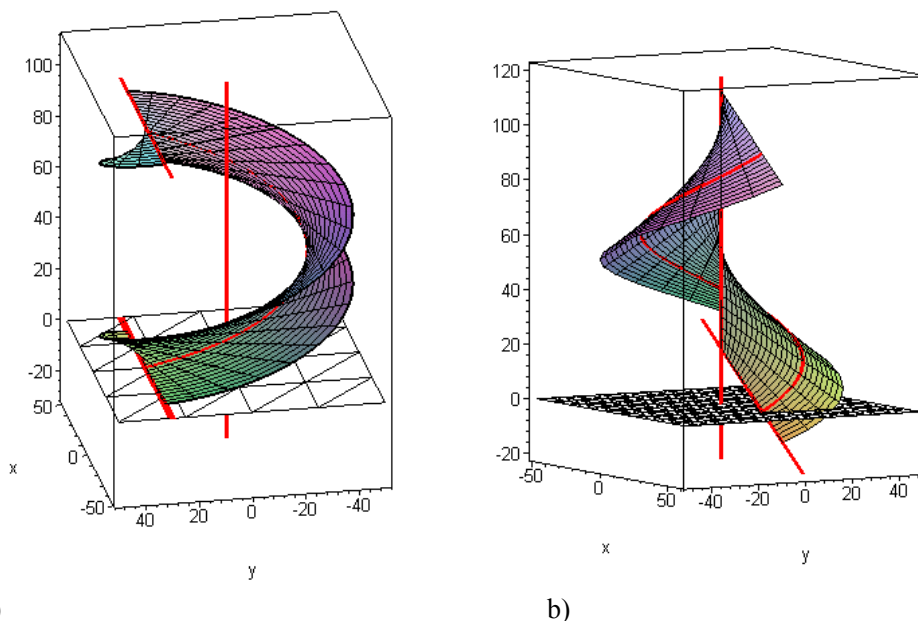
$$(1.31) \quad S(u, v) = [x(u) \cdot \cos(v), x(u) \cdot \sin(v), z(u) + \varepsilon \cdot v \cdot v_0], \quad u \in I, v \in (0, 2\pi),$$

$\varepsilon = 1$  resp.  $\varepsilon = -1$  pro pravotočivou resp. levotočivou šroubovou plochu.

Šroubové plochy dále rozlišujeme podle typu tvořící křivky a podle toho, zda osa šroubového pohybu na dané ploše leží (*uzavřená* šroubová plocha) či neleží (*otevřená* šroubová plocha).

## 1.6.1 Přímkové šroubové plochy

Přímkové šroubové plochy vznikají šroubovým pohybem tvořící přímky  $p$ . Dělíme je podle vzájemné polohy přímky  $p$  a osy  $o$  šroubového pohybu. Pokud je odchylka osy  $o$  a  $p$   $90^\circ$ , jedná se o *přímou šroubovou plochu*, v jiném případě se jedná o *kosoúhlou šroubovou plochu*. Jestliže je  $p$  s  $o$  různoběžná, osa se stává součástí plochy a šroubová plocha je uzavřená, v případě mimoběžnosti je plocha otevřená. Ve speciálním případě  $p \parallel o$  je přímková šroubová plocha rotační válcovou plochou.



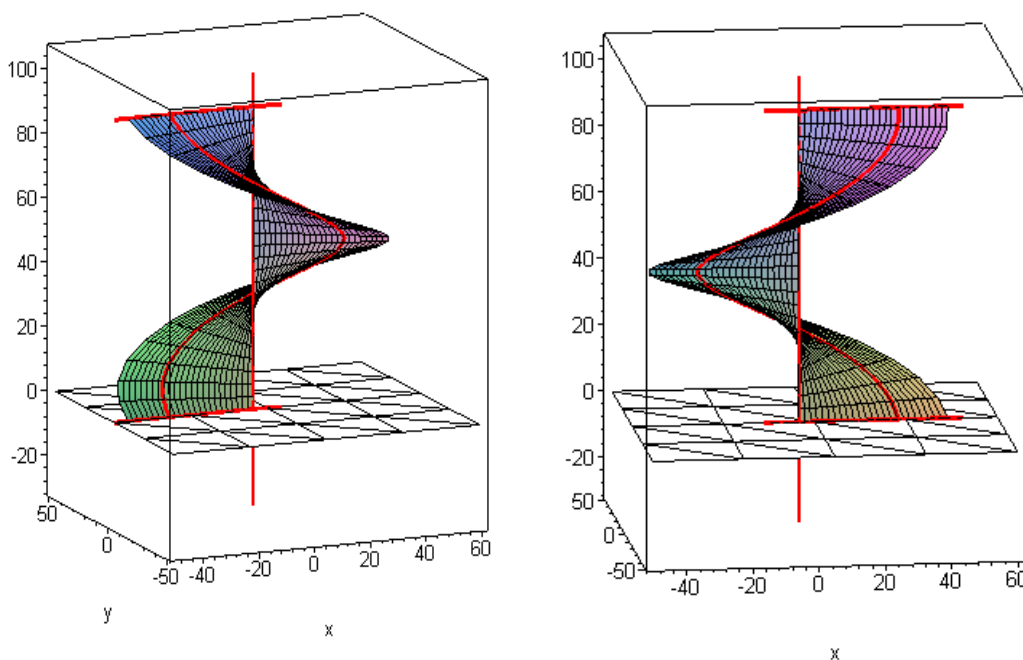
**Obrázek 1.19:** Přímkové šroubové plochy; a) přímá šroubová plocha otevřená, b) kosoúhlá šroubová plocha uzavřená.

**Přímá šroubová plocha uzavřená (přímý šroubový konoid) –  $p \perp o$ ,  $p$  a  $o$  jsou různoběžné.**

Pro parametrické vyjádření této plochy  $P$  volme přímku  $p$  v ose  $x$  ( $p(t) = [t, 0, 0]$ ,  $t \in \mathbb{R}$ ), osu rotace  $o$  v ose  $z$  a redukovanou výšku šroubového pohybu  $v_0 \text{ konst.} \in \mathbb{R}^+$ .

$$(1.32) \quad P(u, v) = [u \cdot \cos(v), u \cdot \sin(v), \varepsilon \cdot v \cdot v_0], \quad u \in \mathbb{R}, \quad v \in (0, 2\pi), \quad \varepsilon = 1 \text{ resp. } \varepsilon = -1 \text{ pro pravotočivou resp. levotočivou šroubovou plochu.}$$

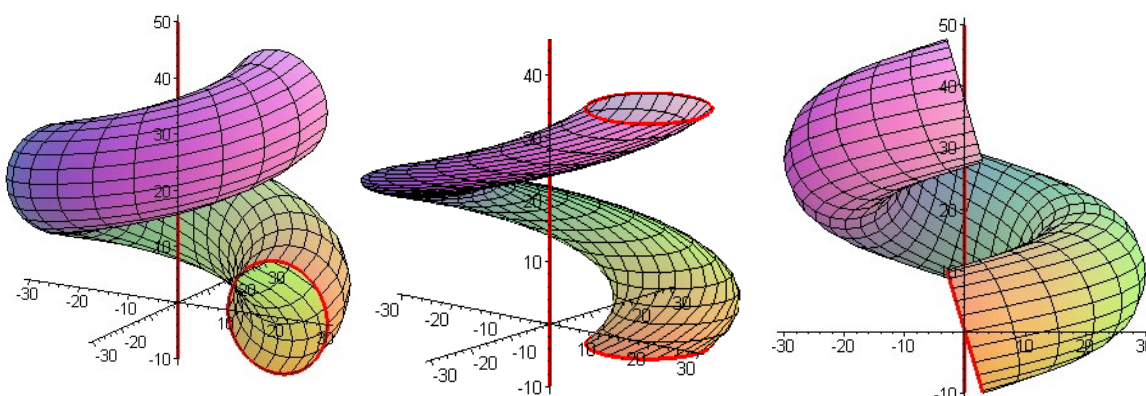
Tato plocha patří také mezi konoidy, neboť se jedná o přímkovou plochu, kdy řídicí prvky jsou osa šroubového pohybu  $o$ , jedna ze šroubovic, která vznikne šroubovým pohybem jednoho bodu na přímce  $p$ , a řídicí rovina kolmá na osu  $o$  (viz. obrázek 1.20 - červeně osa  $o$ , jedna ze šroubovic a  $p$  jako jedna z tvořících přímek, bíle řídicí rovina). Příklad mezi transcendentní plochy, neboť řídicí křivka – šroubovice je transcendentní křivkou. Plocha se v praxi používá nejčastěji jako plocha točitého schodiště.



a) b)  
**Obrázek 1.20:** Přímá šroubová plocha uzavřená, a) levotočivá, b) pravotočivá; červeně osa  $o$ , dvě polohy přímky  $p$  při šroubovém pohybu a šroubovice jako množina všech poloh jednoho bodu  $p$  při šroubovém pohybu.

### 1.6.2 Cyklické šroubové plochy

Přímkové šroubové plochy vznikají šroubovým pohybem tvořící kružnice  $k$ . Dělíme je podle vzájemné polohy roviny kružnice  $k$  a osy  $o$  šroubového pohybu. Pokud osa  $o$  šroubového pohybu leží v rovině kružnice  $k$ , vzniká *plocha sv. Jiljí* (obr. 1.21 a)). V případě kolmosti  $o$  na rovinu kružnice  $k$  vzniká *plocha vinutého sloupku* (obr. 1.21 b)). Další zajímavá a technicky používaná cyklická plocha je *Archimedova serpentina* (obr. 1.21 c)), která vzniká šroubovým pohybem kružnice, která leží v rovině kolmé na tečný směr šroubového pohybu.



**Obrázek 1.21:** Cyklické šroubové plochy pravotočivé, a) plocha sv. Jiljí, b) plocha vinutého sloupku, c) Archimedova serpentina; červeně osa  $o$  a tvořící kružnice  $k$ ,  $r = 10$ ,  $d = 20$ .

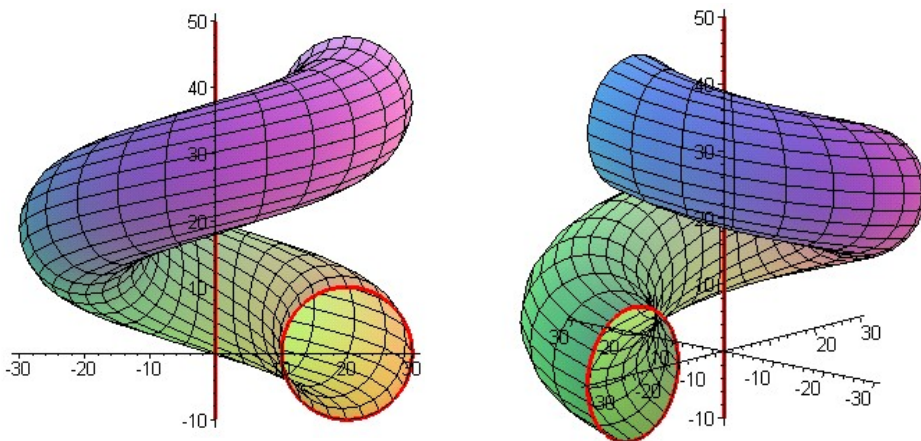


**Plocha sv. Jiljí** – osa  $o$ , leží v rovině kružnice  $k$ .

Plocha si našla své technické využití např. v podobě zaklenutí točitého schodiště. K její parametrizaci  $J$  volme osu šroubového pohybu v ose  $z$  a kružnici  $k$  v rovině  $xz$ , která má střed  $S$  na ose  $x$  o souřadnicích  $S = [d, 0, 0]$ , kde  $d$  je konst.  $\in \mathbb{R}$ , a poloměr  $r$  ( $k(t) = [r \cdot \cos(t) + d, 0, r \cdot \sin(t)]$ ,  $t \in (0, 2\pi)$ ).

$$(1.33) \quad J(u, v) = [[r \cdot \cos(u) + d] \cdot \cos(v), [r \cdot \cos(u) + d] \cdot \sin(v), r \cdot \sin(u) + \varepsilon \cdot v \cdot v_0],$$

$u \in (0, 2\pi)$ ,  $v \in (0, 2\pi)$ ,  $\varepsilon = 1$  resp.  $\varepsilon = -1$  pro pravotočivou resp. levotočivou šroubovou plochu.

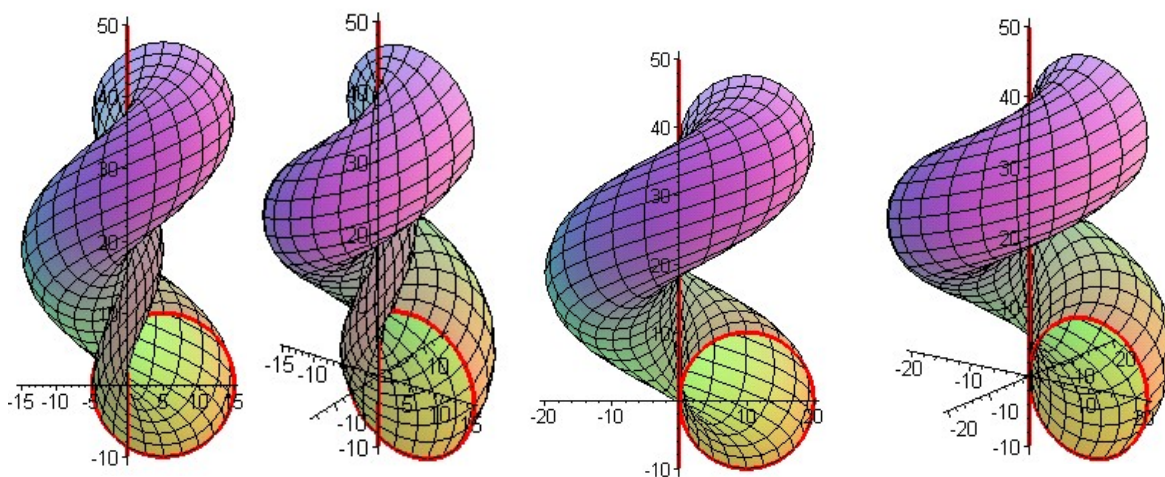


a)

b)

**Obrázek 1.22:** Plocha sv. Jiljí, a) pravotočivá – nárys,  $r = 10$ ,  $d = 20$ , b) levotočivá – pohled,  $r = 10$ ,  $d = 20$ ; červeně tvořící kružnice  $k$  a osa šroubového pohybu  $o$ .

Pro různé hodnoty  $d$  vznikají různé varianty plochy sv. Jiljí. Pro  $0 < |d| < r$  vznikne varianta, kterou vidíme na obr. 1.23 a). Variantu pro  $|d| = r$  vidíme na obr. 1.23 b). Poslední variantu, kdy  $|d| > r$  je např. na obr. 1.22.



a)

b)

**Obrázek 1.23:** Různé podoby plochy sv. Jiljí pro různá  $d$ , nárys a pohled, a)  $0 \leq |d| < r$ ,  $d = 5$ ,  $r = 10$ , b)  $|d| = r$ ,  $d = r = 10$ .

## Kapitola 2

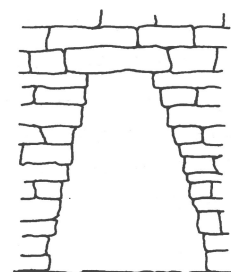
### Geometrie kleneb

#### 2.1 Vývoj kleneb

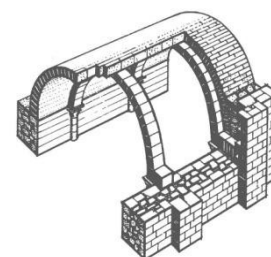
Jako klenby označujeme konstrukce z kamene či cihel, které opírající se o dané opěry, na které přenášejí nejen svou váhu ale i váhu a tlaky nadstavených konstrukcí, uvolňují prostor pod sebou. Tyto konstrukce dostaly název podle jejich vlastnosti „klenouti se nad prostorem“, neboli uvolnit prostor pod sebou. Slouží tedy jako konstrukce uzavírající prostor stavby shora. Bývají nejsložitějším a geometricky nejzajímavějším prvkem celé stavby díky spojení funkčnosti a estetičnosti, tedy aby unesly svou váhu a váhu dalších nastavených prvků a přitom se nerozpadly a zároveň aby nenarušovaly řád interiéru celé stavby.

První klenby vznikají ve světě již ve starověku. Jejich nejprimitivnější forma je tzv. nepravá klenba neboli přechnělková (obr. 2.1, převzato E. Lipanská [10], str. 8). V našich zemích se objevují v 9. století, kdy k nám byly zavedeny křesťanskými misionáři spolu se zděným stavitelstvím. Jako první to byly kopule a polokopule - konchy, které zaklenovaly válcové prostory zděných svatyní a k nim přilehlé oltářní prostory – apsidy. Obdélné a čtvercové půdorysy zaklenovaly půlkruhové valené klenby (válcová plocha), na překrytí schodišť se pak kromě rovných kamenných nebo dřevěných překladů používala klenba valená stoupající.

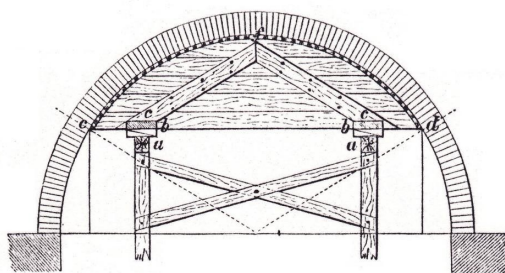
Důležitým konstrukčním prvkem románského stavitelství byl samostatný pruh valené klenby, půlkruhový klenební pas (obr. 2.2, převzato E. Lipanská [10], str. 13), jenž sloužil k jejímu vyztužení. Původně byly pasy na líci klenby viditelné, dnes jsou mladší úpravou zakryty. Materiálem pro stavbu byly cihly nebo kusy tesaného kamene tzv. klenáky, které se spojovaly maltou. Ty se kladly na bednění z prken, které se opíralo o ramenáty (dřevěné konstrukce tvaru lící křivky, pevné nebo posuvné, viz. obr. 2.3) a osazovalo se na zdivo do půlkruhového ústupku o tloušťce asi 15 cm, který byl připraven již při zdění, nebo do dodatečně vysekávané drážky. Po ztvrdnutí malty mezi klenáky již klenba plnila svou samonosnou funkci a bednění mohlo být odstraněno. Dalším způsobem provádění byla



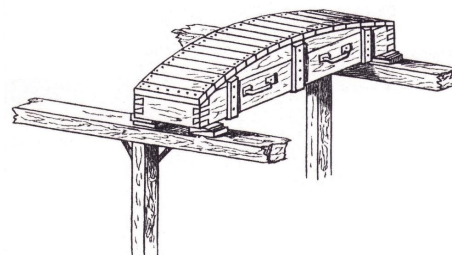
**Obrázek 2.1:**  
Přechnělková klenba.



**Obrázek 2.2:** Románská valená klenba s pasy.



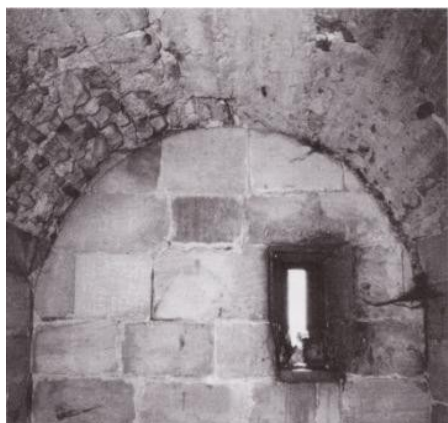
a)



b)

**Obrázek 2.3:** Ramenát, a) pevný ramenát tvaru půlkruhu s ukázkou ložení zdiva klenby, b) posuvný ramenát tvaru části kruhu (převzato z Breymann, G. A. [3], str.179 a 183).

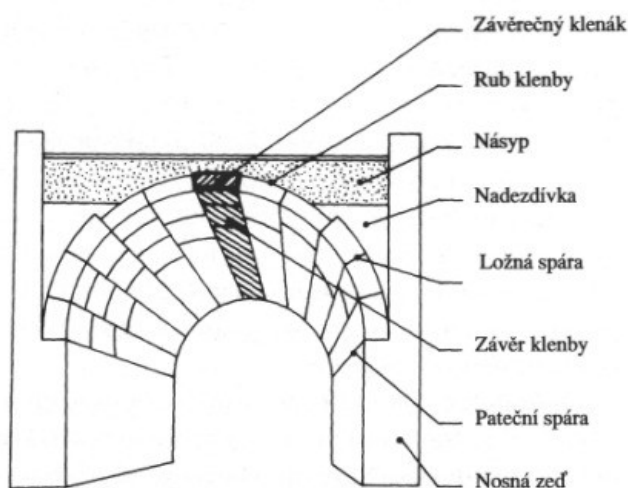
obdoba lité klenby, kdy se na bednění z prken nalila vrstva malty, do ní se položil lomový kámen, jehož spáry byly zality maltou. Klenby s pasy se kladly přímo na bednění opírající se o ruby pasů, o předem připravené ústupky v obvodových zdech a o ramenáty. Nejpoužívanější křivkou, která sloužila ke konstrukci kleneb, byla kružnice.



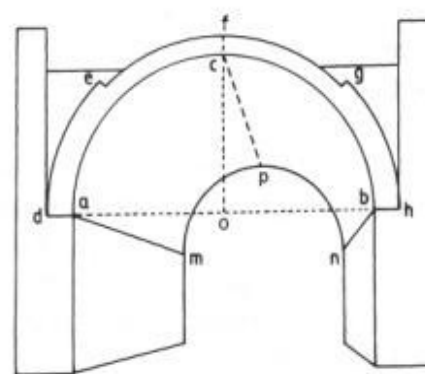
a)



b)



c)



- acb - Klenbový oblouk (líc klenby)
- ab - Světlost klenby
- oc - Výška klenbového oblouku (Vzepětí klenby)
- ad, bh - Tloušťka klenby v patce
- cf - Tloušťka klenby v závěru
- am, bn - Patky klenby
- cp - Vrcholnice klenby

**Obrázek 2.4:** a) půlkruhová valená klenba provedená do bednění, patrné otisky po prknech (Vroutek, první polovina 13. stol.), b) cihelné zdivo s drážkou pro osazení klenby (klášter sv. Anežky v Praze, první pol. 13. stol.), c) základní názvosloví kleneb; (převzato z Lipanská, E. [10], str. 13 a 26).

Křížová klenba, převzatá z dědictví antiky, se rozvíjela v románské době do několika tvarů. Výchozí konstrukcí byla klenba křížová nad čtvercem (části dvou valených kleneb), jejíž čelní oblouk (líc klenby) byl půlkruhový a diagonální oblouk eliptický (obr. 2.18). Ze statických důvodů toto řešení není příliš výhodné (viz. Lipanská, E. [], Statika řešení kleneb, str. 43 - 60), proto jsou hledány cesty, jak lze tento nedostatek eliminovat. Jedním ze způsobů je převýšení diagonálního oblouku na půlkružnici a tím pro zachování výšky klenby zvýšení čelního oblouku na půlelipsu s hlavní osou na přímce kolmé k rovině patek a délkou průměru kružnice nad diagonálou. Pokud není daná podmínka zachování výšky klenby, používá se i možnost, kdy čelní i diagonální oblouk jsou půlkružnice. Románské křížové klenby se prováděly na bednění, které se opíralo o ruby klenebních pasů, o předem připravené ústupky

v obvodových zdech a o ramenáty. Také klenební pasy (a později i žebra) byly při stavbě podpírány ramenáty a dosedaly u zdí na konzoly nebo později na přípory, procházející až k základům stavby. Klenby bez žebor dosedaly v rozích na výběhy, které byly provedeny jako tesané klíny a představovaly vybiňující cíp klenby v její nejstrmější poloze.

Tento konstrukční princip je více rozvinut v gotice, která vertikalizuje oba oblouky křížové klenby, ruší souvislé podpory v patách klenby a nahrazuje je sloupy a opěrným systémem. Jedná se o co největší odhmotnění těla stavby. Důležitou roli začíná hrát žebro – zesílená hrana klenby ve styku dvou různých ploch klenby. Žebro bylo vyzdíváno jako první na samostatné podpůrné konstrukci. Po vyzdění pak sloužilo jako opora pro uložení prvků bednění pro zbylou část klenby (z toho často vyplývala i volba profilace žebra, i zde se projevuje spojení empirického technického řešení a jeho architektonického využití). Na toto bednění je možné vyzdít tzv. prsa klenby již bez dalších podpor. Tento princip je opouštěn v pozdní gotice, kdy žebro ztrácí konstrukční funkci a mění se v manýristický element. (Dle ústního podání pana Ing. Mlázovského se začíná opouštět od žebor jako nosných elementů, kdy se zjistí, že po vyhoření několika kostelů a tím zničení žebor, jako domnělé nosné konstrukce, se přesto klenba nezřítí.) Celé schéma – klenby, sloupy, opěrný systém - vytváří prostorovou křivočarou konstrukci. U gotických staveb nelze posuzovat samostatně pouze klenbu, protože ta plynule přechází do vertikálního nosného systému, který je zase podporován tuhou prostorovou opěrnou konstrukcí. Všechny tyto prvky tvoří jeden celek. Ve vrcholné gotice, kdy se žebro mění v ornamentální prvek, se statická a geometrická složitost těchto kleneb ještě stupňuje (klenby obkročné, vícedílné, síťové, hvězdové a kroužené).

Na počátku gotiky jsou tvořícími křivkami části kružnic, ale pak jsou nahrazovány částmi elips, nebo křivkami vyšších stupňů, které se elipsám blíží. Spojením dvou kruhových oblouků vzniknul tzv. lomený oblouk, který se používal v oknech, v portálech a v klenbách (symbol dvou spojených rukou při modlení). Pozdní gotiku charakterizují tvary oslího hřbetu, oblouky záclonové a půlkruhové, ale i segmentové.

V renesanci jsou tyto principy opouštěny a dochází k obnovení klenbových konstrukcí předgotických období. Používané klenby jsou valené s lunetami, jim blízké klenby křížové a klášterní, dále neckové a zrcadlové s lunetami. Klenba bývá tvořena částí kružnice, nebo se často jedná o stlačený oblouk – *ovál*, který se blíží elipse (viz. část 2.2). Konstrukce takového oblouku z 16. stol. je popsána Sebastianem Serliem, kde se převýšení (poměr délky vedlejší a hlavní poloosy elipsy, v praxi poměr výšky ku polovině šířky „eliptického“ otvoru) pohybuje okolo 0,7 (důkaz v části 2.2). Ze statického je oblouk nebo jeho segment poměrně výhodnou křivkou, protože má dostatečnou únosnost pro různá převýšení, od nízkých kleneb až po plné oblouky. Pro udržení takové klenby se oproti gotickému opěrnému systému užívá ocelového táhla v patkách klenby. Zbývající typ používaných kleneb jsou centrální útvary jako kupole nebo melounová klenba. Běžnou součástí renesančních stěn jsou drobné i větší půlkruhové výklenky zaklenuté polokopulí - konchou. Častý je výskyt falešných kleneb, které tvoří pouze podhled, jsou ze dřeva a jsou zavěšeny na další nosné



**Obrázek 2.5:** Použití jiné plochy pro zastřešení a jiné plochy pro klenbu stavby; originální plán F. Mangoneho (Bösel, R., Frommel, Ch. L. [2], obr. XXI.10).

konstrukce (např. krovky).

Oživení v klenebním umění přináší teprve konec 17. století. Začíná se nad čtvercovým či obdélným půdorysem používat klenba česká placka, kulově vzdušná plocha mezi čelními oblouky, většinou půlkruhovými klenutými pasy. Kupolovité zaklenutí bylo vyvinuto i nad půdorysem oválným a osmiúhelníkový. Podobně se užívalo v chrámovém stavitelství kopule, která se podle starého způsobu usazovala na čelné oblouky a pendativy, což jsou nadezděné sférické trojúhelníky.

Barokní stavitelství navazuje v klenbách na stavitelství renesanční. Hojněji je používán stlačený oblouk. Je to opět ovál, avšak konstruovaný odlišně než v renesanci, například ovál s převýšením zhruba 0,75 podle Francesca Borrominiho ze 17. stol. (důkaz v části 2.2). Pro statické řešení těchto oblouků platí totéž, co pro valené renesanční klenby. Z ostatních druhů kleneb byly používány kupole nad kruhovým půdorysem (kulová plocha), ale i kupole nad oválným půdorysem. Valené klenby a kupole jsou ztužovány žebry na rubu i na jejich líci. Tato žebra dovolují ztenčení zdiva mezi žebry, ale na rozdíl od gotických kamenných žeber, jsou barokní žebra spojena s ostatním zdivem klenby a nejsou prováděna v předstihu jako samostatný nosný prvek.

V klenebním stavitelství vrcholného baroka se setkáváme s příkláněnými klenebními pasy (jejich půdorys je uvnitř půdorysu klenby) či odkláněnými klenebními pasy (jejich půdorys leží na obvodu půdorysu klenby) (viz. obr. 2.28), které probíhají v prostorových křivkách. Vyskytují se u chrámových prostorů, jejichž půdorys má části oválné, kruhové nebo části s proláklým obrysem v půdorysu. Pasy jsou k základní klenbě buď příkláněné, je-li jejím půdorysem osmiúhelník s proláklými stěnami, nebo odkláněné, je-li půdorysem kruh nebo ovál. Tvar otevřené sférické klenby byl určován ve stavebních plánech tehdejší doby půdorysem a řezem; při stavbě pak ramenáty osazenými v čelných obloucích. Ramenáty byly rovněž ve směru úhlopříček a středních příček myšleného pravoúhelníku opsaného půdorysnému kruhu nebo oválu klenby. Mezi ramenáty se klenulo převážně z cihel a od ruky. Výsledná klenební plocha je proto geometricky pravidelná pouze v místech, kde byly ramenáty. Nepravidelnost klenby není po omítnutí a případné freskové výzdobě pouhým okem patrná. Teprve ložení klenby a její přesné geodetické zaměření nepravidelnost dokládá.

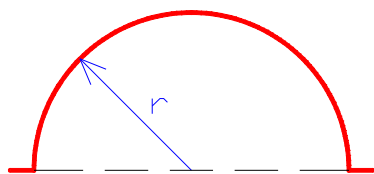
V dalším vývoji dochází k pozvolnému úpadku kleneb. Klasicismus sice užívá podobný tvarový repertoár kleneb jako baroko, avšak v menší míře a v uměřenější podobě, neboť se začínají objevovat materiály, které dovolují zastropení na větší rozpony (litina, ocel) a dochází k exaktnějšímu navrhování těchto konstrukcí včetně konstrukcí ze dřeva. Výjimku tvoří klenby, které byly často zřizovány dodatečně z požárních důvodů, aby nahradily starší dřevěné stropy. Je používán kruhový segment o různé výšce, která byla dána konstrukční výškou předchozí ploché stropní konstrukce.

(celá část s doplněním autorky čerpána z Lipanská, E.[10], str. 8 – 23)

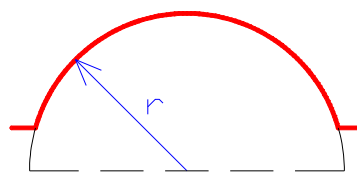
## 2.2 Oblouky a ovály

V této části uvedeme nejběžnější oblouky, které se používaly při konstrukci kleneb buď jako profily a nebo jejich důležité řezy (průnikové křivky ploch použitých při konstrukci klenby), a to v podobě křivky klenebních pasů a žeber.

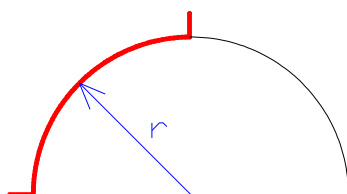
### A) Oblouk tvořený jedinou kružnicí



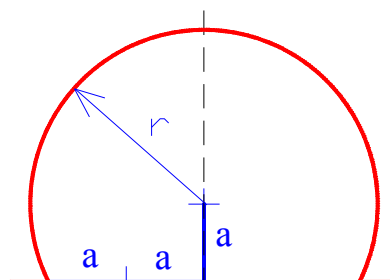
půlkruhový nebo-li plný



segmentový



čtvrtkruhový



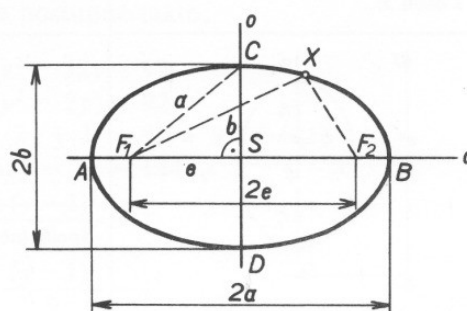
maurský oblouk

### B) Oblouk eliptický

Častou křivkou, která tvoří profil klenby, je elipsa. Volme KSS s počátkem v bodě S, pak elipsu můžeme vyjádřit rovnicí:

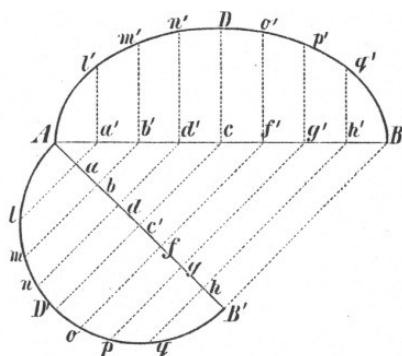
$$(2.1) \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ kde } a \text{ a } b \text{ je}$$

délka hlavní a vedlejší poloosy.

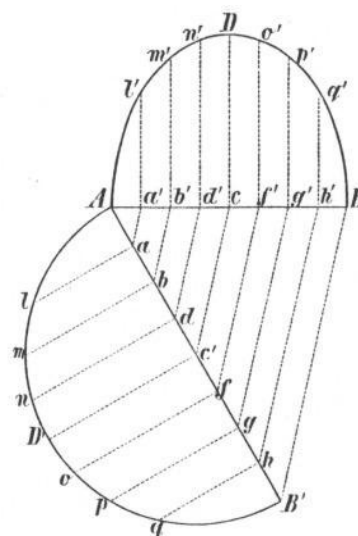


**Obrázek 2.6:** Elipsa a její důležité body; (převzato Polák, J. [15], str. 569).

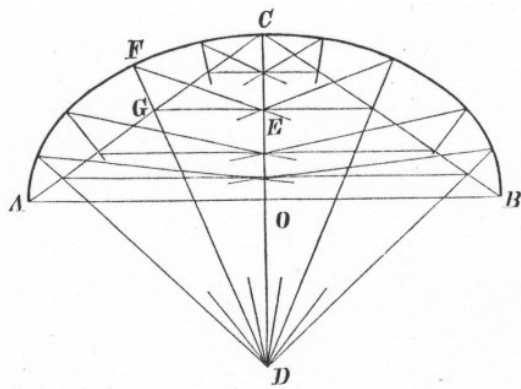
Bodově můžeme elipsu konstruovat podle definice a nebo pomocí způsobů, vycházejících z afinity mezi kružnicí a elipsou (viz. obr. 2.7).



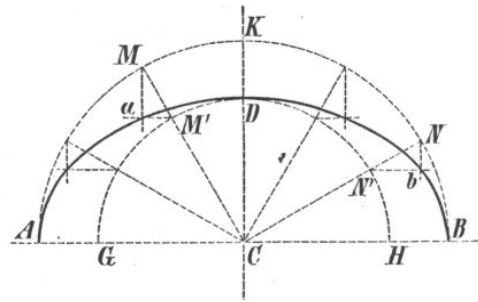
a)



b)



c)



d)

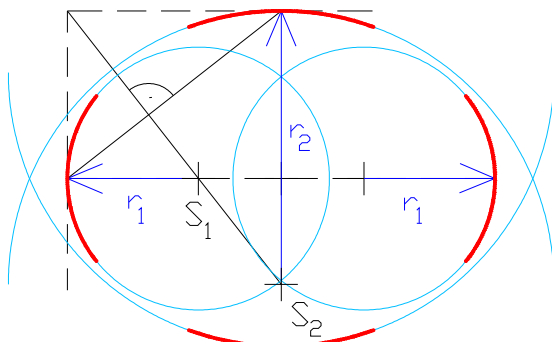
**Obrázek 2.7:** Bodové konstrukce elipsy vycházející z afinity mezi elipsou a kružnicí; (převzato z Breymann, G. A. [3], str. 157 a 158).

Bodová konstrukce elipsy podle definice či konstrukce vycházející z afinity byla technicky i časově náročná. Proto byla elipsa často nahrazována křivkou, která ji pouze aproximovala – ovál.

Z oblouků dále architektura rozlišuje tzv. *stlačený a převýšený oblouk*. *Stlačený* je tvořen půlelipsou či oválem o vodorovné hlavní ose, *převýšený* je tvořen půlelipsou nebo oválem o vodorovné vedlejší ose.

### C) Křivka nahrazující elipsu

Výhodným řešením pro aproximaci elipsy se ukázala křivka, která je složena z kružnicových oblouků dvou kružnic různých poloměrů - ovál. Napojení oblouků musí být hladké, tzn. že v takovém bodě mají spojující se kružnicové oblouky společnou tečnu (jejich středy a bod napojení musí být kolineární – ležet na jedné přímce).



**Obrázek 2.8:** Hyperoskulační kružnice elipsy.

pak poloměr

$$(2.2) \quad r_1 = \frac{b^2}{a} \quad \text{a} \quad r_2 = \frac{a^2}{b}$$

Bod spoje hladkého přechodu od jedné v druhou musí ležet na spojnici jejich středů. Mělo by tedy platit

$$(2.3) \quad |r_2 - r_1| = |S_1 S_2|.$$

Po dosazení vztahu (2.2) do levé strany vztahu (2.3) ( za předpokladu  $r_2 \geq r_1$ ) dostáváme

$$(2.4) \quad \frac{a^2}{b} - \frac{b^2}{a} = \frac{a^3 - b^3}{ab}.$$

Pro vzdálenost středů (podle Pythagorovy věty) za předpokladu  $a, b > 0$  platí

$$(2.5) \quad |S_1 S_2| = \sqrt{(a - r_1)^2 + (r_2 - b)^2} = \sqrt{\frac{(a^2 - b^2)^2}{a^2} + \frac{(a^2 - b^2)^2}{b^2}} = \\ = \sqrt{\frac{a^2 \cdot (a^2 - b^2)^2 + b^2 \cdot (a^2 - b^2)^2}{a^2 b^2}} = \frac{\sqrt{(a^2 + b^2) \cdot (a^2 - b^2)^2}}{ab}.$$

(2.4) = (2.5) právě tehdy, když  $a^3 - b^3 = \sqrt{(a^2 + b^2) \cdot (a^2 - b^2)^2}$ . To může nastat, když  $a = 0 \vee b = 0$  nebo  $a = b$ , toto ale pro další vyloučíme, neboť by se v prvním případě jednalo o kružnici s nulovým poloměrem, nebo-li pouze o bod, a v druhém o kružnici s poloměrem  $a = b$ . Rovnici dále upravíme

$$(2.6) \quad (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2) = (a - b) \cdot (a + b) \cdot \sqrt{(a^2 + b^2)} \quad /: (a - b)$$

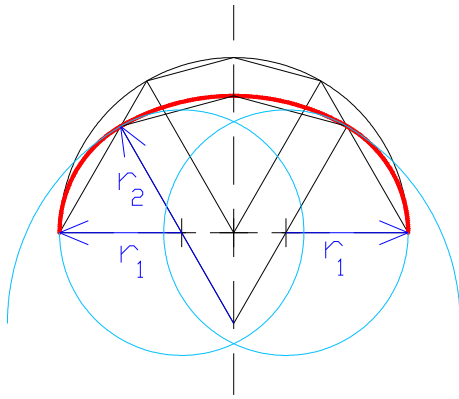
$$a^2 + ab + b^2 = (a + b) \cdot \sqrt{(a^2 + b^2)} \quad /^2$$

$$a^4 + 2a^3b + 3a^2b^2 + 2ab^3 + b^4 = (a^2 + 2ab + b^2) \cdot (a^2 + b^2)$$

$$a^4 + 2a^3b + 3a^2b^2 + 2ab^3 + b^4 = a^4 + 2a^3b + 2a^2b^2 + 2ab^3 + b^4$$

$$a^2 b^2 = 0.$$

Rovnici (2.6) vyhovuje pouze možnost  $a = 0 \vee b = 0$ , což jsme vyloučili. Další řešení neexistují, z čehož vyplývá, že vztah (2.3) není pro žádná vhodná  $a$  a  $b$  splněn a tedy neexistuje elipsa (kromě kružnice), jejíž hyperoskulační kružnice by na sebe hladce navazovaly. Proto nesplňují vlastnosti oválu.



**Obrázek 2.9:** Konstrukce oválu.

$$r_1 = \frac{(1 - \sqrt{3})a + (\sqrt{3} + 1)b}{2} \quad \text{a} \quad r_2 = \frac{(3 + \sqrt{3})a - (\sqrt{3} + 1)b}{2} \quad (\text{úpravou z předchozích vztahů}).$$

Jedním z příkladů konstrukce oválu je na obr. 2.9. Jedná se o aproximaci elipsy, kde volíme  $a$  (polovina šířky otvoru) a  $r_1$ . Pak  $r_2 = r_1 + 2(a - r_1) = 2a - r_1$  (pozn.:

Všimněme si, že  $r_1 + r_2 = 2a$ , což je přesně šířka otvoru. Stačilo tedy zvolit  $r_1$  a  $r_2$  byl zbytek do  $2a$ ) a

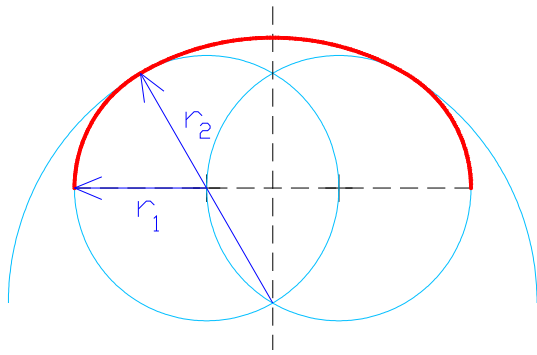
$$b = r_2 - \frac{\sqrt{3}}{2} 2(a - r_1) = 2a - r_1 - \sqrt{3}(a - r_1) = \\ = (2 - \sqrt{3})a + (\sqrt{3} - 1)r_1 \quad (r_1 \text{ i } b \text{ vyjádřeno z podobnosti rovnostranných trojúhelníků}).$$

Převýšení neboli  $\frac{b}{a}$  je v tomto případě

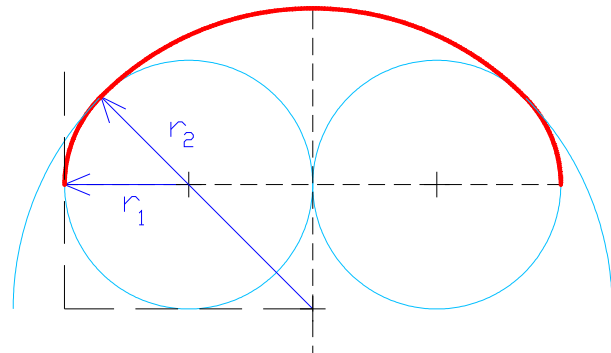
$$(2 - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} - 1) \frac{r_1}{a}.$$

Pokud zvolíme  $a$  a  $b$ , pak





**Obrázek 2.10:** Ovál podle Borrominiho.



**Obrázek 2.11:** Ovál podle Serlia.

jedinou hodnotou  $\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,707$  (viz. část 2.1).

Dále z používaných oválů aproximující elipsu je tzv. podle Borrominiho<sup>1)</sup> (obr. 2.10). Je určen pouze hodnotou  $a$ . Další parametry odvodíme velmi lehce (z polohy středů kružnic o poloměru  $r_1$ )

$$r_1 = \frac{2a}{3}, r_2 = 2r_1 = \frac{4a}{3}, b = \frac{(4 - \sqrt{3})a}{3}.$$

Opět platí, že  $r_1 + r_2 = 2a$ . Převýšení je tentokrát dáno jedinou konkrétní hodnotou  $a$  to  $\frac{4 - \sqrt{3}}{3} \approx 0,756$  (viz. část 2.1).

Poslední z oválů nahrazující elipsu je ovál podle Serlia<sup>2)</sup> (obr. 2.11). Také je určen pouze hodnotou  $a$ . Zbývající parametry zjistíme podobně podle polohy středů kružnic o poloměru  $r_1$  jako u předchozího oválu. Tedy

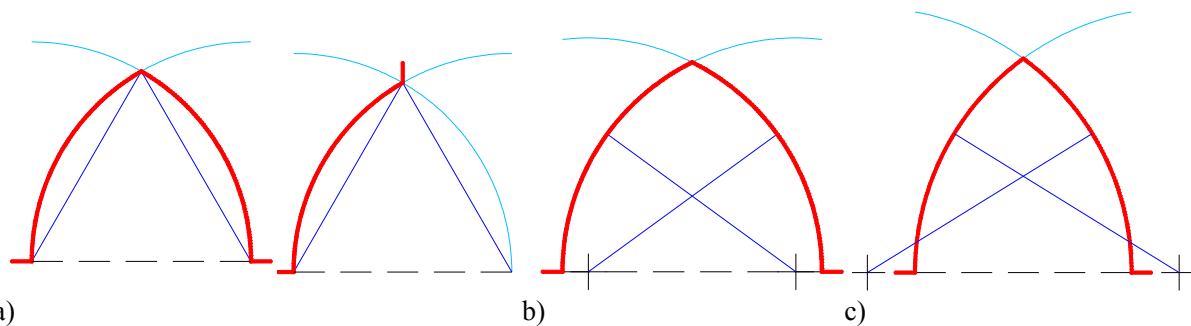
$$r_1 = \frac{a}{2}, r_2 = (\sqrt{2} + 1)r_1 = \frac{(\sqrt{2} + 1)a}{2},$$

$$b = \sqrt{2}r_1 = \frac{\sqrt{2}a}{2}.$$

Tentokrát ale neplatí, že  $r_1 + r_2 = 2a$ . Převýšení je dáno opět

## **D) Další oblouky tvořené částmi kružnic**

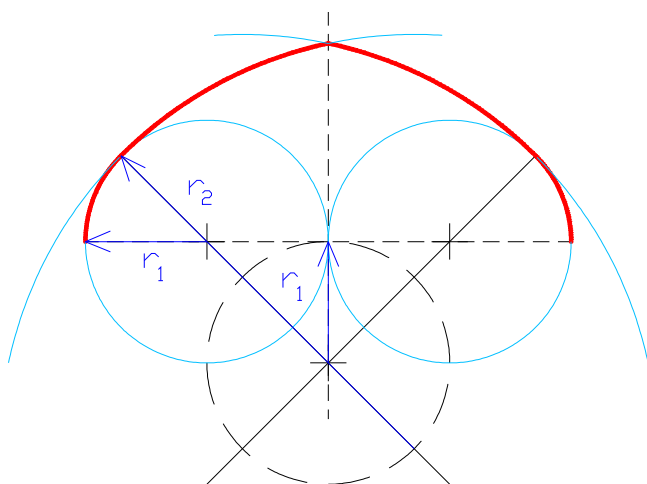
Gotický lomený oblouk je sestaven ze dvou kružnicových oblouků stejného poloměru, jejichž středy leží v úrovni patních přímek, a protínají se ve vrcholové přímce (viz. obr. 2.12).



**Obrázek 2.12:** Gotický lomený oblouk neboli hrotitý a jeho některé tvary, a) klasický, b) stlačený, c) převýšený.

1) *Francesco Borromini* (\*25. 9. 1599 Bissone – †3. 8. 1667 Řím) – italský barokní architekt, tvůrce dynamického baroka. Jeho stavby (kostel San Carlo alle Quattro Fontane, kostel sv. Agnes in Agone, bazilika di San Giovanni in Laterano, kostel Sant'Ivo alla Sapienza), se vyznačovaly složitými půdorysy, neobvyklým vnitřním členěním. Byly inspirací pro J. B. Santiniho Aichla. [4']

2) *Sebastiano Serlio* (\*6.9.1475 - †1554) - italský architekt, malíř a teoretik architektury, vycházel z Vitruvia, působil v Benátkách a ve Francii na stavbě zámku ve Fontainebleau. V roce 1539 bylo podle jeho projektu postaveno dřevěné divadlo ve Vicenze. Autor práce o architektuře, jež vyšla v letech 1537 - 1575 v několika svazcích a v roce 1584 souborně. [5']



Obrázek 2.13: Tudorský oblouk.

Konstrukci tudorského oblouku (ovál), který byl používán v anglické gotice ve 14. a 15. stol., u nás pak v novogotice, můžeme vidět na obr. 2.13.

Označme šířku otvoru  $2a$ , pak  $r_1 = \frac{a}{2}$ ,

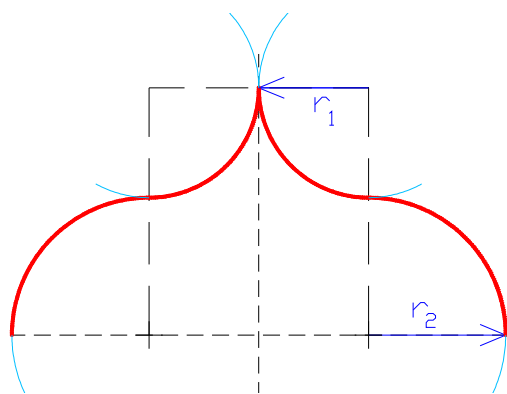
$$r_2 = \frac{(\sqrt{2} + 2)a}{2} \text{ a výška oblouku ozn.}$$

$$v = \frac{(\sqrt{22 + 16\sqrt{2}} - \sqrt{2} - 2)a}{4}.$$

Převýšení neboli poměr

$$\frac{v}{a} = \frac{(\sqrt{22 + 16\sqrt{2}} - \sqrt{2} - 2)}{4} \approx 0,817.$$

Další z používaných oblouků (oválů) v gotice je tzv. oblouk oslí hřbet také kýlový nebo španělský (obr. 2.14). Opět označme šířku otvoru  $2a$ , poloměry kružnic jsou pak ve vztahu  $r_1 + r_2 = a$  a výška oblouku  $v = r_1 + r_2 = a$ . Převýšení je tedy v tomto případě 1. V praxi se nejčastěji užíval poměr mezi poloměry  $r_1 : r_2 = 4 : 5$  (Drábek, K., Harant, F., Kepr, B., Menšík, M.[5], str.114).



Obrázek 2.14: Oblouk oslí hřbet (kýlový, španělský).

Poslední z oblouků je stoupající oblouk tzv. kobyli hlava. Jedná se o oblouk, kdy patní přímky leží v různých výškách, tedy oblouk jakoby stoupal. Vidíme ho na obr. 2.15. Jsou zde uvedeny tři možné způsoby jeho vytvoření. První  $k$  je vytvořen přičítáním úseků mezi  $A'B'$  a

kružnicí  $k'$  k  $AB$  ve směru  $B'B$ . Každý bod kružnice tedy odpovídá právě jednomu bodu na  $k$  ve směru přímky  $B'B$  a opačně každý bod  $k$  odpovídá právě jednomu bodu na  $k'$ . Bez újmy na obecnosti volme  $k'$  jednotkovou kružnicí a počátek KSS v jejím středu, osu  $y$  rovnoběžnou s  $B'B$  a osu  $x$  procházející  $A'B'$ , pak můžeme  $k'$  vyjádřit parametricky v této KSS např. takto:

$$(2.7) \quad k'(x) = [x, \sqrt{1 - x^2}], \text{ kde } x \in \langle -1; 1 \rangle$$

Dále označme  $|B'B| = b$ . Body  $A, A', B, B'$  mají v této KSS souřadnice  $A = A' = [-1; 0]$ ,  $B = [1; b]$ ,  $B' = [1; 0]$ . Vyjádříme parametricky úsečku  $AB$  pomocí parametru  $x \in \langle -1; 1 \rangle$ :

$$(2.8) \quad AB(x) = [x, \frac{b}{2}(x + 1)]$$

Křivku  $k$  pak můžeme parametricky vyjádřit pomocí parametru  $x \in \langle -1; 1 \rangle$  (k y-ové souřadnici  $AB(x)$  přičtu y-ovou sořadnici  $k'(x)$ ) takto:

$$(2.9) \quad k(x) = [x, \frac{b}{2}(x + 1) + \sqrt{1 - x^2}]$$

Nyní zjistíme, co vytvoří všechny průsečíky přímek  $BK$  a  $B'K'$ , kde  $K$  a  $K'$  jsou libovolně

volené body  $K \in k$  a  $K' \in k'$ , které si odpovídají (leží na spojnici rovnoběžné s  $B'B$ ). Každý dostaneme libovolnou volbou parametru  $x$ . Proto množinu průsečíky  $p$  takových přímek můžeme vyjádřit parametricky také s parametrem  $x \in \langle -1; 1 \rangle$ . Nejprve parametrizujme přímky a  $BK$  a  $B'K'$ , použijme parametry  $t \in \mathbb{R}$  a  $s \in \mathbb{R}$ .

$$(2.10) \quad \begin{aligned} BK(t) &= [ 1 + t(x-1), t\sqrt{1-x^2} ] \\ B'K'(s) &= [ 1 + s(x-1), b + s[\frac{b}{2}(x+1) + \sqrt{1-x^2} - b] ] \end{aligned}$$

Hledáme jejich společné body, tedy taková  $s$  a  $t$ , kdy

$$(2.11) \quad \begin{aligned} \text{i)} \quad & 1 + t(x-1) = 1 + s(x-1) \\ \text{ii)} \quad & t\sqrt{1-x^2} = b + s[\frac{b}{2}(x+1) + \sqrt{1-x^2} - b] \end{aligned}$$

Z první rovnice platí pro  $t = s$ . Za  $s$  dosadíme do ii)  $t$

$$(2.12) \quad \begin{aligned} \text{ii)} \quad & t\sqrt{1-x^2} = b + t[\frac{b}{2}(x+1) + \sqrt{1-x^2} - b] \\ & 0 = b + t[\frac{b}{2}(x+1) - b], \end{aligned}$$

necht'  $\frac{b}{2}(x+1) - b \neq 0$ . Kdyby se  $\frac{b}{2}(x+1) - b = 0$ , to by znamenalo (po ekvivalentní úpravě), že  $x = 1$ , což nastává pro body  $B$  a  $B'$ , ve kterých se zřejmě přímky  $BK$  a  $B'K'$  neprotínají. Proto se dále omezíme bez újmy na obecnosti na  $x \in \langle -1; 1 \rangle$ . Upravujme tedy dále 2.12 ii)

$$t = \frac{-b}{\frac{b}{2}(x+1) - b} = \frac{-1}{\frac{1}{2}(x+1) - 1} = \frac{2}{1-x}$$

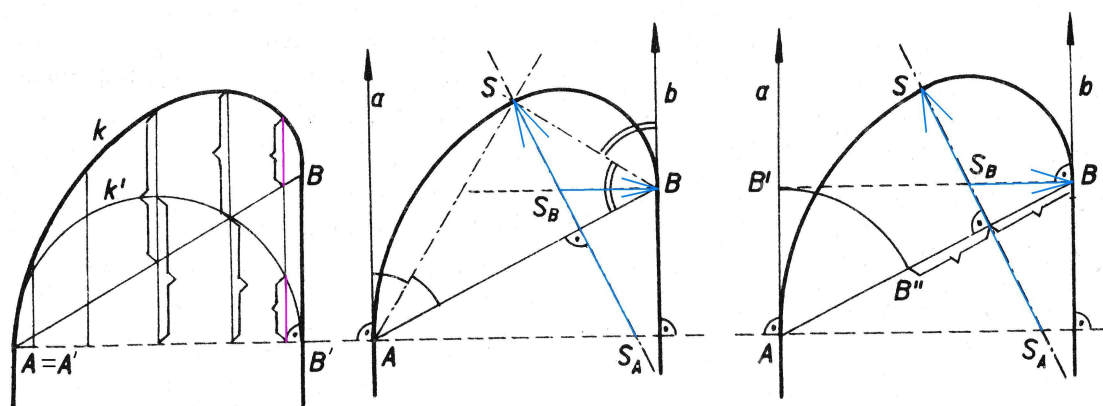
Dosadíme výsledek (2.12) za  $t$  do  $BK(t)$ , tím dostaneme parametrické vyjádření množiny průsečíků

$$(2.13) \quad p(x) = [ 1 + \frac{2}{1-x}(x-1), \frac{2}{1-x}\sqrt{1-x^2} ] = [ -1, \frac{2}{1-x}\sqrt{1-x^2} ]$$

Vidíme, že  $x$ -ová souřadnice vychází jako konstanta a na proměnné  $x$  závisí pouze  $y$ -ová souřadnice. Množina průsečíků  $p(x)$  jsou body ležící na přímce směru  $BB'$  procházející bodem  $A$ . Tímto způsobem vznikne afinní obraz kružnice  $k'$ , tedy  $k$  je částí elipsy (afinita je dána směrem  $B'B$ , osou - přímkou se směru afinity procházející bodem  $A$  a obrazem  $B' \rightarrow B$ ; afinitě, kdy směr afinity je shodný se směrem osy afinity, se nazývá elace).

Druhé dva oblouky jsou konstruované jako ovály, kdy poloha středů kružnic je nepatrně rozdílná. Ve druhém případě zkonstruujeme nejprve bod  $S$ , který leží na osách úhlů  $\angle aAB$  a  $\angle ABb$  (u  $a$  a  $b$  bereme v úvahu vyznačenou orientaci). Poté z bodu  $S$  vedeme kolmici na spojnici  $AB$ . Středů kružnic jsou průsečíky této kolmice a horizontálních přímek vedených body  $A$  a  $B$ . Ve třetím případě středů kružnic tvoří průsečíky kolmice na  $AB$  a horizontálních přímek vedené body  $A$  a  $B$ . Kolmici však vedeme středem úsečky  $B'B$ . Bod

$B''$  sestrojíme jako průsečík kružnice se středem v bodě A a poloměrem  $AB'$ .

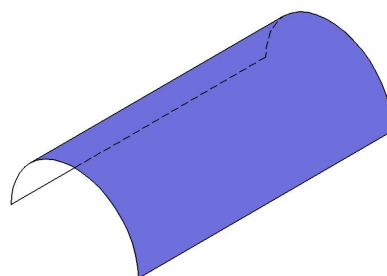


**Obrázek 2.15:** Stoupající oblouk kobydí hlava (převzato Drábek, K., Harant, F., Kepr, B., Menšík, M. [5], str. 116; upraveno autorkou).

Další používané oblouky naleznete v Příloze č. 1.

## 2.3 Geometrie základních typů kleneb

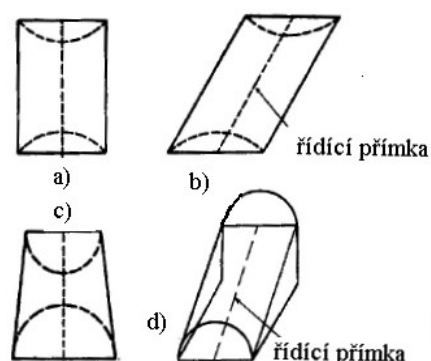
Nyní si uvedeme základní typy kleneb kromě novodobých kleneb z želebetonu. Jejich základní rozdělení je uvedeno v Příloze č. 2. U každého typu se budeme snažit popsat klenebnou plochu pomocí matematických ploch uvedených v Kapitole 1. Bude se jednat o schematický popis uvedený v technické literatuře, který využívá ve většině případů znalosti techniky vzdívání klenby. Pokud taková znalost chybí, je matematický popis pouhým aproximováním skutečnosti, který je možný až na základě přesného geodetického vyměření reálné klenby. Existují sice jistá zaměření kleneb, ale nejpresnější jsou zaměření pomocí 3D skeneru, která jsou v současné době úplnou novinkou a je tak zaměřen jen zlomek staveb. K přesnému matematickému zpracování údajů pak poslouží např. software Matlab, který je schopen s 3D skenerem komunikovat a naměřené hodnoty zpracovat. Během sbírání materiálů ke své diplomové práci jsem se s výsledky konkrétních zaměření nesetkala, proto nemohu přesně konstatovat, jaké plochy jsou na konstrukci některých hůře popsatelných klenebních částí použity.



**Obrázek 2.16:** Valená klenba -  
- rotační válcová plocha [8].

### A) Valená klenba

Valená klenba je tvořena plochou, která vzniká pohybem - translací křivky líce klenby. Na obr. 2.16 vidíme valenou klenbu s kruhovým lícem, konkrétně se jedná o rotační válcovou plochu, kdy translace půlkružnice probíhá ve směru kolmém na rovinu této křivky. Translace se však může odehrávat i v jiném směru než kolmém na rovinu lící křivky a křivkou může být jakýkoli z vyjmenovaných oblouků v oddělení 2.2 (obr. 2.17 a) rovná valená klenba – rotační válcová

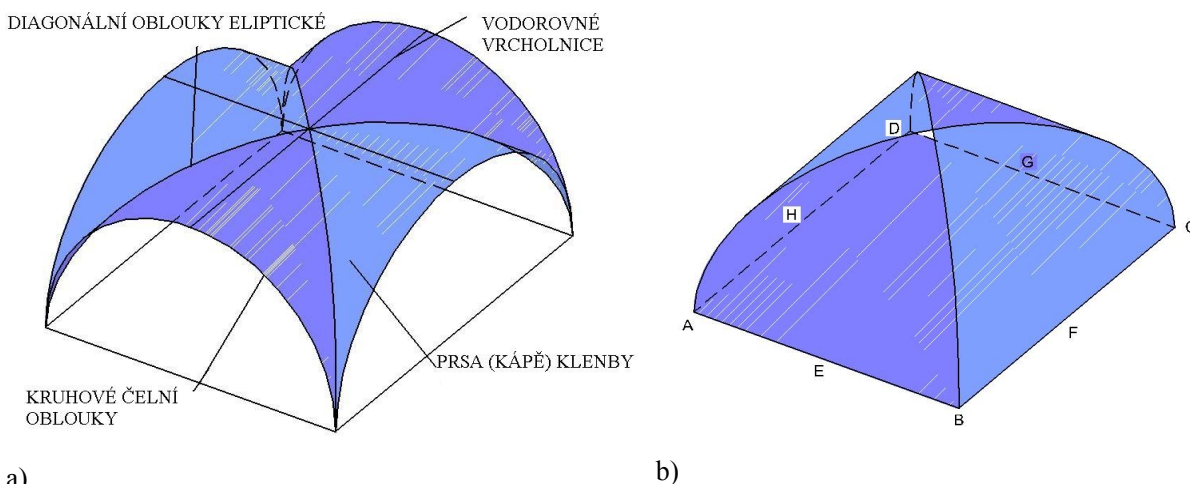


**Obrázek 2.17:** Typy valené klenby  
(prezentace profesora Hájka, P. [7]).

plocha, b) šikmá valená klenba – plocha šikmého válce a d) stoupající valená klenba – šikmá válcová plocha). Valená klenba se kladla na bednění z prken, která byla opřena o výklenky ve zdi tvaru líní křivky, o ramenáty a zeď. Jedná se tedy o přímkovou plochu (prkna jsou modelem přímek na ní). Obrázek 2.17 c) ukazuje kuželovitou valenou klenbu, kdy počáteční a koncový líc klenby jsou kružnice o různých poloměrech a spojnice jejich středů je kolmá na obě roviny kružnic, tedy plocha je částí rotační kuželové plochy.

## B) Křížová a klášterní klenba

Obě tyto klenby v základní podobě vznikají z částí několika valených kleneb (V technické literatuře nesprávně uvádějí, „že vzniká pronikem několika valených kleneb“. Průnik několika valených kleneb ale není zde myšlená plocha, nýbrž průniková křivka či bod). Nejjednodušší je klenba tvořena částmi dvou stejných rotačních válcových ploch s různoběžnými na sebe kolmými osami. Tyto plochy se podél průnikových křivek, v tomto případě elips (jedná se o rovinný řez rotační válcovou plochou), rozpadají na dvě klenebně použitelné části - klenbu křížovou s rovnými vrcholnicemi a na klenbu klášterní uzavřenou (obr. 2.18).

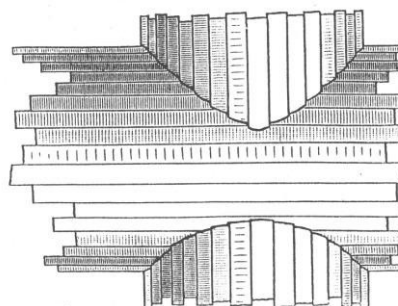


a)

b)

**Obrázek 2.18:** a) křížová klenba s vodorovnými vrcholnicemi, b) klášterní uzavřená klenba; (převzato z [8]).

Válcové plochy mohou mít i různý poloměr, takové zaklenutí se nejčastěji objevuje u okenních záklenků, které jsou napojeny na jednu stropní klenbu. Těmto záklenkům se říká lunety. Situaci nám popisuje obr. 2.19, kde je zobrazeno bednění takového klenutí. Průnikem válcových ploch jsou dvě prostorové křivky  $2^\circ$  (válcové plochy jsou  $2^\circ$ , průnik je tedy  $4^\circ$ , jelikož se rozpadá na 2 křivky, tak ty jsou v součtu  $4^\circ$ ). Jejich parametrické vyjádření  $P(t)$  může získat následovně: Volme v rovině  $xz$  kružnici  $k(t)$  s poloměrem  $r$  a středem v počátku KSS a kružnici  $k'(v)$  v rovině  $yz$  s poloměrem  $s$  a také středem v počátku KSS. Parametrická vyjádření rotačních válců s těmito řídicími kružnicemi jsou:

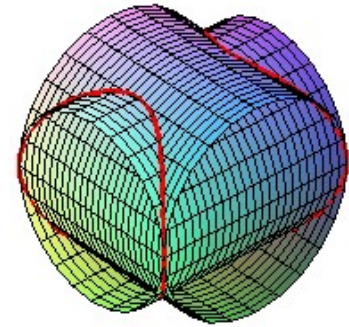


**Obrázek 2.19:** Bednění pro zaklenutí plochou průniku dvou rotačních válců o různých poloměrech (převzato Breymann, G. A. [12], str. 190).

$$(2.14) \quad \begin{aligned} V(t, u) &= [r \cdot \cos(t), u, r \cdot \sin(t)], t \in \langle 0, 2\pi \rangle, u \in \langle -s, s \rangle, \\ V'(v, w) &= [w, s \cdot \cos(v), s \cdot \sin(v)], v \in \langle 0, 2\pi \rangle, w \in \langle -r, r \rangle. \end{aligned}$$

Pro průnik musí platit zároveň:

$$(2.15) \quad \begin{aligned} r \cdot \cos(t) &= w \\ u &= s \cdot \cos(v) \\ r \cdot \sin(t) &= s \cdot \sin(v) \end{aligned}$$



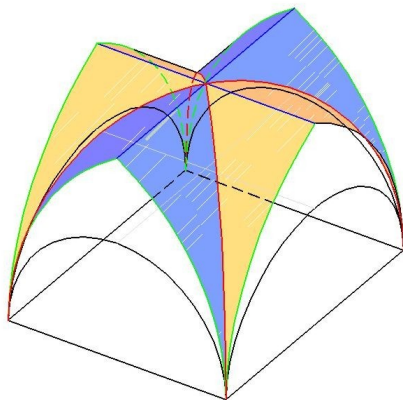
Př.  $r = 35, s = 40$

Nechť  $r < s$ . Průnikovou křivku budeme parametrizovat pomocí parametru  $t$ , ostatní proměnné vyjádříme na základě tohoto parametru:

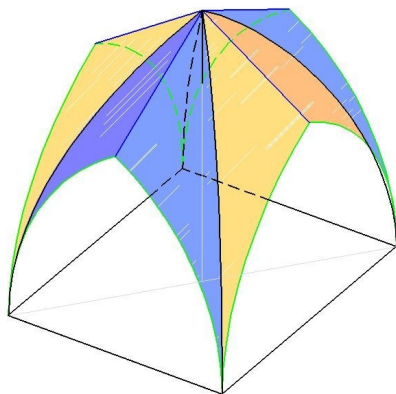
$$(2.16) \quad w = r \cdot \cos(t), v = \arcsin\left|\frac{r}{s} \sin(t)\right|, u = \pm s \cdot \cos\left(\arcsin\left|\frac{r}{s} \sin(t)\right|\right).$$

Parametrické vyjádření společných křivek je tedy:

$$(2.17) \quad P(t) = [r \cdot \cos(t), \pm s \cdot \cos\left(\arcsin\left|\frac{r}{s} \sin(t)\right|\right), r \cdot \sin(t)], t \in \langle 0, 2\pi \rangle.$$



**Obrázek 2.20:** Křížová klenba s lomenými čely, rovnými vrcholnicemi a kruhovou diagonálou (převzato z [8]).

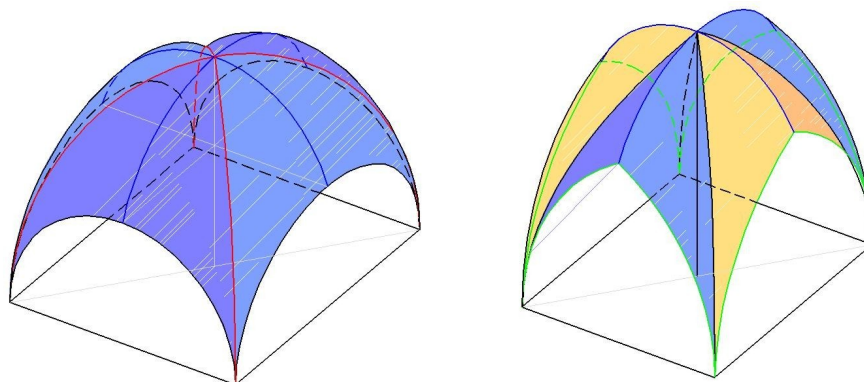


**Obrázek 2.21:** Křížová klenba s lomenými čely a šikmými vrcholnicemi a lomenou diagonálou (převzato z [8]).

Pro tyto klenby muselo být vytvořeno bednění, což bylo technicky i časově náročné. Pokrokem bylo započítání stavby klenby od průnikových křivek a vrcholnic (pasy). Zbytek klenby mezi pasy (prsa klenby) byl po jejich dostatečném zpevnění dovyzděn pomocí prkenného ložení opírajícího se o pasy či je jen vyzděn od ruky (viz. Příloha č. 3). Nový způsob vyzdívání otevřel řadu variací v použití různých křivek pro čela, diagonálu a vrcholnici klenby a různého tvaru půdorysu.

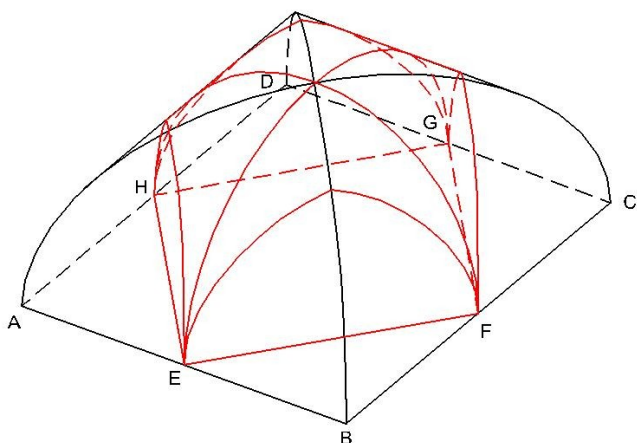
Na obrázku 2.20 vidíme variaci: čtvercový půdorys, diagonála kruhová, vrcholnice rovné a čela lomené oblouky. Oko by nám mohlo napovídat, že se jedná o části několika rotačních válcových kleneb, tak tomu ale není, neboť diagonála by pak nebyla kružnicí, ale křivkou složenou z částí elips (obr. 2.18). Jedná se tedy o jiné plochy, které identifikujeme díky ložení prken. To zde může být tvořeno vodorovnými přímkami spojující body poloviny diagonály a kružnice lomeného oblouku, anebo přímkami, které protínají danou polovinu diagonály a kružnici lomeného oblouku a jsou rovnoběžné s rovinou vedlejšího lomeného oblouku. V obou případech se jedná o cylindroidy (viz. Kapitola 1), které ale nejsou, díky jiné volbě řídicí roviny, shodné.

Pro další podobné situace je plocha prsa opět tvořena částmi přímkových ploch (přímky = prkna), kdy jejich řídicí prvky jsou rovina podlahy či rovina čela a křivky diagonály a čela, anebo rovina podlahy či čela a křivky diagonály a vrcholnice. Ve všech případech jsou pro přímkové plochy řídicími prvky dvě křivky a rovina, proto plochy, které tvoří klenbu, jsou cylindroidy nebo konoidy, kdy speciálně je jedna z řídicích křivek přímka. Prsa klenby však mohou být tvořena částí konoidu a cylindroidu. Takovou situaci můžeme vidět na obr. 2.21. Cylindroid je dán křivkou čela a diagonály a řídicí rovinou podlahy a konoid je dán přímkou tvořící vrcholnici, křivkou diagonály a řídicí rovinou podlahy. Toto však nenastane, pokud zvolíme jinou řídicí rovinu, tedy prkna budeme ložit v jiném směru.



**Obrázek 2.22:** Křížové klenby s kruhovými vrcholnicemi (převzato z [8]).

U klenby s čely i diagonálou kruhovou a kruhovými vrcholnicemi (obr. 2.22) by prsa klenby mohla být za jistých podmínek tvořena částí kulové plochy (osy kružnic diagonály, čela a vrcholnice se musí protnout v jednom bodě, aby čelo, diagonála a vrcholnice tvořily sférický trojúhelník). Otázkou však zůstává, jak tuto plochu zedníci konstruovali, zvláště, pokud čela byla eliptická či tvořena oblouky. Možností může být řešení, kdy plocha prsa je rozdělena na dva rozdílné cylindroidy. První cylindroid je dán polovinou čela, částí diagonály a rovinou půdorysu a druhý zbytkem diagonály, vrcholnicí a také rovinou půdorysu.

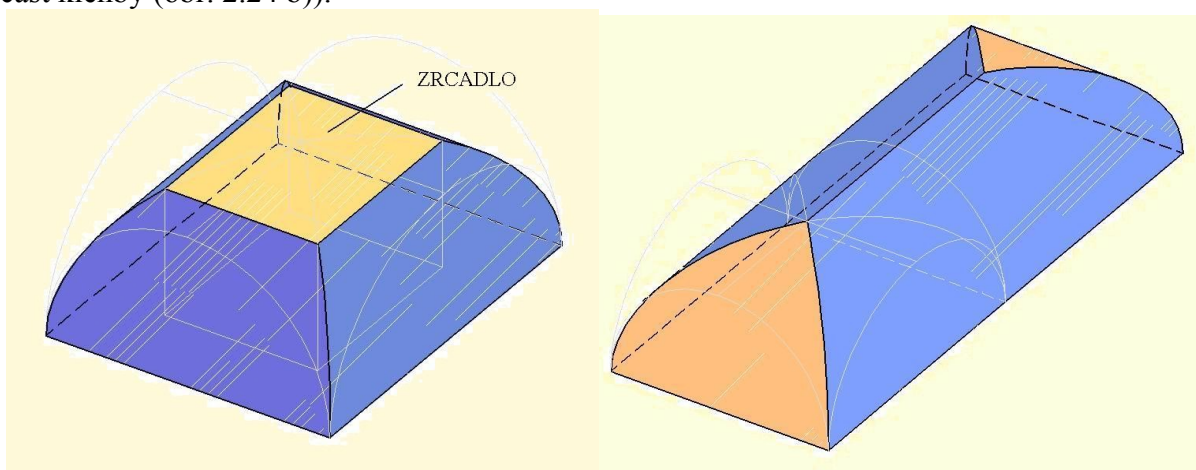


**Obrázek 2.23:** Klášterní klenba otevřená ([8]).

Další klenbou je klášterní klenba. Její části jsou tvořeny částmi několika rotačních válcových ploch nebo rovinou. První nad čtvercovým půdorysem je klášterní klenba uzavřená, která je na obr. 2.18 b). Z ní pak odříznutím 4 částí rovinami kolnými na rovinu půdorysu získáme klenbu klášterní otevřenou (obr. 2.23). Diagonální oblouky jsou kruhové, vrcholnice jsou části elips a stejně tak čelní oblouky jsou části elips (vychází z řezů a vzájemných průniků válcových ploch, které tuto klenbu tvoří).

Další klášterní klenbou je zrcadlová klenba. Dostaneme ji odříznutím horní části uzavřené klášterní klenby rovinou rovnoběžnou s rovinou podlahy (obr. 2.24 a)). Obdobně dostaneme poslední klenbu takového typu a to klenbu neckovou, která vzniká z uzavřené klášterní klenby „protažením“ jedné z rotačních válcových ploch, tvořících

část klenby (obr. 2.24 b)).



a)

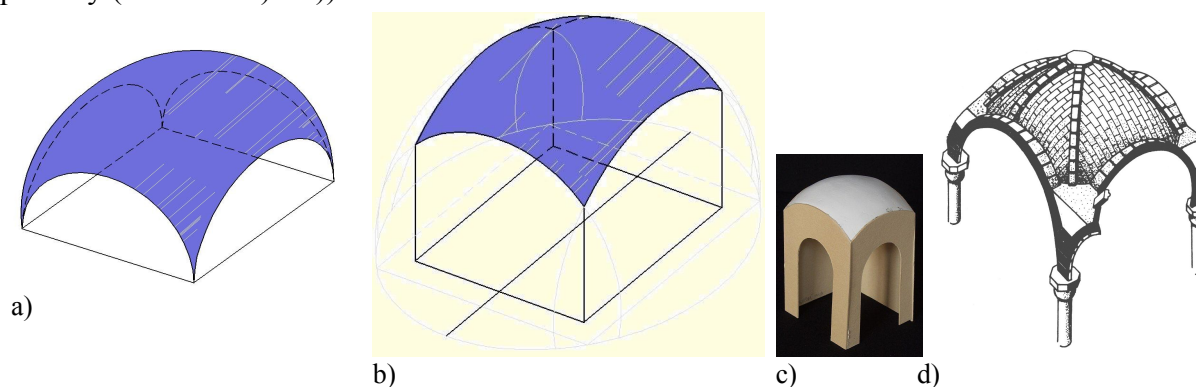
b)

**Obrázek 2.24:** Klášterní klenba, a) zrcadlová klenba, b) necková klenba; (převzato z [8']).

Nejsložitější a nejpokročilejší formou křížové klenby je klenba žebrová. Konstrukce je shodná s konstrukcí křížové klenby, avšak síť žebor (u křížové klenby pasů) je daleko složitější. Podle ložení a tvaru žebor se rozlišuje klenba hvězdová (půdorys žebor je ve tvaru hvězdy), síťová (půdorysem je síť úseček), kroužená (půdorysem jsou části kružnic), sklípková (zvláštní typ síťové klenby, kdy některá ze žebor jsou prolomena na opačnou stranu než ostatní a spojením vzniknou v klenbě jakési sklípky). Žebra jsou složena z přesně opracovaných kamenů, které na sebe hladce navazují, a vytváří tak křivky. U kroužené klenby ve Vladislavském sále na Pražském Hradě byla na základě vyměření 3D skenerem zjištěno, že žebra jsou části kružnic jak v půdorysu tak i v prostoru (doc. Dr. Ing. Karel Pavelka). Na základě toho se domnívám, že naši předci důmyslně konstruovali žebra z částí známých a dobře zkonstruovatelných křivek.

### **C) Česká klenba**

Česká klenba je klenba nad čtvercovým půdorysem tvořena polosférou, se středem ve středu půdorysu a průměrem diagonály půdorysu, seříznutou rovinami kolnými na rovinu podlahy obsahující jeho strany (obr. 2.25 a)). Česká placka je část české klenby nad pravoúhlým půdorysem, která vzniká jejím dalším seříznutím rovinami kolnými na rovinu podlahy (obr. 2.25 b) a c)).



a)

b)

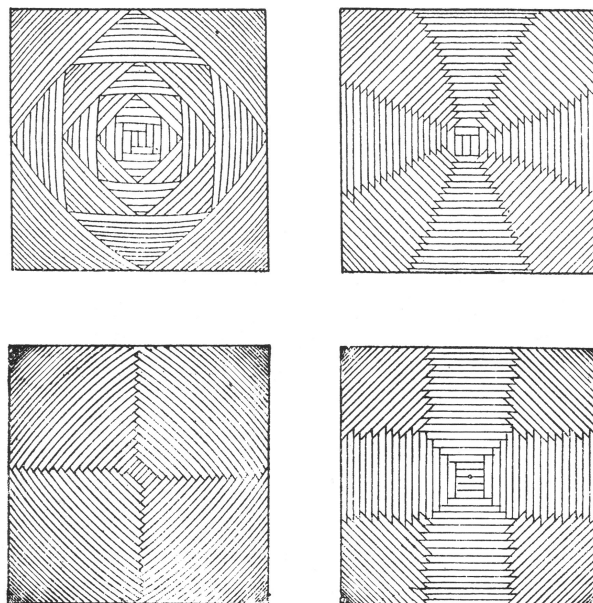
c)

d)

**Obrázek 2.25:** a) česká klenba, b), c) a d) česká placka; (převzato z [8'] a Lipanská, E. [10], str. 20).



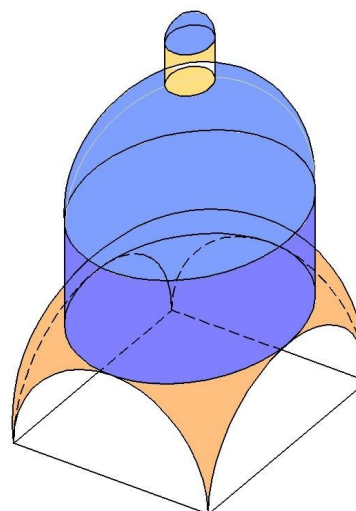
České klenby (polosféry) menších rozměrů byly setrožovány pomocí tyče na kloubu, upevněném ve středu polosféry. Vyzdívání se pak provádělo bez bednění po vodorovných vrstvách cihel, které se kladly na konec tyče a prohazovaly se maltou. Po ztuhnutí jedné vrstvy cihel se pak vyzdívala další řada. Další možnosti vyzdívání můžeme vidět na obr. 2.26.



## D) Kupole

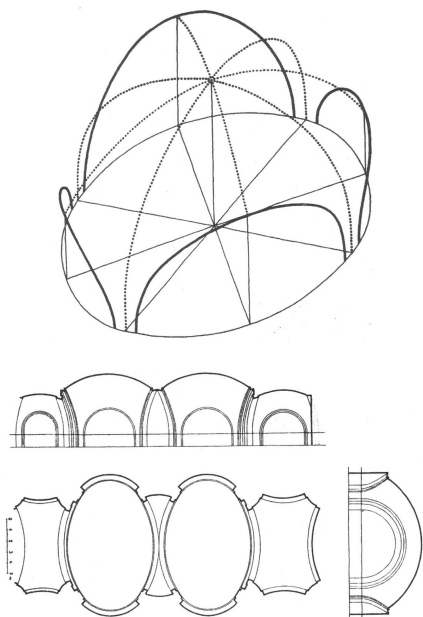
Kupole nad kruhovým či čtvercovým půdorysem je polosférická klenba. Přechodová plocha od čtvercového půdorysu k rovníku polosféry (pendativ) je tvořena částí české klenby nebo české placky (obr. 2.27 – pendativ žlutě, tmavě modře přechod od pendativu ke kupoli - rotační válcová plocha, modře kupole – polosféra, lucerna je pak tvořena žlutě válcovou plochou a modře polosférou). Kupole však vnikají také nad eliptickým a oválným půdorysem. Pokud jsou nad eliptickým půdorysem, může se jednat o afinní transformaci kulové plochy. U oválného půdorysu je situace ještě složitější. Důležitým geometrickým prvkem jsou pasy takové klenby, které by mohly o konstrukci leccos napovídat. Modely sférické klenby s pasy můžeme vidět na obr. 2.25 d) a na obr. 2.28. Na obr. 2.25 d) si všimněme, že její další vyzdívání se neděje pomocí ramenátu, nýbrž zřejmě pouze od ruky (způsoby uvedeny na obr. 2.26). Výhodou je i rychlost jejího postavení, když ztvrdlá malta mezi pasy, mohla se klenba dostavět najednou a nemuselo se čekat, až ztvrdnou jednotlivé řady cihel. Obrázek 2.28 je zajímavý tím, že jsou zde použity tzv. vykláněné pasy, neboli prostorové křivky stupně vyššího než  $2^\circ$ , jejichž půdorys je částí půdorysného oválu (tučně). Další pasy (slaběji), které jsou nad spojnicí vedlejších vrcholů oválu, spojnicí hlavních vrcholů oválu a nad „diagonálami“ jsou zřejmě rovinné křivky (v půdorysu jsou to úsečky). Z nárysu a půdorysu této klenby se ukazuje, že se dokonce jedná o kružnice. Pokud při konstrukci částí mezi pasy byla použita prkna, může se jednat o některé přímkové plochy z Kapitoly 1, kde dva řídicí prvky jsou právě kružnice.

**Obrázek 2.26:** Možnosti vyzdívání české klenby (převzato Lipanská, E. [10], str. 40).



**Obrázek 2.27:** Kupole na pendativech nad čtvercovým půdorysem s lucernou (převzato z [8]).

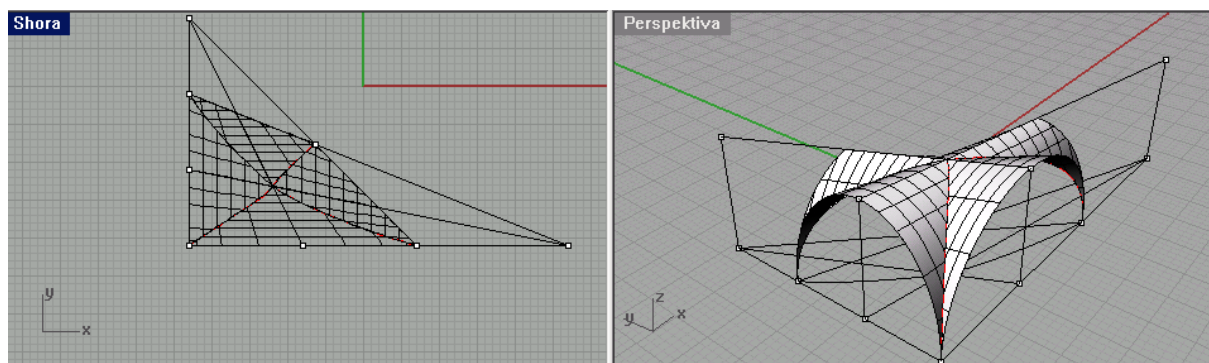
## E) a F) Konoidální a cylindroidální klenba



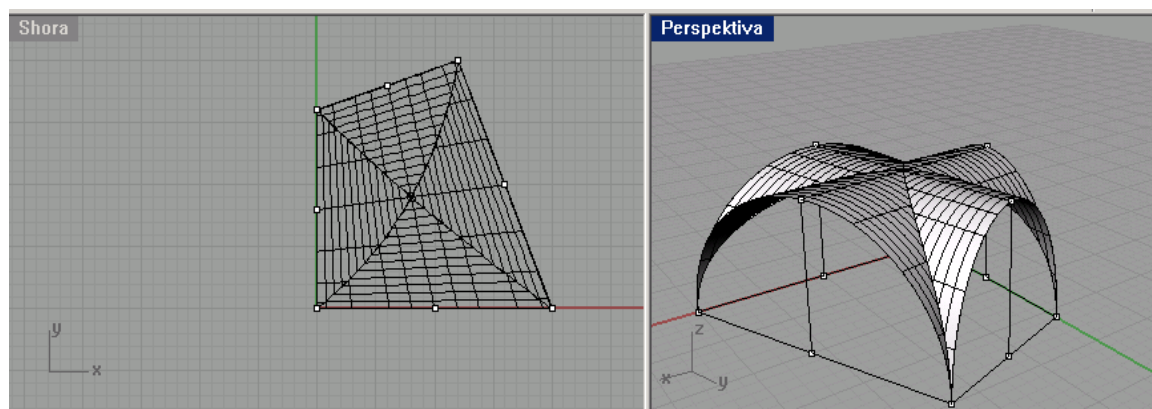
**Obrázek 2.28:** Kupole nad oválným půdorysem s vykláněnými pasy (Opařany), (převzato Lipanská, E. [10], str. 20).

cylindroid  $4^\circ$ , průnik tedy  $16^\circ$ ).

Tyto klenby vznikají jako části dvou konoidů resp. cylindroidů. Jedná se o zaklenutí nepravidelného čtyřúhelníku, kdy je požadavek, aby všechna čela klenby měla stejnou výšku. Pro konoidální klenbu mějme dán půdorys a dvě sousední čela. Každý z konoidů je určen vždy jednou křivkou čel, rovinou podlahy a přímkou kolmou na tuto řídicí rovinu v bodě, ve kterém se protínají přilehlé přímky půdorysu k volenému čelu (obr. 2.29). Pro cylindroidální klenbu mějme dán půdorys a všechna čtyři čela. Každý z cylindroidů je tak určen rovinou podlahy a dvěma křivkami vždy protilehlých čel (obr. 2.30). Výhodou tohoto zaklenutí je, že v obou případech jsou prkna volena rovnoběžně s rovinou podlahy. Nevýhodou konoidální klenby je ale, že zbývající dvě čela jsou křivky vzniklé rovinným řezem konoidů (rovina kolmá k rovině podlahy obsahující zbývající úsečky půdorysu) a ne výše popsané oblouky v části 2.1. Další nevýhodou konoidální i cylindroidální klenby jsou její průnikové křivky, které jsou dvě prostorové křivky v součtu  $16^\circ$  (konoid i



**Obrázek 2.29:** Konoidální klenba – tvořena částmi dvou konoidů.



**Obrázek 2.30:** Cylindroidální klenba – tvořena částmi dvou cylindroidů.

### **G) a H) Šestidílná a pětídílná klenba**

Tyto dvě klenby jsou ve své podstatě „křížové“ klenby nad pětídílným resp. šestidílným půdorysem. Půdorysem je pětiúhelník resp. šestiúhelník, anebo obdélník či čtverec, jehož jedna strana resp. dvě protilehlé strany jsou rozděleny na dvě shodné části. Nad každou částí ve vertikální rovině se nachází lomený oblouk, který je čelem klenby (obr. 2.31 a), b)). Pro jejich konstrukci platí vše, co pro klenby křížové.



a)

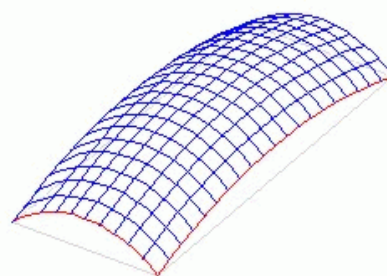


b)

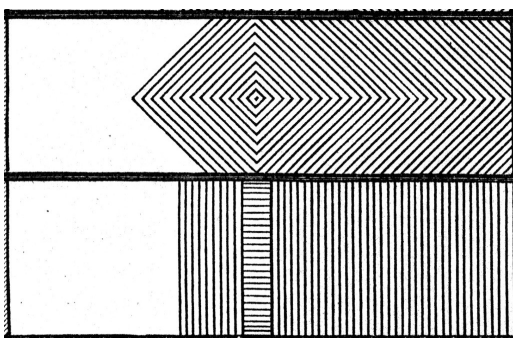
**Obrázek 2.31:** a) pětídílná klenba, b) šestidílná klenba (převzato z [8]).

### **I) Pruská klenba**

V baroku a klasicismu hojně používanou klenbou nad obdélným půdorysem je pruská klenba. Líce klenby tvoří kružnice nebo její části či ovály. Naproti sobě jsou vždy shodné křivky. Geometricky vzniká tato plocha posunem líce kratší strany obdélníka po křivkách líců delších stran obdélníka tak, že rovina posouvajícího se líce je stále rovnoběžná s rovinou protilehlého líce a koncové body posouvající se křivky leží na posuvných křivkách (obr. 2.32).



**Obrázek 2.32:** Pruská klenba.



a)



b)

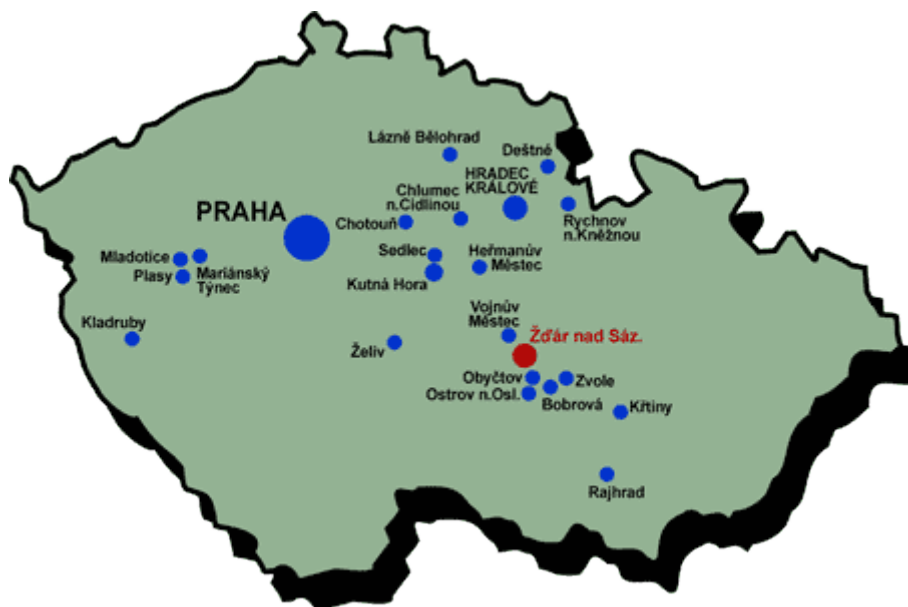
**Obrázek 2.33:** a) možnosti vyzdívání pruské klenby, b) posuvný ramenát k sestrojení pruské klenby (model pohybující se křivky) (a) i b) převzato z Breymann, G. A. [12], str. 187).

## Kapitola 3

### Jan Blažej Santini Aichel

#### 3.1 Život a dílo

Jan Blažej Santini Aichel (\*4. 2. 1677 v Praze, †7. 12. 1723 v Praze) byl jeden z nejvýznamnějších českých architektů. Byl příslušníkem třetí generace rodiny zedníků a kameníků Aichelů trvale usazené a naturalizované v českých zemích. Díky jeho tělesné vadě, která mu zamezovala pracovat v otcově kamenické dílně, se vyučil malířem. Kolem roku 1696 podnikl cestu přes Rakousko až do Itálie, kde se seznámil se slavnou italskou architekturou. Největší inspirací mu byla díla slavného italského barokního architekta Francesca Borrominiho, představitele dynamického baroka. Po návratu do Čech se Santini seznamuje s díly B. Fischera z Erlachu a Jana Baptisty Matheye, kterým byl do jisté míry pokračovatelem. Sám jako architekt začíná pracovat v roce 1703. V domácím prostředí však dominuje síla gotizmu, jako myšlenkový a symbolický návrat k době předbělohorské, přímo pak k době Karla IV., jako připomenutí minulé slávy. První Santiniho zakázkou je rekonstrukce gotického chrámu v Sedlci u Kutné Hory. Zde spojením oslavované gotiky a nově nabytých barokních principů vzniká jeho osobitý styl ve formě barokní gotiky, který díky jeho malířskému cítění dostává neobvyklé rozměry. Santini se proto ve srovnání s jinými evropskými architekty své doby vymyká. I přesto byl na několik staletí zapomenut a až v nedávné době znovuobjeven několika kunsthistoriky, jako byl např. pan profesor Mojmir Horyna, který v roce 1998 vydal Santiniho monografii. Zkoumání jeho díla však stále pokračuje a je zveřejněn pouze zlomek ověřených hypotéz o principu konstrukce jeho staveb.



Obrázek 3.1: Nejvýznamnější díla J. B. Santiniho – Aichla [9].

Investory Santiniho zakázek byly převážně opati stojící v čele cisterciáckých klášterů (Sedlec, Žďár nad Sázavou, Plasy, Mariánská Týnice), premonstrátských klášterů (Želiv u Humpolce) a benediktinských klášterů (Kladruby u Stříbra, Rajhrad, Panenské Břežany). Stavěl však i světské stavby jako je zájezdní hostinec v Ostrově nad Oslavou, hospodářský

dvůr Lyra a hostinec ve Žďáře nad Sázavou, zámek Karlova Koruna v Chlumci nad Cidlinou, přístavbu zámku v Rychnově nad Kněžnou aj.. (Seznam všech Santiniho děl je v Příloze č. 4). Jeho stavby ukrývají vždy určitou symboliku, která byla někdy záměrem samotného Santiniho, ale převážně jednotlivých investorů. Z gotiky vybíral formy přímo vyjadřující zamýšlené významy, takže sblížoval symboliku tvaru se zobrazujícím principem. Gotismus a ikonismus se staly nerozlučně spjatými aspekty Santiniho uměleckého vyjadřování. Jako nejstěžejnějším symbolem je světlo - světlo věčnosti, které nechybí ani v jedné z jeho staveb. Interiéry staveb jsou často zdobeny pouze souborem linií v podobě žebroví či zakončení ploch římsovým a samotným členěním, které až magicky rozehrávají hru se světlem. Mállokdy jsou díla zdobena rozlehlými freskami, je tomu pouze u kopulí nad křížením lodí a nebo pak ve Křtinách a Rajhradě. Tímto je mezi ostatními barokními architekty výjimečný, neboť čistě barokní díla jsou většinou ponurá a založena na monstróznosti a bohaté výzdobě.

### 3.2 Číselná symbolika v Santiniho stavbách

Číselné symboly, které se v Santiniho díle objevují nejčastěji v podobě geometrických obrazců, mají přímou souvislost se symbolikou tehdejší církve. Objevují se tedy převážně v jeho církevních stavbách. Začneme číslem 3, které vyjadřuje svatou trojici. Objevuje se ve tvaru rovnostranného trojúhelníku v půdorysu a to na kapli sv. Anny v Pannenských Břežanech (zde také zasvěcení sv. Anně Samotřetí) nebo nerealizované kapli v Rozsochatci, na oknech v podobě sférických trojúhelníků (Zelená hora u Žďáru nad Sázavou) a trojlístů (Sedlec u Kutné Hory). Dalším důležitým číslem je číslo 5 – pět ran Kristových. Je nejvíce použito v kostele sv. Jana Nepomuckého na Zelené hoře u Žďáru nad Sázavou, neboť je také symbolem samotného světce. Údajně při mučednické smrti Jana Nepomuckého vyšlo na nebi 5 hvězd. Kostel je postaven na půdorysu pěticípé hvězdy s pěti vchody a pěti oltáři trojúhelníkovými a pěti oválnými. Na centrální kopuli je pět lunet a je zdobena deseticípou hvězdou. Kostel obklopuje hřbitov lemovaný ambity ve tvaru deseticípé hvězdy s pěti pětiúhelníkovými kaplemi a pěti čtvercovými branami. I číslo 10 zde hraje symbolickou roli, deseticípá hvězda mariánská, která zde nejspíše tvoří připomenutí založení kláštera ve Žďáře nad Sázavou. Deset je Božích přikázání, součet prvních čtyř čísel (součet prostorů dimenze 1, 2, 3 a 4 (nadpozemský)), který je chápán jako univerzum světa, desátého dne po nanebevstoupení Krista sestoupil Duch svatý... Význam čísel 10 a 5 je také v samotné geometrii desetiúhelníku a pětiúhelníku, neboť poměr strany pravidelného desetiúhelníku a poloměru jeho kružnice opsané a poměr strany pětiúhelníka a jeho úhlopříčky jsou v poměru zlatého řezu ( $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ ).

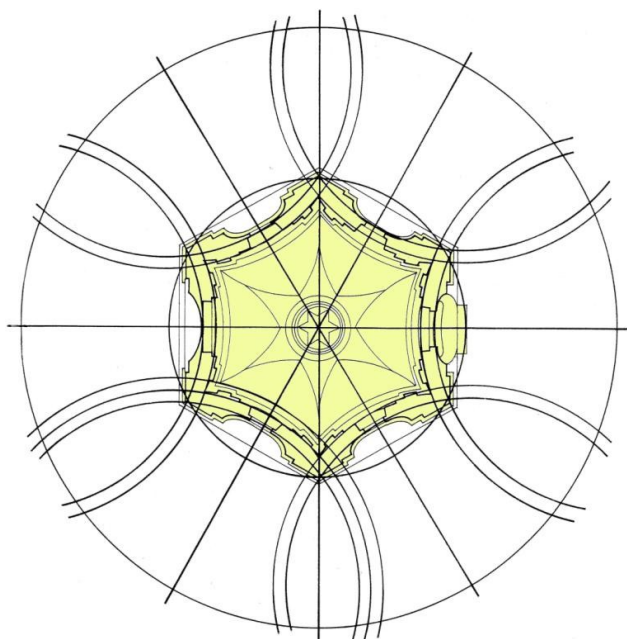
Číslo 6 je kosmické číslo – šest dní, v nichž byl stvořen svět. Šesticípé hvězdy a šestiúhelníkový půdorys nalezneme například na kapli Jména Panny Marie v Mladoticích. Hvězdy jsou rozmístěny po celé kapli včetně dekoru na její klenbě. Z dvou šesticípých hvězd se společným středem můžeme pootočením jedné o 30° okolo středu získat hvězdu dvanácticípou. Číslo 12 pak vyjadřuje Pannu Marii jako apokalyptickou ženu s korunou o dvanácti hvězdách kolem hlavy, nebo božské číslo, jímž se měří nebeské sféry. Dvanáct hvězd na hlavicích pilastrů zde může i znamenat dvanáct cisterciáckých mnichů, kteří podle řeholní tradice zakládali nový klášter.

### 3.3 Geometrie v půdorysech Santiniho staveb

Půdorysy Santiniho novostaveb vznikaly ve většině případů ze sítě kružnic. Znalci se domnívají, že jakákoli vzdálenost byla konstruována geometricky ze základního kružnicového vzorce. Santiniho znalost geometrie zřejmě vychází od jeho kamenických předků, neboť ti používali tzv. kamenické značky, které byly tvořeny částmi jistého geometrického vzorce. Jejich zkonstruováním se kameník prokazoval, že je příslušníkem určitého kamenického cechu. Inspirace pro půdorysy kromě symbolů nacházel v chrámu sv. Víta na Pražském Hradě, ve kterém strávil se svým otcem dětství, a ve stavbách F. Borrominiho, G. Guariniho a J. B. Fischera von Erlach. Uvedme si nyní nejzajímavější půdorysy Santiniho novostaveb. Jedná se o centrální stavby, které byly v době vzniku v Čechách úplnou novinkou a souvisí s myšlenkou baroka jako spojení nebe a země jednou vertikálou. Jsou souměrné minimálně podle jedné osy, což byl další uplatňovaný barokní prvek.

#### **Kaple Jména Panny Marie v Mladoticích**

Půdorys šestihránné kaple je pravidelný šestiúhelník, který je vepsán do kružnice o poloměru 10,5 lokte (zřejmě pražský loket = 0,5976 m [10']) se středem uprostřed kaple. Na soustředné kružnici o dvojnásobném poloměru leží na průsečících os jednotlivých polí obvodových zdí středy šesti kružnic, které určují průběh vnějších obvodových stěn kaple. Jejich poloměr je dán vzdáleností středu a nejbližšího vrcholu šestiúhelníka, což je  $\sqrt{(5 - 2\sqrt{3})} \cdot 10,5 \approx 13$  loktů. S nimi soustředná kružnice o poloměru 14 loktů určuje průběh vnitřních obvodových stěn (dle Kaple jména Panny Marie v Mladoticích - brožura [19]) (obr. 3.2 a)). Inspiračním zdrojem mu byl Borrominiho kostel S. Ivo alla Sapienza v Římě (obr.3.2 b)).



a)

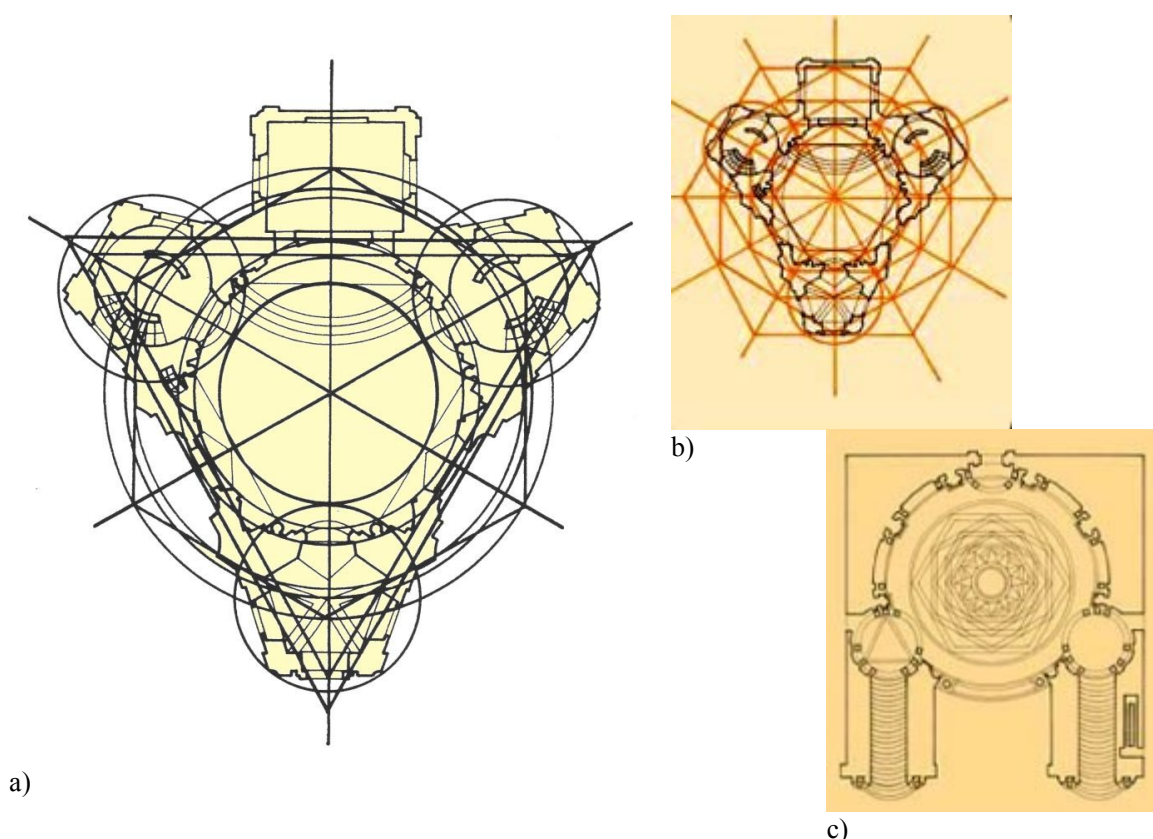


b)

**Obrázek 3.2:** a) Půdorysné schema kaple v Mladoticích, rekonstrukce podle M. Horyny ([9], str. 136), b) kostel S. Ivo alla Sapienza v Římě (převzato [11']).

### Kaple sv. Anny v Panenských Březanech (severně od Prahy)

Na první pohled trojboká kaple s půdorysem o základu rovnostranného trojúhelníku je konstruována pomocí soustředných kružnic se středem v centru celé stavby (obr. 3.3 a)). Kružnice opsaná celé stavbě (rovnostrannému trojúhelníku) má poloměr 18 loktů, nejmenší ze soustředných kružnic má 7 loktů a tvoří vnitřní centrum stavby. Vnitřní stěny leží na kružnici o poloměru přibližně 8,5 lokte a některé vnější na kružnici o poloměru 10 loktů. Na ní navazují 3 kružnice o poloměru 6 loktů se středem průniku kružnice o poloměru 13 loktů a os trojúhelníka, které jsou kružnicemi opsanými pravidelným pětiúhelníkem, jež tvoří boční ramena dispozice. Dalším polygonem je pravidelný šestiúhelník vepsaný do soustředné kružnice o poloměru 14 loktů, který je částečně opsán lodi kaple a na jehož stranách leží vždy dva vrcholy z každého pětiúhelníku. Dle M. Horyny lze z této základní konstrukce dalšími pomocnými kružnicemi a pootáčením šestiúhelníku nalézt určující body, linie a poměry dalších členitostí půdorysu (viz. např. obr. 3.3 b)). (Horyna, M., [9], str. 227) Ekvivalentem může být kaple Sta Sidone v Turíně (obr. 3.3 c)).

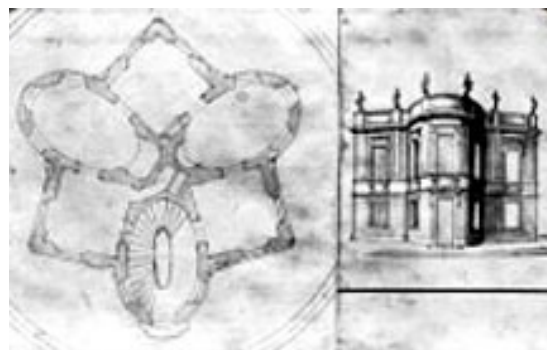
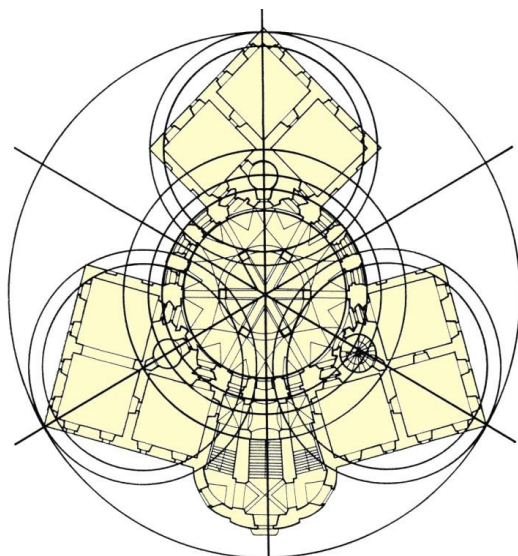


**Obrázek 3.3:** a) Rekonstrukce půdorysu kaple sv Anny v Panenských Březanech (Horyna, M. [9], str. 159), b) rekonstrukce stejného půdorysu postupným vepisováním šestiúhelníků ([11']), c) půdorys kaple Sta Sidone v Turíně ([11']).

### Zámek Karlova Koruna v Chlumci nad Cidlinou

I zde je základem pro konstrukci půdorysu síť kružnic (obr. 3.4 a)). Ústřední kruhové jádro je tvořeno kružnicí se středem v centru stavby. Ke konstrukci ostatních částí je využito několika dalších s ní soustředných kružnic. Na průniku jedné z nich a 3 os symetrie celé stavby jsou středy opsaných kružnic 3 čtvercům, které s ústředním jádrem tvoří tělo půdorysu. Stavba pak vzniká jako průnik středního válce a tří nakoso vložených pravidelných

čtyřbokých hranolů. Inspirací byla Santinimu jistě díla J. B. Fischera von Erlach a to konkrétně návrh zahradního altánu z roku 1694, jehož realizace je v parku zámku v Klesheimu u Salzburgu (obr. 3.4 b)).



a)

b)

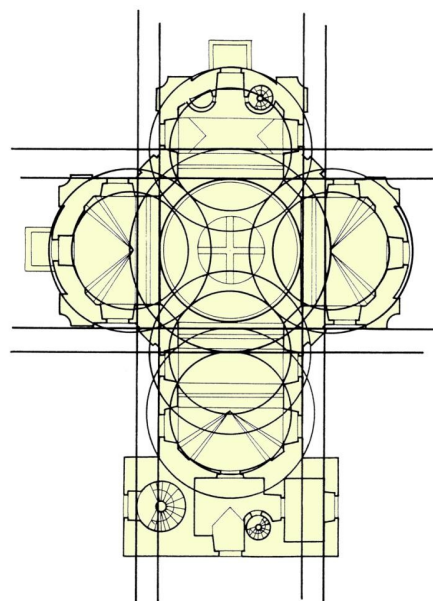
**Obrázek 3.4:** a) Geometrická konstrukce půdorysu zámku Karlova Koruna v Chlumci nad Cidlinou (Horyna, M. [9], str.179), b) J. B. Fischer von Erlach, návrh zahradního altánu (převzato z [11']).

### **Kostel sv. Václava ve Zvoli**

Základem půdorysu je řecký kříž, který je u svého východního zakončení doplněn o polovinu shodného čtverce s čtverci základního obrazce (obr. 3.5). Zbytek částí je opět sestrojen pomocí vepsaných a opsaných kružnic. V půdorysné skladbě patří k jednodušším Santiniho dílům. Zajímavý je však jednoduchým geometrickým rozvinutím klasického řeckého kříže, jenž se využíval jako symbolický tvar půdorysů gotických chrámů. Uvádím ho také jako příklad necentrální stavby.

### **Poutní kostel Zvěstování P. Marie a cisterciácké proboštství v Mariánské Týnici (Mariánském Týnci)**

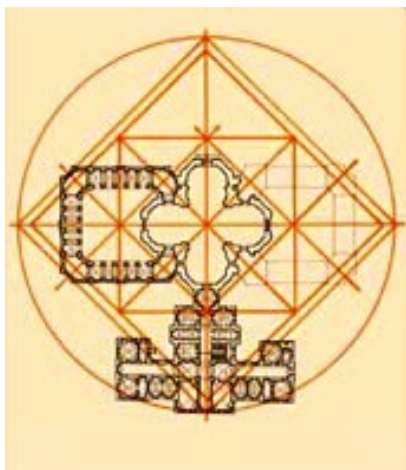
Půdorys komplexu v Mariánské Týnici (Mariánském Týnci) vznikl z výchozího půdorysu kostela ve tvaru řeckého kříže metodou kvadriangulace (kvadratury) – postupné vpisování čtverců vždy pootočených oproti původnímu čtverci o 45° (obr. 3.6 a) a c)). Tento vytyčovací postup byl běžně užíván při budování gotických katedrál (geometrize nekonečna), jejichž výškové vyvinutí bylo opět



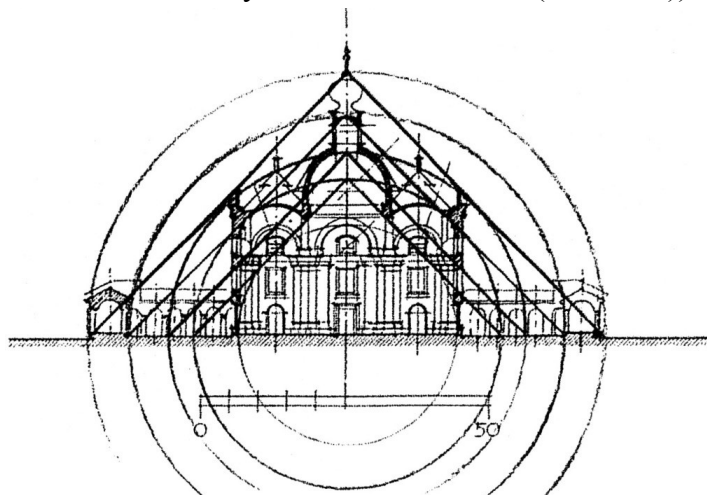
**Obrázek 3.5:** Geometrická rekonstrukce půdorysu kostela sv. Václava ve Zvoli (Horyna, M. [9], str. 171).



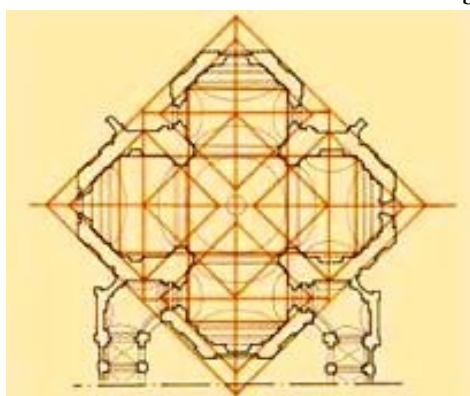
kontrolováno triangulací (důležité výškové body leží na stranách shodných rovnoramenných trojúhelníků, které mají v nárysu výšku v jedné linii - na vertikální ose celé stavby), jejíž princip je v Mariánské Týnici také uplatněn (obr. 3.6 b)). Použití těchto prastarých vytyčovacíh metod není náhodné, Santini zde chtěl vystihnout jejich geometrickou podstatou nekonečnosti a vertikálního spojení nebe a země (vertikála kostela jako nejvyšší budovy ve středu celého areálu) význam zasvěcení P. Marii. Zřejmě byl pro svůj zdejší projekt inspirován dílem barokního architekta Guarina Guariniho, který podobně použil metodu kvadriangulace v půdorysu theatinského kostela sv. Anny v Paříži z roku 1662 (obr. 3.6 d)).



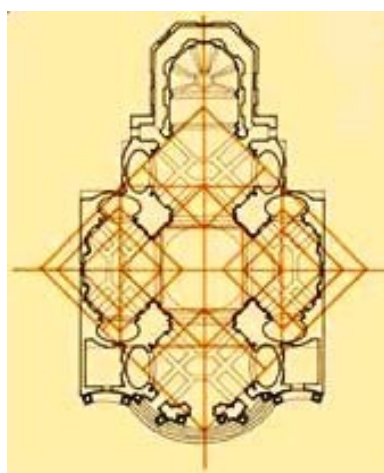
a)



b)



c)



d)

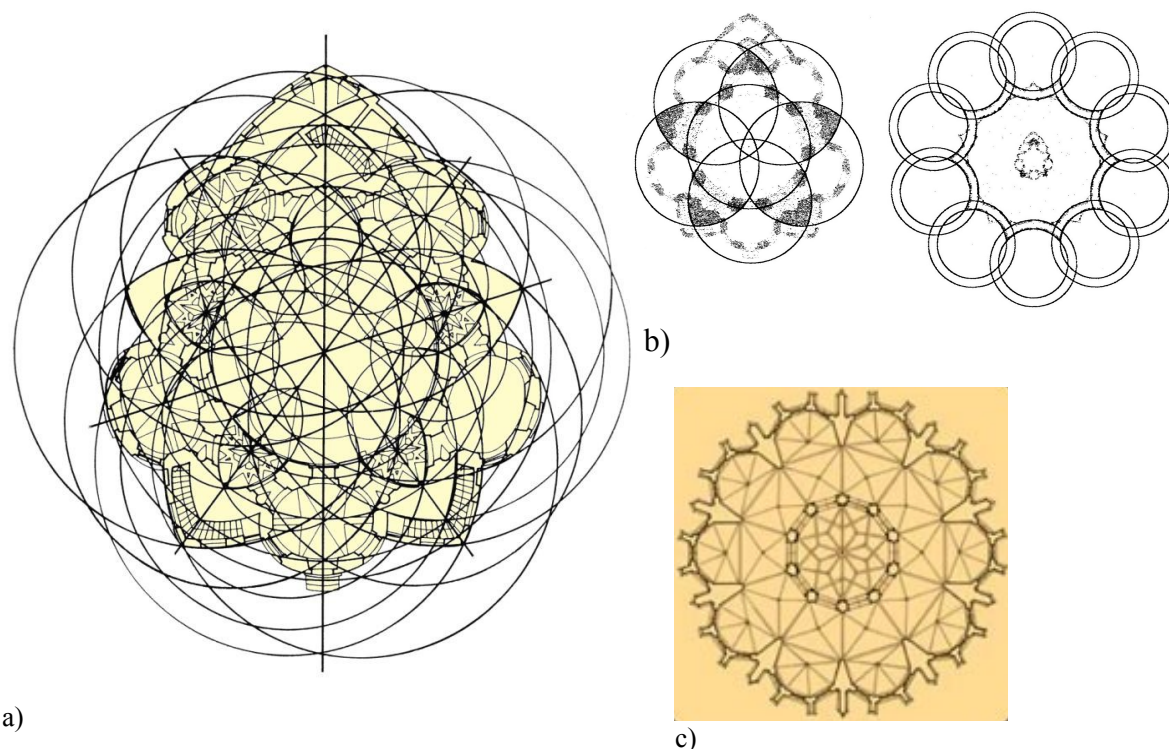
**Obrázek 3.6:** a) Kvadratura půdorysu celého areálu cisterciáckého proboštství v Mariánské Týnici [11'], b) triangulace celého areálu v Mariánské Týnici (Horyna, M. [8], str. 15), c) kvadratura kostela Zvěstování P. Marii v Mariánské týnici [11'], d) G. Guarini: kvadriangulace kostela sv. Anny v Paříži [11'].

### **Kostel sv. Jana Nepomuckého na Zelené hoře ve Žďáru nad Sázavou**

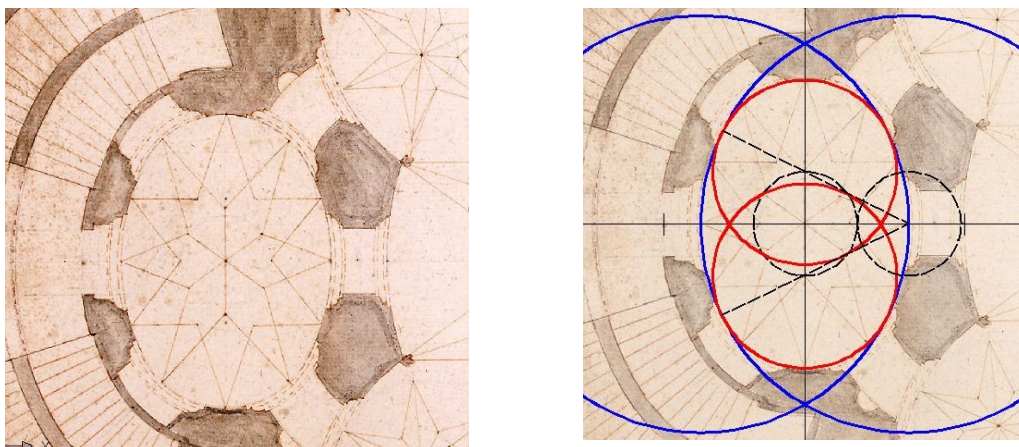
Kostel a ambit, uzavírající kostel a hřbitov (viz. Příloha č. 5 A)), je půdorysně nesložitější Santiniho stavbou (obr. 3.7 a) a b)). Kružnicový vzorec je zde ze všech staveb nejpromyšlenější. Dle Horyny je každá z částí konstruována pouze kružítkem (Horyna, M. [9], str. 342 - 343): *Východiskem konstrukce půdorysu je šest soustředných kružnic se středem v centru stavby. Z nich nejmenší o poloměru 12 loktů určuje světlý rozměr prostoru lodi kostela, největší o poloměru 24 loktů je opsána vnějšímu líci obvodové zdi předsíní, vložených mezi „cípy“ hlavního těla stavby. Čtyři další kružnice určují další důležité poměry a body*

půdorysu (vnější a vnitřní líc jednotlivých zdí, středy prostorů předsíní atd.). Do kružnice, vymezející půdorys lodi, je vepsán pravidelný desetiúhelník. Jeho strany jsou poloměry kružnic, které opsány z jeho vrcholů určují vedení vnitřního líce zdi „cípových výklenků“ hlavního prostoru (kněžiště, kaple). Dalšími kružnicemi (opsanými rovněž z vrcholů uvedeného desetiúhelníka, avšak nesoustřednými s předchozími) je určeno vedení vnějšího líce obvodové zdi „paprsků“ stavby. Na kružnicovou konstrukční síť půdorysu vlastního kostela plynule navazuje i osnova půdorysného rozvrhu ambitů, bran a kaplí. I zde je základem několik soustředných kružnic se středem v centru kostela. I poloměry těchto kružnic jsou celými násobky základního modulu areálu (12 loktů) a činí 60, 72, 84, 96 a 108 loktů. Na kružnici o poloměru 108 loktů (9 x 12) leží středy dalších, menších kružnic, které určují vedení vnějších i nádvořních obvodových zdí všech deseti ramen ambitu. Dalšími kružnicovými konstrukcemi jsou vymezeny půdorysy pěti pětibokých kaplí (s konkávně proláklými zdmi) i určeny rozměry bran. Inspiračním zdrojem Santiniho bylo zřejmě zakončení chrámu sv. Víta na Pražském Hradě (obr. 3.7 c)).

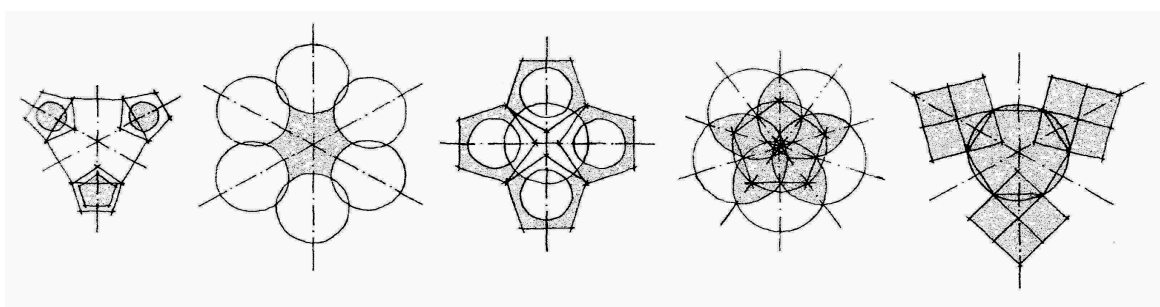
Zajímavá je konstrukce půdorysu pěti oválných kaplí kostela. Na základě naskenovaného originálu půdorysu Zelené hory z Grimmovy sbírky (bohužel není úplně jasné, jestli se jedná o plán tvořený samotným Santinim, či jen kopii z období Santiniho života), který je uložen v Moravské galerii v Brně (pod číslem B 14813), jsem měla možnost půdorys těchto kaplí zkoumat. Díky viditelnosti některých vpichů kružítka a podkresb tužkou se mi podařilo zkonstruovat kružnice tvořící ovál (obr. 3.8). Středy větších kružnic oválu jsou přímo ve vedlejších vrcholech (délku vedlejší poloosy označme  $b$ ). Středy menších kružnic jsou na hlavní poloose vzdáleny od středu oválu právě o  $\frac{b}{2}$ . To znamená, že délka  $a = \frac{4 - \sqrt{5}}{2}b$ , převýšení je tedy přibližně 0,7, což se blíží k převýšení Serliho oválu.



**Obrázek 3.7:** a) Rekonstrukce geometrické konstrukce půdorysu kostela sv. Jana Nepomuckého na Zelené hoře u Žďáru nad Sázavou (Horyna, M. [9], str. 175), b) základní kružnicové schéma půdorysu kostela a ambitu (Barth, F. [1], str. 134), c) rozvinutí závěru chrámu sv. Víta na Pražském Hradě do úplné centrály ([11]).



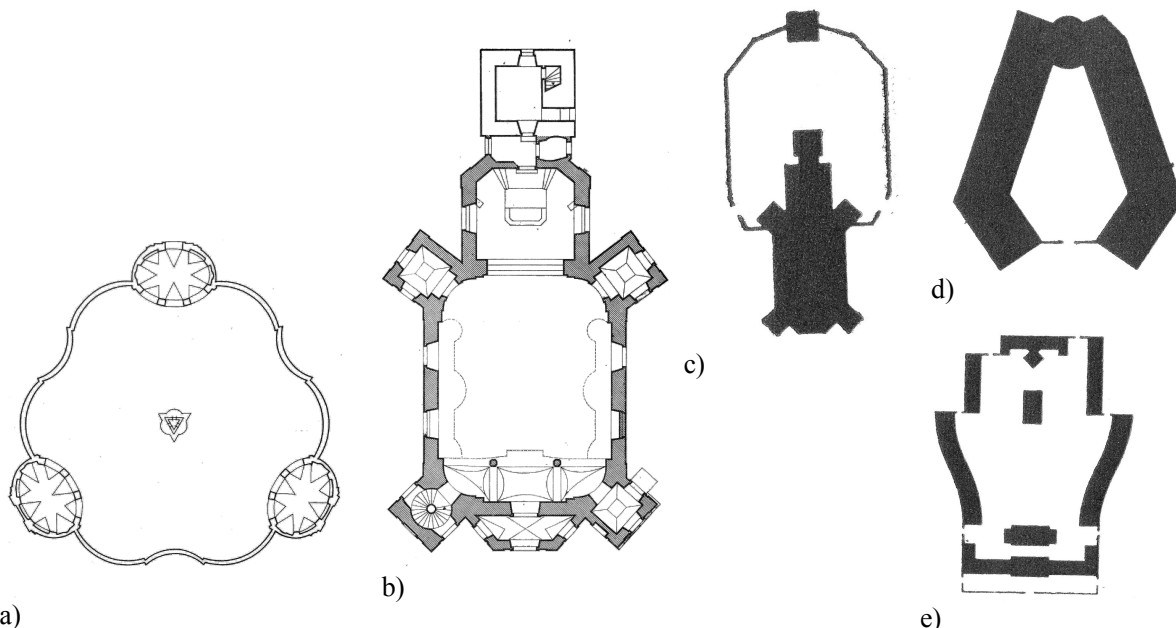
**Obrázek 3.8:** Rekonstrukce půdorysu oválné kaple kostela sv. Jana Nepomuckého na Zelené hoře –  
- originál bez vkreslených kružnic a originál s vkreslenými kružnicemi.



**Obrázek 3.9:** Půdorysná schémata (zleva doprava) Panenských Břežan, Mladotic, Křtin, Žďáru nad Sázavou, Chlumce nad Cidlinou (Barth, F. [1], str. 133).

### Zajímavé půdorysy

V této části si uvedeme některé další půdorysy Santiniho staveb, které jsou zajímavé více svou symbolikou než geometrií. Je to morový hřbitov a hospodářský dvůr Lyra ve Žďáru nad Sázavou, kostel Navštívení P. Marie v Obyčtově a zájezdní hostinec v Ostrově nad Oslavou. Morový hřbitov (původně se třemi kaplemi, dnes se čtyřmi) je postaven na půdorysu lidské lebky. Pro mě je zajímavý i oválnými půdorysy jednotlivých kaplí, bohužel bez jakýchkoli údajů jsem ovály nemohla více prozkoumat. Další půdorysně zajímavou stavbou je hospodářský dvůr Lyra, který má tvar tohoto hudebního nástroje. Kostel v Obyčtově má půdorys ve tvaru želvy, ta má symbolizovat stálost ve víře a samotnou P. Marii (tak jako želva se stáhne do svého krunýře, tak i křesťan se má v nepřízni obrnit a setrvat ve své víře). Poslední stavbou je zájezdní hostinec v Ostrově nad Oslavou, jenž představuje písmeno W, je zřejmě spjat se jménem objednavatele a to Václava Vejmluvy, odtud dvě V tvořící písmeno W. Půdorysy těchto staveb jsou na obr. 3.10.



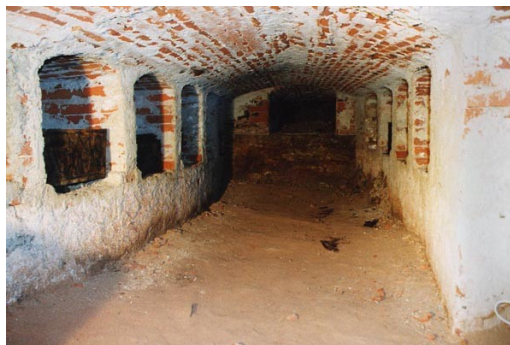
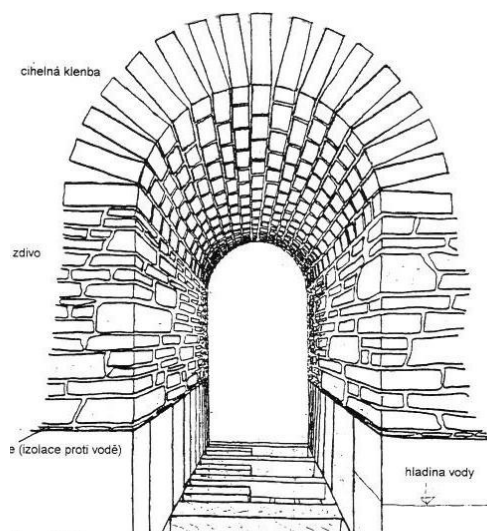
**Obrázek 3.10:** a) morový hřbitov ve Žďáru nad Sázavou (Horyna, M. [9], str. 249), b) kostel Navštívení P. Marie v Obyčtově (Průvodce expozicí, [20], obr. 11), c) kostel Navštívení P. Marie v Obyčtově se hřbitovní zdi, d) zájezdní hostinec v Ostrově nad Oslavou, e) hospodářský dvůr Lyra ve Žďáru nad Sázavou (snímky c), d), e) z Průvodce expozicí, [20], obr. 12).

### 3.4 Geometrická rekonstrukce Santiniho kleneb

V této části kapitoly se pokusím o geometrickou rekonstrukci některých vybraných kleneb a jejich součástí ve stavbách J. B. Santiniho - Aichla. Díky nedostatku informací o vyměření a plánové dokumentaci jeho staveb se bude jednat pouze o geometrickou aproximaci na základě uvedených znalostí o konstrukci kleneb (Kapitola 2) s využitím stavebně používaných ploch popsaných v Kapitole 1. Pro jednotlivé typy kleneb budu používat jejich rozdělení z Kapitoly 2.

#### Valená klenba

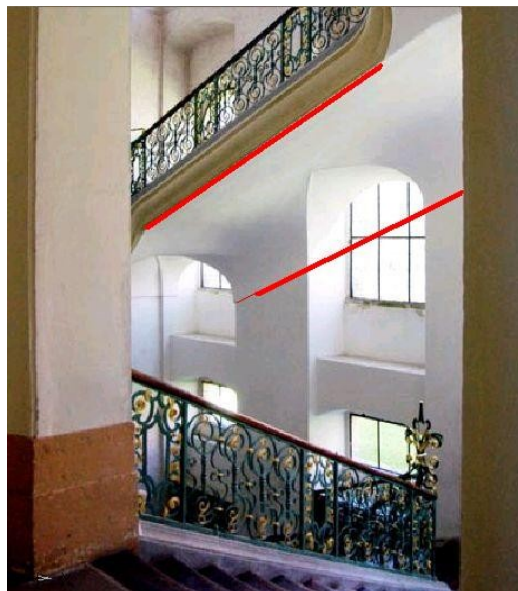
Baroční architekti mohli čerpat z celého repertoáru do té doby známých typů kleneb. Přestože se snažili spíše o uplatňování pro ně moderního kupolovitého zaklenutí, vrací se i k primitivnějším typům jako je valená klenba. Využívají ji převážně v méně důležitých částech staveb jako jsou různé spojovací neprosvětlené chodby či přímo stoupající schodiště. Příklad v Santiniho stavbách můžeme najít v zaklenutí štoly v klášteře v Plasech (obr. 3.11 a)) a v chodbě pod kostelem sv. Jana Nepomuckého na Zelené hoře ve Žďáru nad Sázavou (obr. 3.11 b)). V obou případech se jedná o část rotační válcové plochy. Stoupající valenou klenbu s obecnou čelní křivkou (fotografie 3.1 a)) nalezneme např. nad hlavním schodištěm klášteře v Plasech. Na fotografii 3.1 b) je červenými úsečkami naznačen směr její translace.



a)

b)

**Obrázek 3.11:** Valená klenba: a) část řezu konstrukcí štoly pro zavodňování dubových pilotů (Pavlík, M. [13], str. 135), b) chodba pod kostelem sv. Jana Nepomuckého na Zelené hoře ve Žďáru nad Sázavou [11].



a)

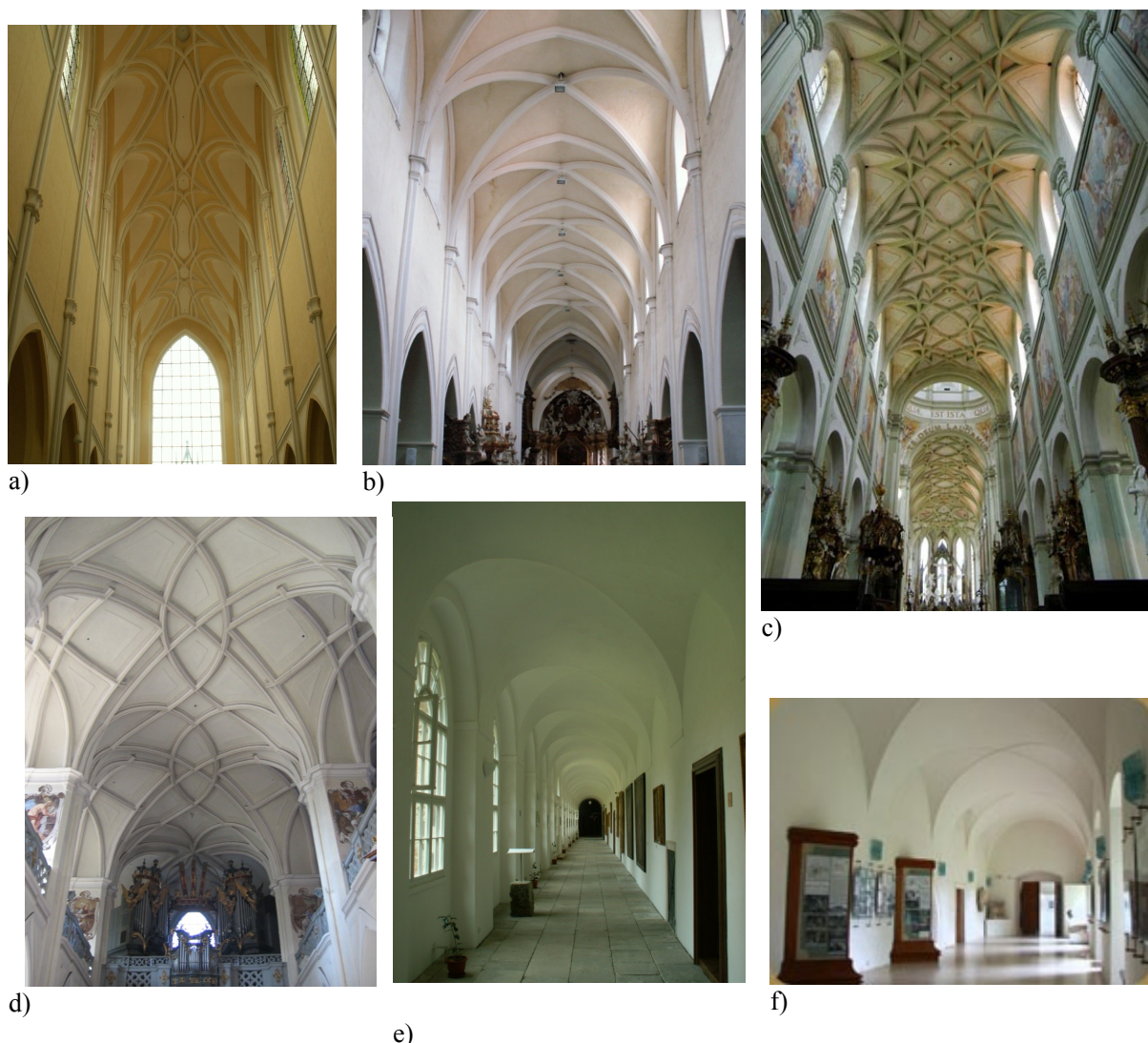
b)

**Fotografie 3.1:** Hlavní schodiště v klášteře v Plasech: a) modře obecná lícová křivka (převzato z Pousková, M. [16], zadní desky), b) červeně směr valení čelní křivky klenby (převzato z [11]); lícová křivka a směr valení doplněn autorkou.

### Křížová klenba

Křížovou klenbu Santini použil například v zaklenutí hlavní lodi klášterního kostela Nanebevzetí P. Marie a sv. Jana Křtitele v Sedlci, klášterního kostela Nanebevzetí P. Marie a sv. Mikuláše ve Žďáru nad Sázavou, klášterního kostela Nanebevzetí P. Marie, sv. Wolfganga

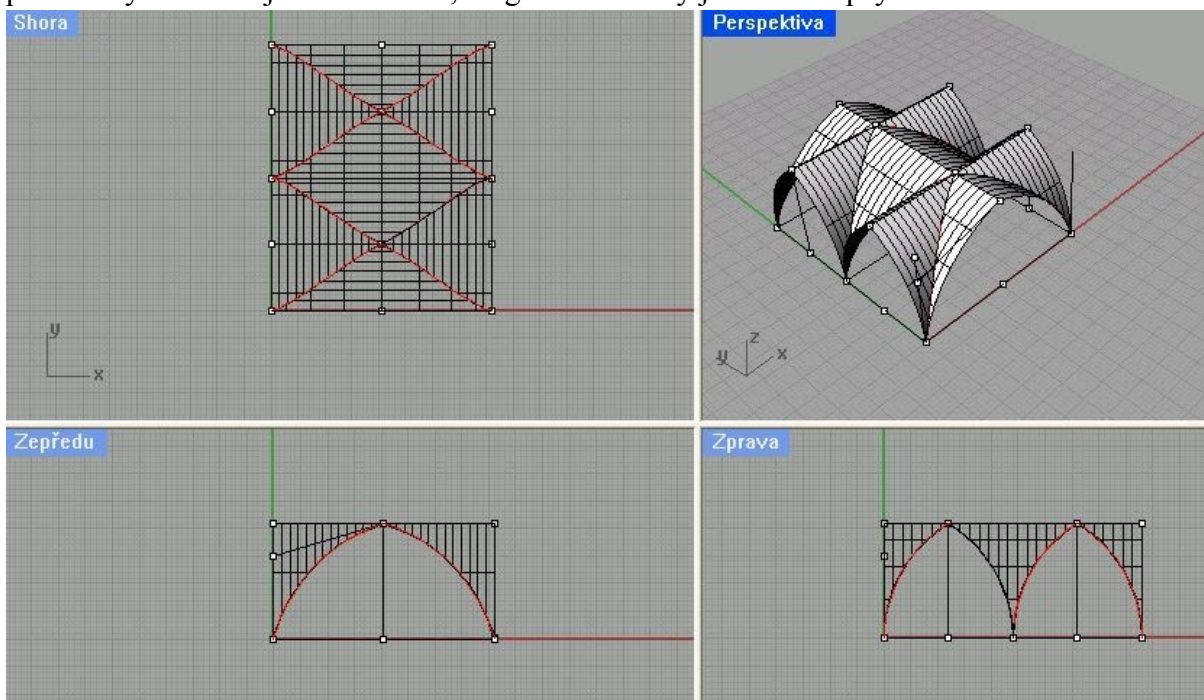
a sv. Benedikta v Kladrubech a klášterního kostela Narození P. Marie v Želivi (obr. 3.12 a), b), c), d)). Vždy se jedná o dostavby či přestavby gotických chrámů a nebo novostavby chrámů, které svou gotickou formou vyjadřují návrat k oslavované době předbělohorské. V Sedlci a Žďáru nad Sázavou se jedná o klenbu s čelními lomenými oblouky a rovnými vrcholnicemi, v Kladrubech a Želivi se může jednat buď o žebrovou klenbu (klenbu tvoří plošky mezi žebry), anebo se jedná o křížovou klenbu s kruhovými čelními oblouky a přímými vrcholnicemi (stoupající či vodorovné), kdy žebra jsou druhotně přidaná a tvoří pouze dekor klenby ne její nosný prvek. Použití křížové klenby s rovnými vrcholnicemi a kruhovými čelními oblouky můžeme nalézt také v zaklenutí prosvětlených chodeb klášterních komplexů v Rajhradě a Žďáru nad Sázavou (obr. 3.12 e), f)).



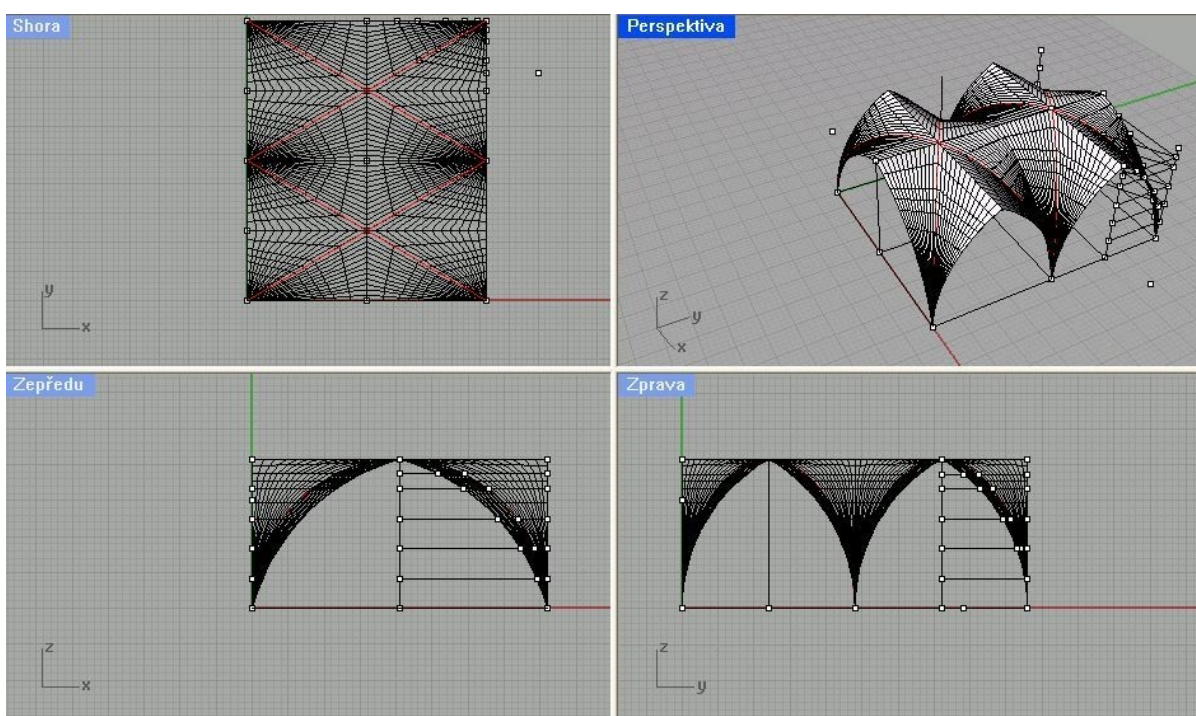
**Obrázek 3.12:** Křížová klenba: a) Sedlec, b) Žďár nad Sázavou - kostel, c) Kladruby (převzato z [11']), d) Želiv, e) Rajhrad, f) Žďár nad Sázavou – klášter (převzato z [12']).

Pokusme se o aproximaci plochy křížové klenby hlavní lodi v klášterním kostele v Sedlci. Podle plánové dokumentace z roku 1932 (měřil a kreslil F. X. Marcold – sbírka NPÚ v Praze, Valdštejnské náměstí) je klenba tvořena nad obdélnými poli rozměru 4,8 m x 8,2 m. Jednou z možností je, že plocha je tvořena částmi čtyř rotačních válcových ploch, jejichž řídicí kružnice jsou kružnice, které tvoří lomené čelní oblouky. Této situaci odpovídá obrázek 3.13. Diagonálu tvoří prostorové křivky. Pokud je i diagonála tvořena rovinnou křivkou, je

plocha klenby složená z částí cylindroidů (viz. úvahy v Kapitole 2). Zaklenutí této klenby pomocí cylindroidů je na obr. 3.14, diagonální křivky jsou zde elipsy.



**Obrázek 3.13:** Aproximace plochy klenby v klášterním kostele v Sedlci částmi rotačních válcových ploch.



**Obrázek 3.14:** Aproximace plochy klenby v klášterním kostele v Sedlci částmi cylindroidů.

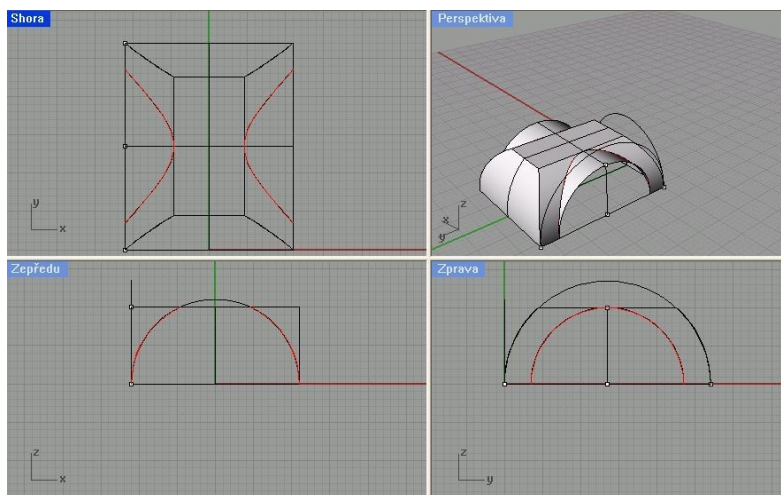
### **Zrcadlová klenba**

Jeden z typů klášterních kleneb, a to zrcadlovou klenbu s lunetami, nalezneme například v bývalé konírně zámku ve Žďáru nad Sázavou (obr. 3.15). Díky bohatému dekoru, který napodobuje krouženou klenbu, můžeme usuzovat, že i tato místnost bývala

reprezentativní částí zámku. Dnes slouží jako výstavní místnost stálé expozice rodiny Kinských, majitelů zámku.



a)

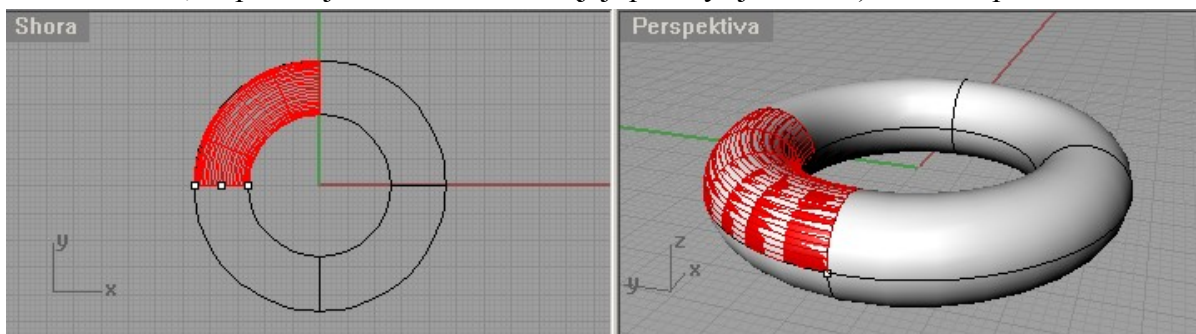


b)

**Obrázek 3.15:** Bývalá konírna zámku ve Žďáru nad Sázavou: a) pohled na zrcadlovou klenbu [13'], b) model zrcadlové klenby nad obdélným půdorysem s kruhovými lunetami.

### Klenba jako část anuloidu

Santiniho půdorysy staveb jsou z většiny tvořeny částmi kružnic. Tak je tomu i u ambitu kostela sv. Jana Nepomuckého na Zelené hoře. Každá z deseti jeho částí je tvořena dvěma oblouky dvou soustředných kružnic. Čelní oblouky jsou půlkružnice, které leží v rovině obsahující střed těchto dvou tvořících oblouků (ozn. S). Jejich rotací okolo vertikální osy procházející S vznikne plocha klenby nad daným půdorysem – část anuloidu (obr. 3.16). Na obrázku 3.17 je model rekonstrukce celého zaklenutí ambitu. Dva sousední anuloidy, tvořící klenbu, se protínají v rovinné křivce (její půdorys je úsečka) – v tzv. spirické křivce.



**Obrázek 3.16:** Plocha klenby jako část anuloidu (červeně).

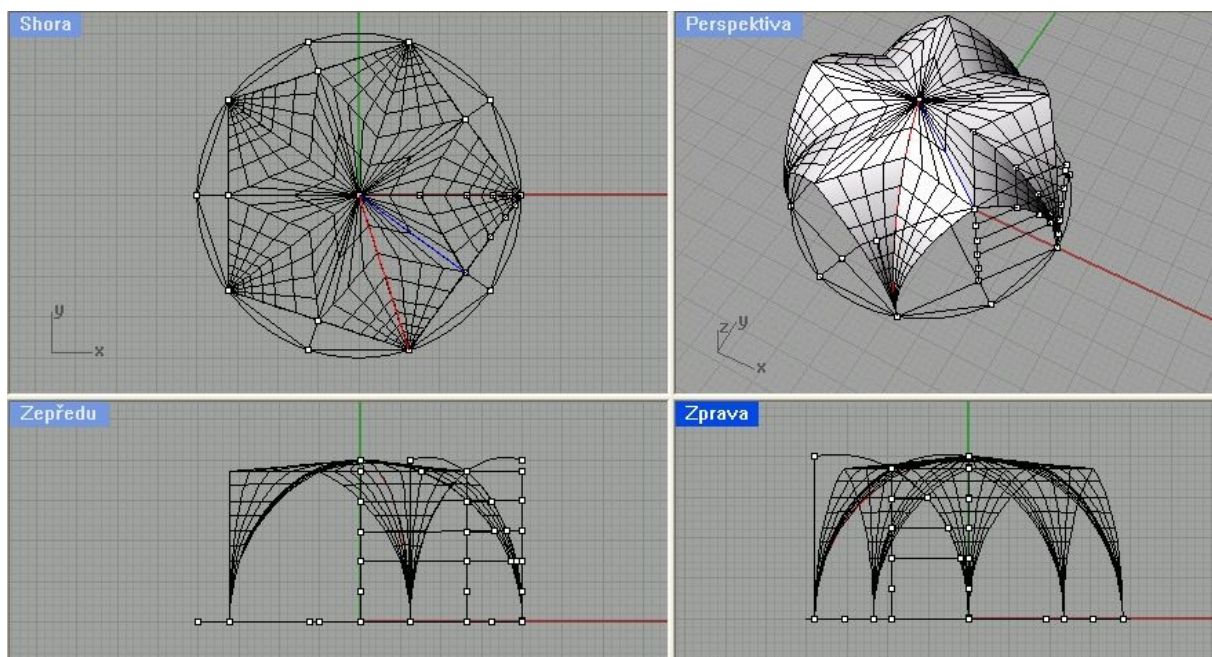


**Obrázek 3.17:** Rekonstrukce zaklenutí ambitu kostela sv. Jana Nepomuckého ve Žďáru nad Sázavou pomocí částí ploch anuloidů, červeně jedna z průnikových křivek dvou anuloidů.



## Pětídílná klenba

Součástí ambitu kostela na Zelené hoře je i pět kaplí nad půdorysem pravidelného pětiúhelníku, kdy čelní oblouky jsou lomené a vrcholnice jsou stoupající (viz Příloha č. 5 B)). Pro rekonstrukci volme ještě diagonální oblouky kruhové (není vyměřeno). Plocha klenby pak může být tvořena částmi cylindroidů (viz. úvahy v Kapitole 2), čemu odpovídá obr. 3.18.



**Obrázek 3.18:** Zaklenutí pětídílné kaple ambitu kostela sv. Jana Nepomuckého na Zelené hoře pomocí částí několika cylindroidů.

## Kupole

Kupolovitá zaklenutí jsou typickým barokní prvkem. I Santini je zakonponoval do většiny svých staveb. Jsou to kopule nad půdorysem kruhovým (Zelená hora, Chlumec nad Cidlinou), oválným (kaple sv. Benedikta v klášteře v Plasech), čtvercovým (Sedlec, Kladruby), osmiúhelníkovým (Rajhrad), obdélným se „zaoblenými rohy“ (Obyčtov) a „šestiúhelným“ se stranami částí kružnic (Mladotice). Dále rozeberme jen některé z nich.

Měřením z ledna roku 2005 v kostele sv. Jana Nepomuckého na Zelené hoře (provedli Ing. J. Zastoupil a I. Král) bylo zjištěno, že plocha kopule, do níž vstupuje pět okenních lunet, je částí polosféry (viz. Příloha č. 6). Tuto klenbu zdola a shora, kde jsou viditelné pasy, můžete vidět na obr. 3.19.



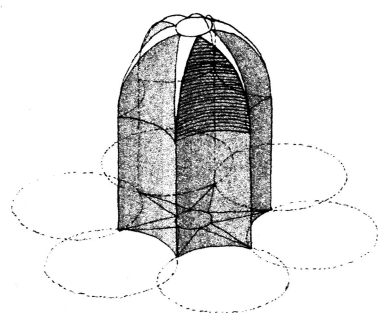
a)



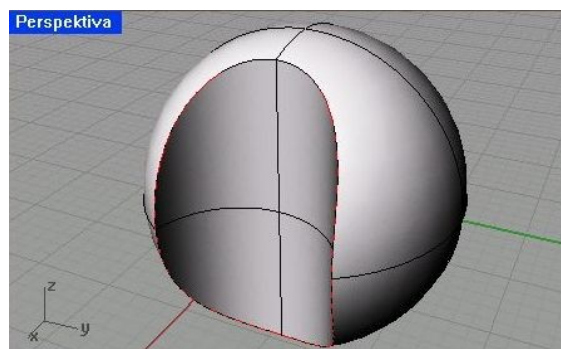
b)

**Obrázek 3.19:** Kupole kostela na Zelené hoře; a) pohled zdola, b) pohled shora – pasy klenby [11].

Svým půdorysem i zaklenutím je zajímavá kaple Jména P. Marie v Mladoticích. Podle F. Bartha [1] se jedná o část polosféry, kterou ohraničuje šest válcových ploch (obr. 3.20 a)). Průniková křivka na sféře ve tvaru prostorové hvězdy není konstruována jako průnik sféry a válcových ploch, jak ukazuje obr. 3.20 b). Proto tmavá ploška na obr. 3.20 a) je konstruována jiným způsobem. Jedná se o výplň mezi třemi částmi kružnic – jedna strana šestiúhelníku a dvě z kružnic tvořící prostorovou hvězdu. Bez přesného vyměření či znalosti konstrukce klenby bohužel nemůžeme dále tuto plochu aproximovat .



a)



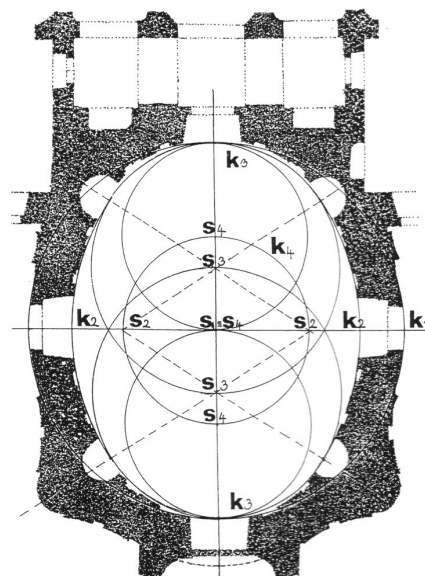
b)

**Obrázek 3.20:** Kupole kaple Jména P. Marie v Mladoticích; a) rekonstrukce podle Bartha, F. [1], str. 132, b) červeně průniková křivka válcové a kulové plochy.

Kupoli nad obdélným půdorysem nalezneme v kapli sv. Benedikta v klášteře v Plasech (obr. 3.21 a)). Byla dostavěna až K. I. Diezenhoferem po roce 1736, ale předpokládá se, že K. I. Diezenhofer až na některé detaily v interiéru kaple zachoval Santiniho architektonickou koncepci. Na obrázku 3.21 b) vidíme geometrickou rekonstrukci oválného půdorysu této kaple podle Milana Pavlíka [13].



a)

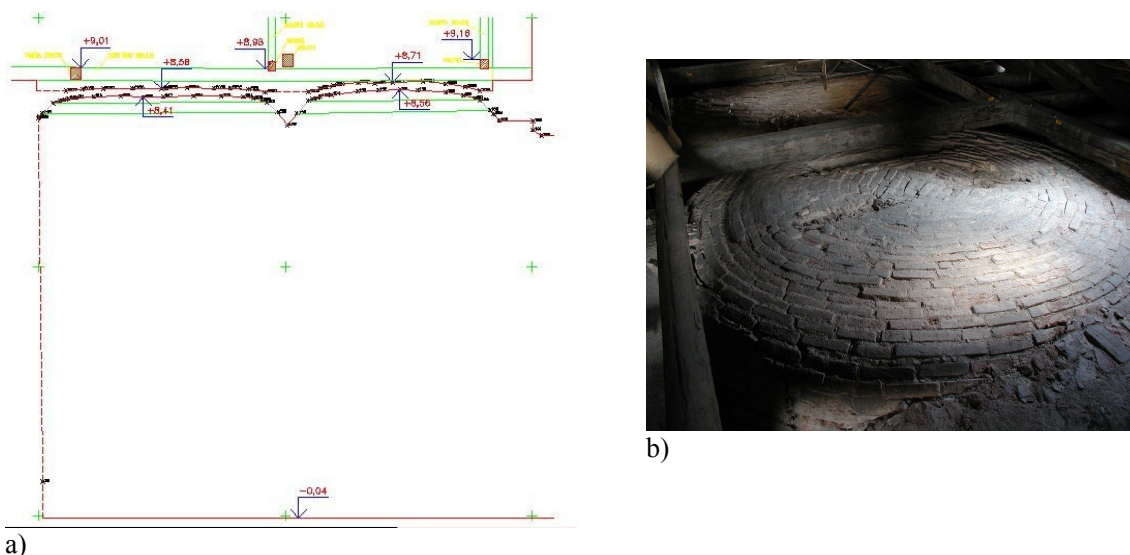


b)

**Obrázek 3.21:** Kaple sv. Benedikta, klášter Plasy; a) pohled do kopule [11], b) rekonstrukce půdorysu.

Podle dostupné literatury, zabývající se architekturou, je uvedeno, že plocha zaklenutí bočních částí hlavní lodi klášterního kostela v Sedlci jsou české placky, či plackovité plochy.

Půdorysy těchto kleneb jsou z většiny ovály, proto česká placka nepřichází v úvahu. Podle zaměření z roku 2002 (Ing. J. Zastoupil a I. Král) ani podélný řez klenby, kterým by měla být část kružnice, tomuto faktu neodpovídá (obr. 3.22 a)). Podle fotografií pohledu na zaklenutí shora (obr. 3.22 b) se domnívám, že celá klenba byla konstruována ložením jednotlivých horizontálních vrstev od ruky. Proto nelze přesně klenbu bez dalších údajů matematicky aproximovat.

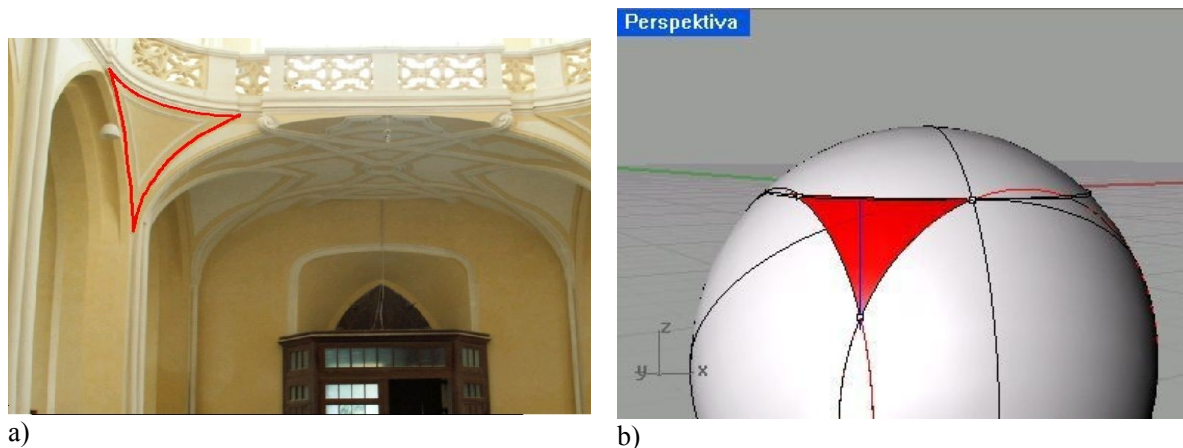


**Obrázek 3.22:** Zaklenutí bočních částí hlavní lodi klášterního kostela v Sedlci, a) podélný řez (jen část) převzato z vyměření z roku 2002, b) pohled na zaklenutí shora (fotografie pořízená Ing. J. Zastoupilem).

Zajímavé kupolovité zaklenutí s lunetami nalezneme v jedné z místností konventu kláštera v Plasech, které bylo v nedávné době zaměřeno pomocí 3D skeneru panem doc. Dr. Ing. Karlem Pavelkou (viz. Příloha č. 7). Bohužel nebylo zatím matematicky zpracováno.

### Plocha pendativu

Plochu pendativu nalezneme například v klášterním kostele v Sedlci (obr. 3.23 a)). Pokud jsou hraniční křivky kružnice a platí, že kolmice k rovině každé z nich, procházející jejich středy, se protínají právě v jednom bodě, jedná se o část kulové plochy (obr. 3.23 b)). Průsečík třech kolmic je pak středem kulové plochy.



**Obrázek 3.23:** Plocha pendativu, a) červeně vyznačené hraniční křivky pendativu v klášterním kostele v Sedlci, b) aproximace plochy pendativu jako část kulové plochy – hraniční křivky jsou kružnice.

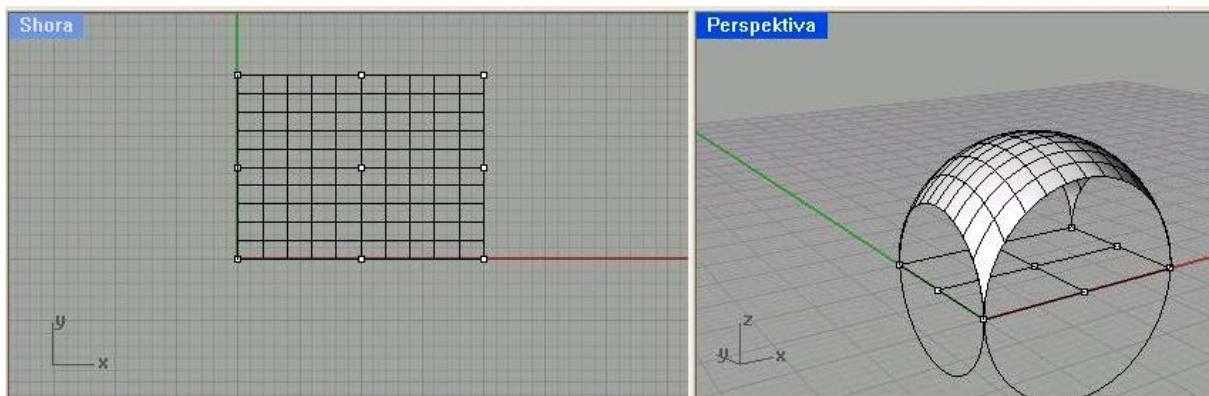


**Obrázek 3.24:** Zaklenutí chodby kláštera v Plasech několika pruskými klenbami [11].

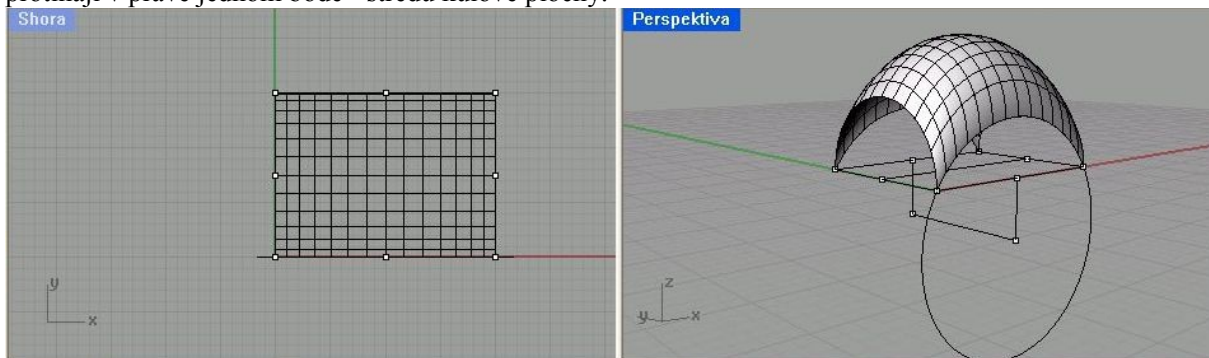
## Pruská klenba

Pruská klenba byla oblíbeným barokním stavebním prvem. V Santiniho stavbách ji můžeme nalézt v zaklenutí chodby v Plasech (obr. 3.24 a)). Zde je volena podoba pruské klenby, která velmi připomíná tzv. českou placku – část kulové plochy. Ve většině architektonické literatury naleznete, že tato zaklenutí jsou českou plackou a nebo plackovitá. Aby plocha klenby byla částí kulové plochy, musí i lícové křivky být součástí kulové plochy, tj. musí to být kružnice (neboť jsou to rovinné křivky ležící na kulové ploše) a kolmice vedené jejich středy se musí protínat právě v jednom bodě – středu kulové plochy (obr. 3.25). Z obr. 3.24 je patrné, že lícové křivky nad chodbou jsou buď elipsy, oblouky či snížené kruhové oblouky. Z prvních dvou možností vyplývá, že se o část kulové plochy nejedná, neboť takové křivky na ní neleží. Pokud

křivkou čela je snížený kruhový oblouk, pak kolmice k rovině kružnice procházející jejím středem, je pod rovinou patek. Kolmice ale vedená středem kružnice, tvořící boční čelní oblouky, leží v rovině patek, neboť čelem je půlkružnice. To znamená, že se tyto dvě kolmice neprotínou a klenba tak není tvořena částí kulové plochy, tedy není českou plackou. Ze známých stavebních technik se už nabízí k zaklenutí pouze pruská klenba. Model vidíte na obr. 3.26, kdy pro čelní oblouky nad chodbou jsou použity snížené kruhové oblouky a pro čelní oblouky nad stranami chodby půlkruhové oblouky.



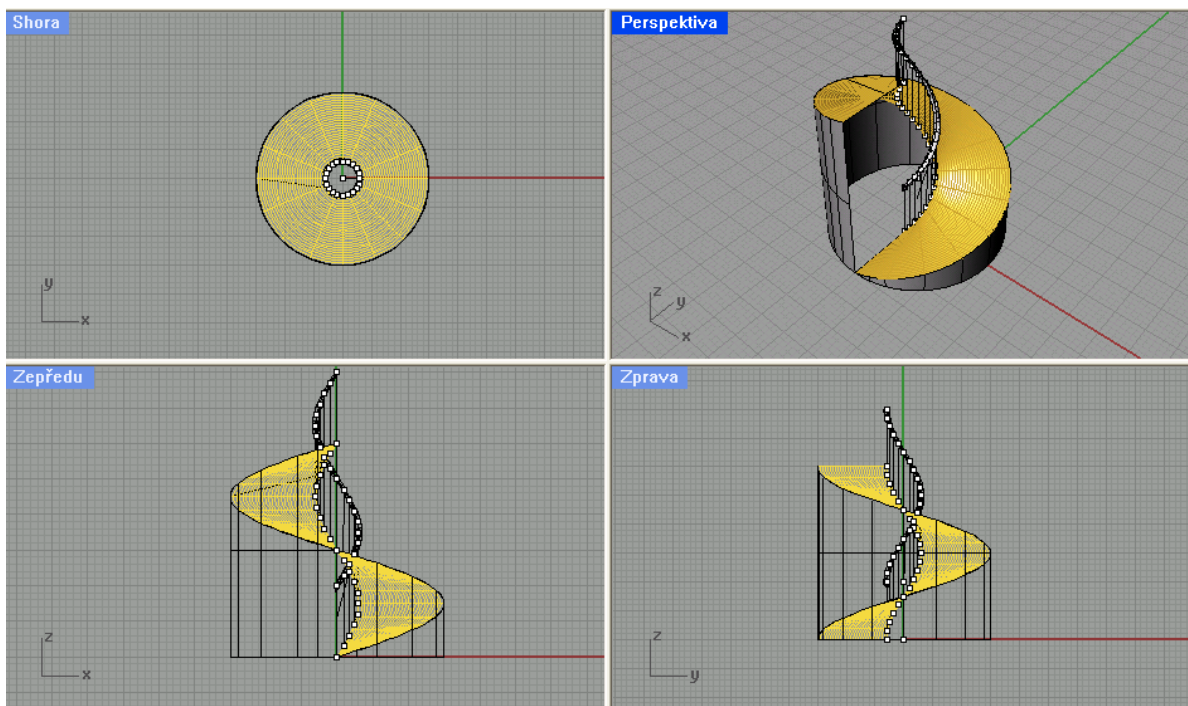
**Obrázek 3.25:** Česká klenba - její částí je česká placka. Kolmice k rovinám čelních kružnic jejich středy se protínají v právě jednom bodě - středu kulové plochy.



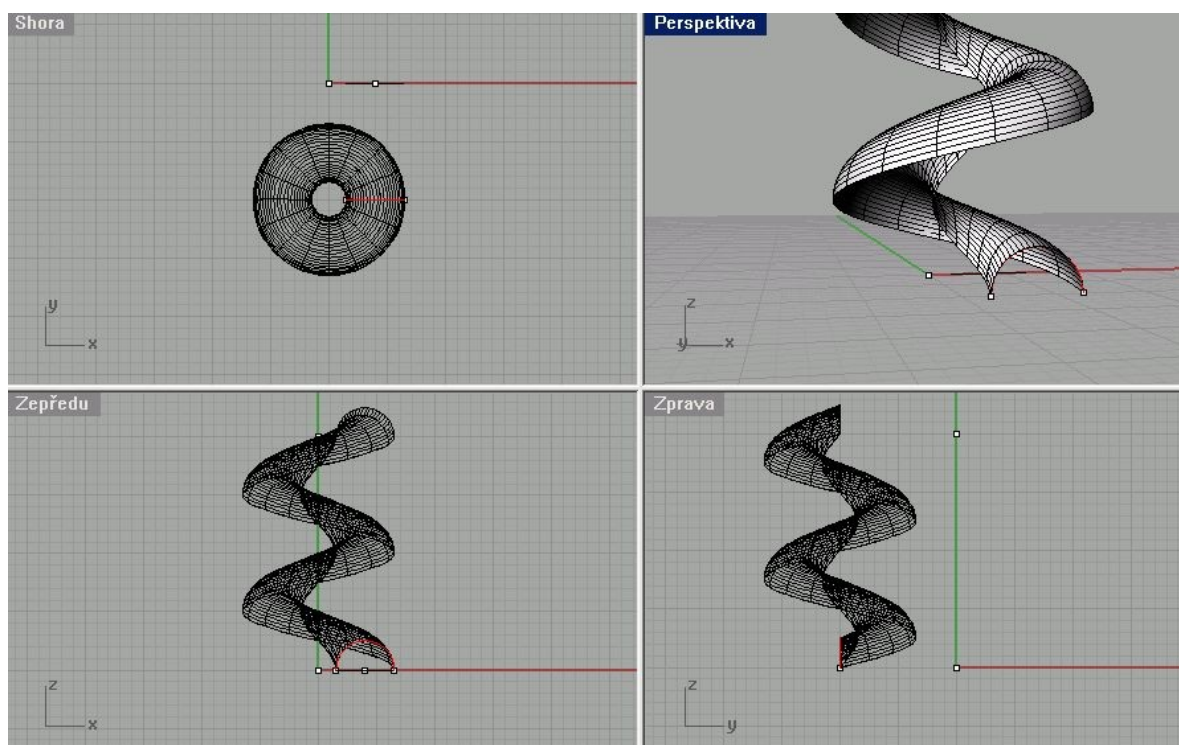
**Obrázek 3.26:** Rekonstrukce zaklenutí části chodby kláštera v Plasech - pruská klenba.

## Točitá schodiště

Točitá schodiště nalezneme v několika Santiniho stavbách. Příkladem točitého schodiště, jehož plocha je tvořena částí přímého šroubového konoidu, nalezneme v klášterním kostele v Sedlci. Jedná se o pravotočivé schodiště bez středního vřetene. Jeho rekonstrukci můžete vidět na obr. 3.27 (také viz. Příloha č. 8 A)). Plochu klenutí by nad ním mohla tvořit cyklická šroubová plocha sv. Jiljí (obr. 3.28)

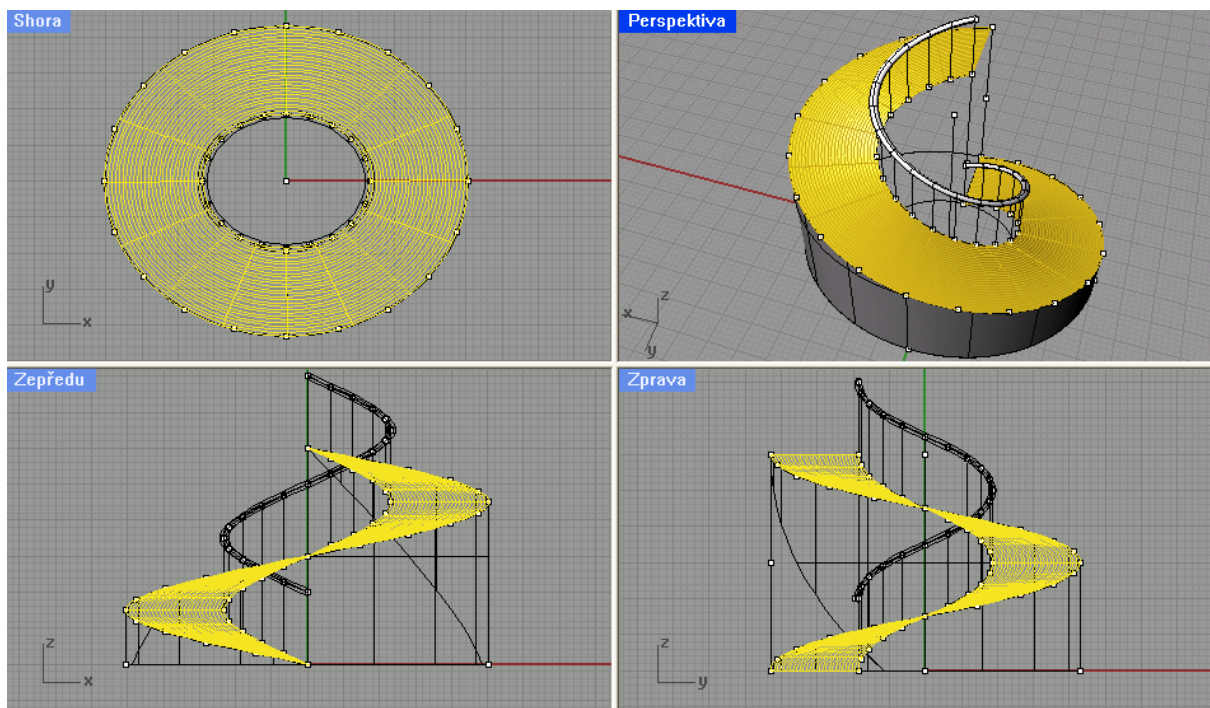


Obrázek 3.27: Plocha pravotočivého schodiště v klášterním kostele v Sedlci.



Obrázek 3.28: Možné zaklenutí schodiště plochou sv. Jiljí.

Zajímavější variantou je levotočivé schodiště v klášteře v Plasech, jehož půdorysem je ovál (viz. Příloha č. 8 B) a 9). Na obrázku 3.29 je jeho rekonstrukce mezi přízemím a prvním patrem (podle zaměření inženýrské geodézie v Plzni – sbírka NPÚ v Plzni). Pro zjednodušení je místo oválu použita elipsa.



**Obrázek 3.29:** Plocha levotočivého schodiště nad oválem v klášteře v Plasech.

### Okenní a dveřní záklenky

U okenních a dveřních záklenků používal často Santini přechodové plochy od jedné polokružnice s poloměrem  $r$  k druhé s poloměrem  $s$ ,  $r \neq s$ , které leží v rovnoběžných rovinách a středy obou leží v jedné k nim kolmé rovině (obě křivky jsou symetrické podle této roviny) (obr. 3.30). Jestliže se jedná o přímkovou plochu, mohou nastat dvě možnosti. Za první je



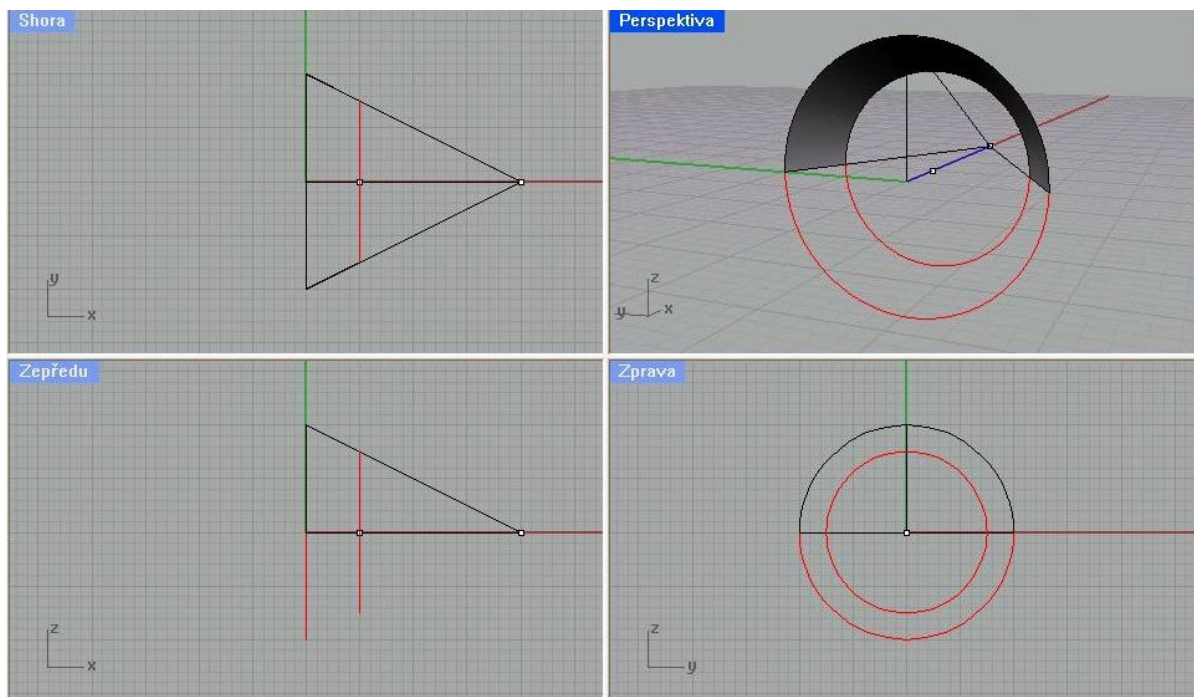
a)



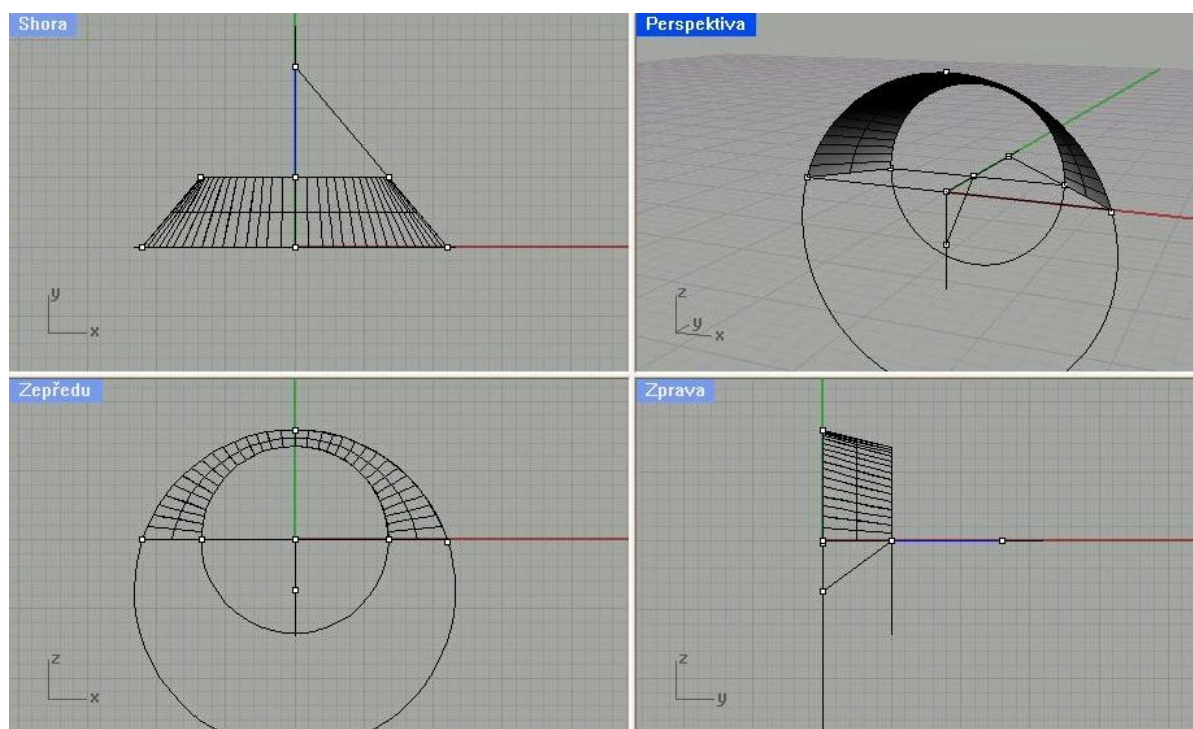
b)

**Obrázek 3.30:** Zámek Karlova Koruna v Chlumci nad Cidlinou; a) záklenek vstupních dveří, b) záklenek okna vstupního sálu.

spojnice středů kolmá na roviny polokružnic, pak přechodovou plochu tvoří část rotační kuželové plochy (obr. 3.31). V dalším případě, kdy spojnice středů není kolmá na roviny polokružnic, se může jednat o plochu Marseillského oblouku (obr. 3.32).



**Obrázek 3.31:** Plocha záklenku okna či dveří jako část kuželové plochy – modře osa plochy.



**Obrázek 3.32:** Plocha záklenku okna či dveří jako část plochy Marseillského oblouku – modře řídicí přímka.

## Závěr

Aplikace geometrie a matematiky v architektuře je velmi zajímavým artiklem. Naši předci používali množství geometrických principů dříve, než vůbec byly matematicky popsány. Připsaný symbolismus některým geometrickým útvarům dokládá všeobecnou úctu našich předků ke geometrii a matematice, která je v jedné linii s nadpozemským principem.

Tato práce ukazuje matematickou stránku již dávno vymyšlených a aplikovaných stavebních prvků. Není náhodou, že pro ukázkou je uvedena tvorba barokního architekta J. B. Santiniho - Aichla, neboť barokní umění dosahovalo po geometrické stránce nejvyšší pestrosti a sám Santini je v použití geometrie výraznou osobou české barokní (barokně - gotické) tvorby. Jeho dílo je nyní zkoumáno několika odborníky, kteří se snaží rozluštit geometrický a symbolický kánon jeho staveb. Na základě informací z literatury, ústního podání odborníků a několika málo reálných vyměření Santiniho staveb jsem se pokusila i já v této práci o matematický pohled na Santiniho dílo. Jedná se však o počín, který má čtenáři přinést v názorné formě informace o geometrických principech v architektuře, proto zde nejsou jednotlivé prvky rozebírány více, než je nutné. Matematický pohled na architekturu je však ojedinělý a jak se ukazuje, tak i žádoucí, neboť matematizace dané skutečnosti je striktní a vždy platná, což u některých kunsthistorických vyjádření neplatí.



## Seznam použité literatury

- [1] Barth, F.: Santini – Ein Baumeister des Barock in Böhmen. Hatje Cantz Verlag GmbH + C, 2004.
- [2] Bösel, R., Frommel, Ch. L.: Borromini – Architekt im barocken Rom, 409. Ausstellung 2. April – 25. Juni 2000. Graphische Sammlung Albertina, Electa, 2000.
- [3] Breymann, G. A.: Allgemeine Baukonstruktionslehre mit besonderer Beziehung auf das Hochbauwesen. J. M. Gerhard's Verlag, Leipzig, 1903.
- [4] Černý, J., Kočandrlová, M.: Konstruktivní geometrie. Vydavatelství ČVUT, Praha, 1998.
- [5] Drábek, K., Harant, F., Kepr, B., Menšík, M.: Deskriptivní geometrie III. Vydavatelství ČVUT, Praha, 1974.
- [6] Drábek, K., Harant, F., Setzer, O.: Deskriptivní geometrie II. STNL - Nakladatelství technické literatury, Praha a Alfa, vydavateľstvo technickej a ekonomickej literatúry, Bratislava, 1979.
- [7] Hájek, P.: Klenby. Prezentace pro studenty Stavební fakulty ČVUT v Praze, 2003 (elektronická podoba).
- [8] Horyna, M.: Estetické principy a smysl architektury poutního kostela a probošství v Mariánské Týnici. In: Mariánská Týnice – historie poutního místa a muzea, Mariánská Týnice, 2002, str. 11 – 22.
- [9] Horyna, M.: Jan Blažej Santini – Aichel. Karolinum, Praha, 1998.
- [10] Lipanská, E.: Historické klenby. EL Consult, Praha, 1998.
- [11] Machala, F.: Plochy technické praxe. Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc, 1986.
- [12] Morsbach, P.: Der Dom zu Regensburg. Schnell u. Steiner, Zürich, 1990.
- [13] Pavlík, M.: Regenerace historických budov, sídel a krajiny, ochrana památek. ČVUT, Praha, 1998.
- [14] Piska, R., Medek, V.: Deskriptivní geometrie II. STNL - Nakladatelství technické literatury, n. p., Praha a Alfa, vydavateľstvo technickej a ekonomickej literatúry, n. p., Bratislava, 1975, 2. rozšířené a přepracované vydání.
- [15] Polák, J.: Přehled středoškolské matematiky. Prometheus, Praha, 1998.
- [16] Pousková, M.: Plasy. (brožura), ČTK - Pressfoto, Praha.
- [17] Urban, A.: Deskriptivní geometrie II. STNL - Nakladatelství technické literatury,

Praha a Alfa, vydavatelstvo technickej a ekonomickej literatury, Bratislava, 1979, 2. revidované a doplnené vydání.

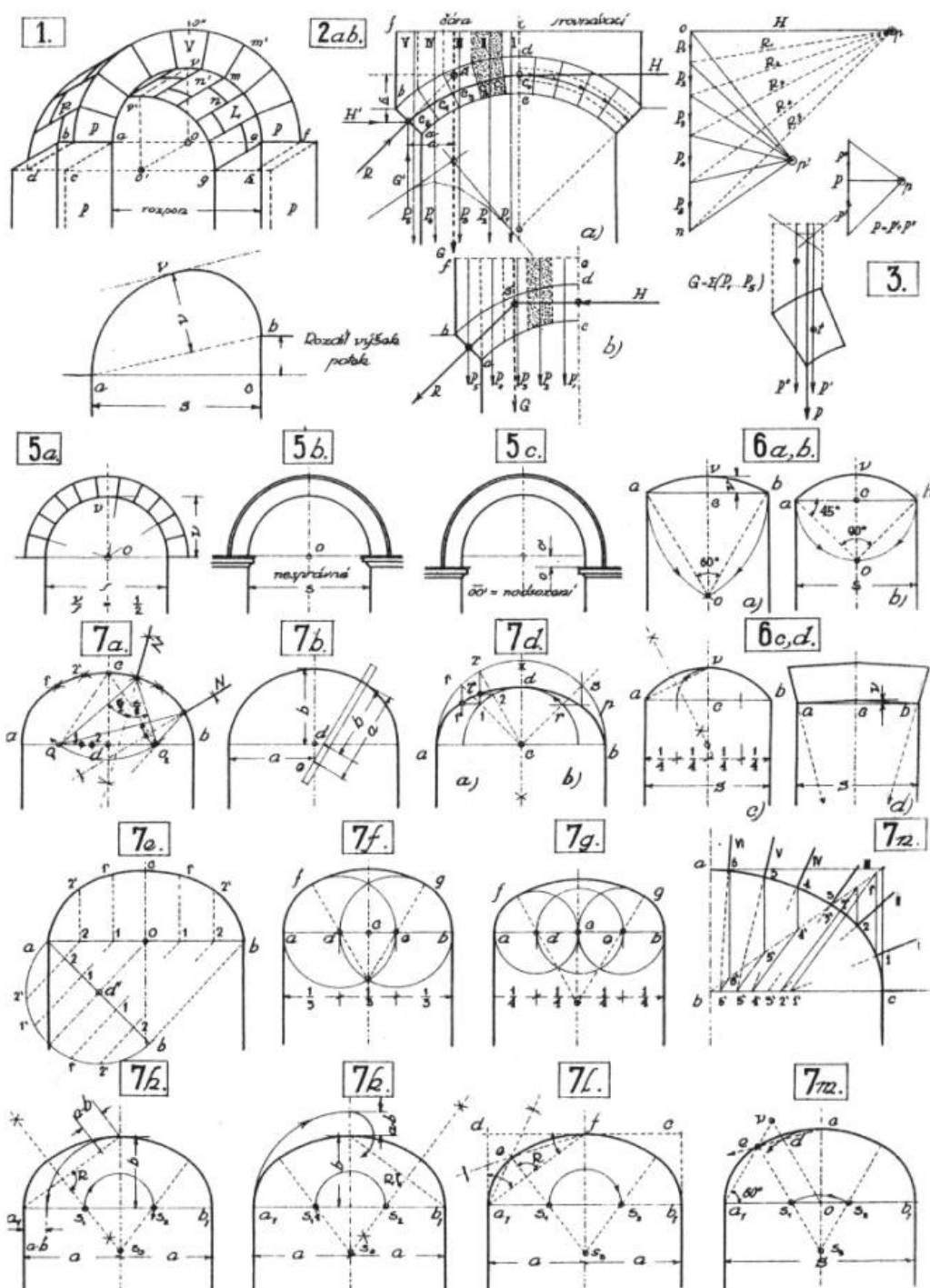
- [18] Vala, J.: Deskriptivní geometrie, Část II. SNTL – Nakladatelství technické literatury, Praha 1978
- [19] Kaple Jména Panny Marie Mladotice. Brožura, Mladotice, 2006.
- [20] Průvodce expozicí – Jan Santini / Život a dílo. Brožura, Státní zámek Žďár nad Sázavou, Krajské středisko, státní památkové péče a ochrany přírody v Brně a Okresní národní výbor ve Žďáru nad Sázavou, 1977.

### **webové stránky (http://)**

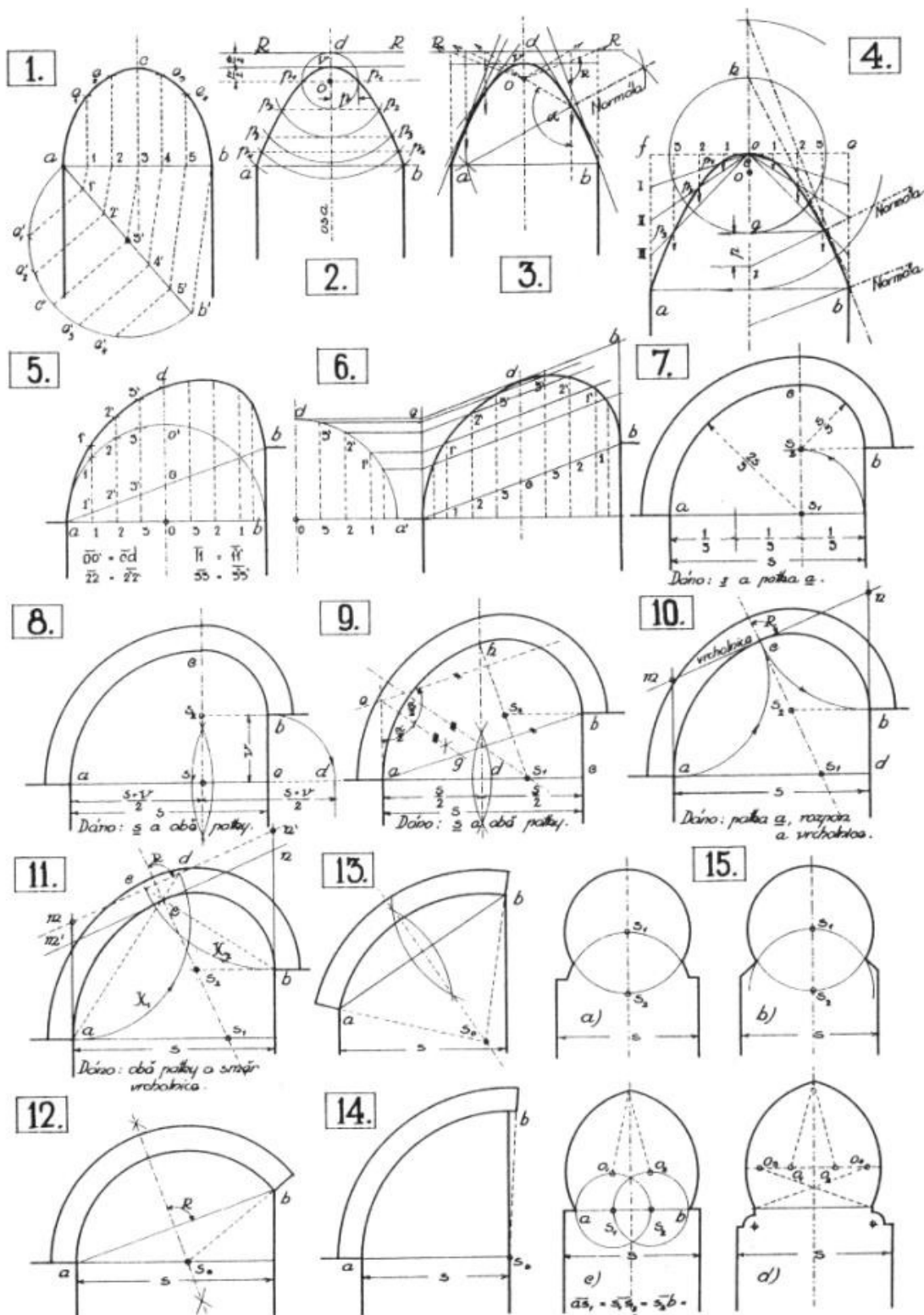
- [1'] [www.geometrie.wz.cz](http://www.geometrie.wz.cz)
- [2'] <http://kag.upol.cz/juklova/>
- [3'] [svetbydleni.mediacentrik.cz/menu02/slovník/pagercode\\_dp/letter\\_s/page\\_5/default.aspx](http://svetbydleni.mediacentrik.cz/menu02/slovník/pagercode_dp/letter_s/page_5/default.aspx)
- [4'] [http://cs.wikipedia.org/wiki/Francesco\\_Borromini](http://cs.wikipedia.org/wiki/Francesco_Borromini)
- [5'] <http://encyklopedie.seznam.cz/heslo/93144-serlio>
- [6'] [http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Cykloida\\_prosta.png](http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Cykloida_prosta.png)
- [7'] <http://encyklopedie.seznam.cz/heslo/198677-retezovka>
- [8'] <http://web.cvut.cz/fa/u522/hajkova/hajkova/grant01/klenby/index.htm>
- [9'] [http://www.zamekzdar.cz/index\\_C407DD6E4B954E0584C7238B9D3C573F.htm](http://www.zamekzdar.cz/index_C407DD6E4B954E0584C7238B9D3C573F.htm)
- [10'] <http://www.jednotky.cz/delka/>
- [11'] <http://www.santini.cz>
- [12'] [http://www.zamekzdar.cz/index\\_5EF8FABA383B4FE3BE861D96870A3581.htm](http://www.zamekzdar.cz/index_5EF8FABA383B4FE3BE861D96870A3581.htm)
- [13'] [http://www.zamekzdar.cz/index\\_6B0EFABCDBA4415FBFD78F567B7B8B12.htm](http://www.zamekzdar.cz/index_6B0EFABCDBA4415FBFD78F567B7B8B12.htm)

## Příloha č. 1

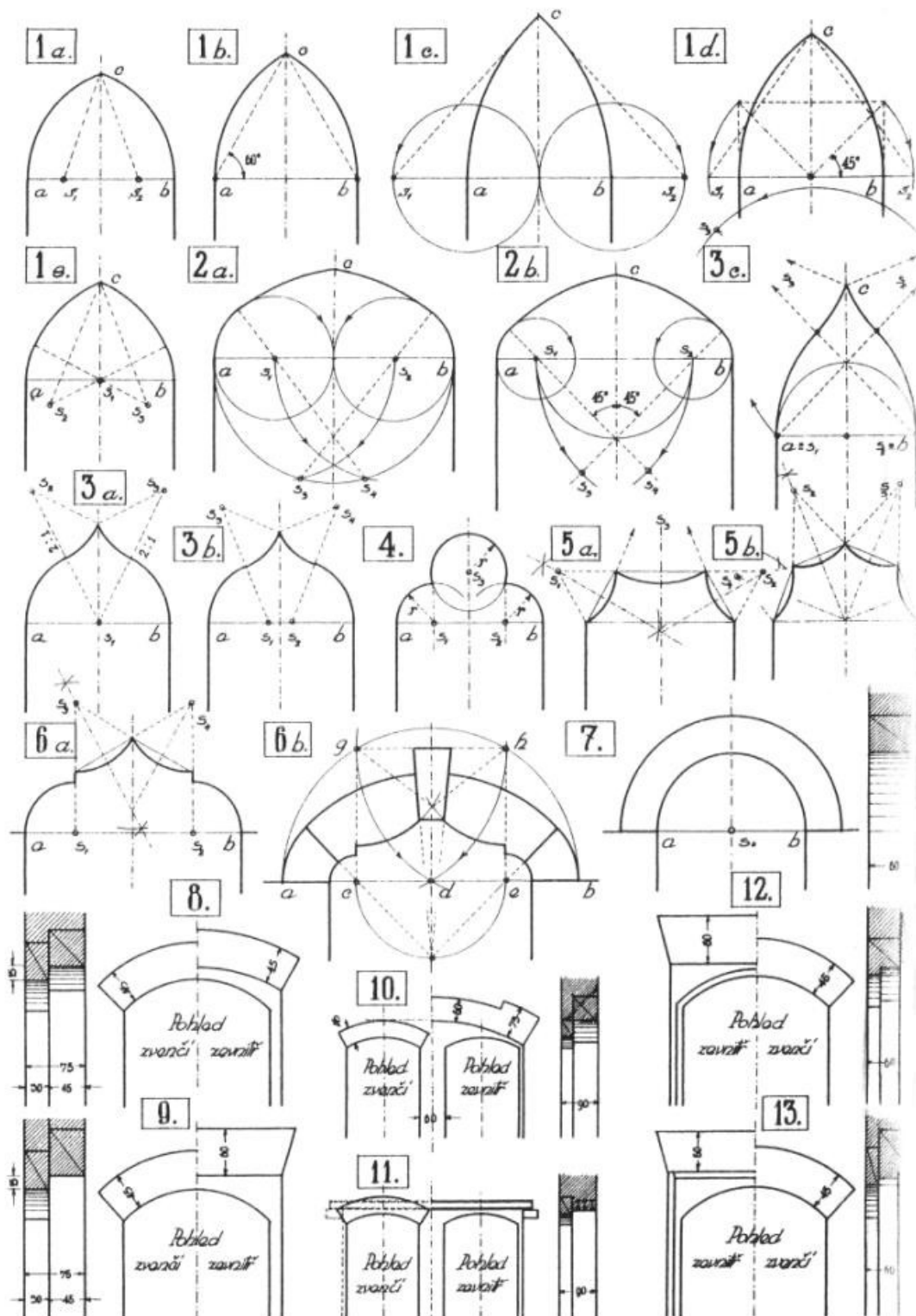
**Geometrie klenebních oblouků (převzato z Čenský, A. : Okenní a dveřní otvory, tradice z pohledu dneška. Grada Publishing, Praha, 2005, str. 54 - 59)**



1 - klenba s označením styčných spár, 2 – grafické stanovení zatížení a vnitřních sil v klenbě segmentové, 3 – výslednicový obrazec sil v polovině klenby se stanovením vodorovné síly v patě, patrně jde o klenbu s nesterjně vysoko uloženými patkami, 5a – geometrické poměry v půlkruhové klenbě, 5b – nesprávné nasazení říms na patky obloukové římsy, 5c – správně odsazené římsy pod patkami půbloukové klenby, 6a, b – oblouk segmentový s polohou středu kružnice na vrcholu trojúhelníku a) úhel  $60^\circ$ , b) úhel  $90^\circ$ , 6c, d - segmentový oblouk a lomený překlád s navýšením v ose, 7a, b, d – konstrukce eliptického oblouku, 7e – konstrukce eliptického oblouku transformací kružnice, 7f, g – oválné oblouky z kružnic, 7h až m – konstrukce elipsy, 7n dělení elipsy na úseky stejné délky.



1 – vytvoření převýšeného eliptického oblouku transformací z kružnice, 2 – parabolický oblouk, 3, 4 – konstrukce paraboly, 5, 6 – konstrukce kobyly hlavy odvozením z kružnice, 7 až 11 – konstrukce kobyly hlavy pro různé zadávané parametry (poloha středu, patek a rozpětí), 12, 13 – pootočený segmentový oblouk, 14 – eliptický čtvrtoblouk převýšený, 15 – podkovové oblouky s různými patkami a podkovové oblouky lomené.



**1a** – gotický oblouk snížený, **1b** – gotický oblouk normální ( $60^\circ$ ), **1c** – gotický oblouk převýšený, **1d** – gotický oblouk se středy mimo prostor mezi patkami, **1e** – gotický oblouk se středy pod spojnicí patek, **2a, b** – tudorský oblouk, **3a, b** – oslí hřbet různých poměrů, **3c** – oslí hřbet vysoký nebo plaménkový gotický oblouk, **4** – trojlístý oblouk – jeptiška, **5a, b** – drapériové oblouky, **6a, b** – spojka hvězdového oblouku a polovin oblouků kruhových s vloženým klenákem do středu hvězdového oblouku, **7** – půloblouková klenba kruhová, **8** – zaklenutí segmentovými klenebními pásy, **9** – zaklenutí segmentovým pásem a přímou klenbou, **10** – sdužené okno se samostatnými klenbami nad okny a odlehčující klenbou nad celým oknem, segmentový pás se sesílením v patách, **11** – zaklenutí sduženého okna segmentovými pásy nad okny, ve vnitřní části je rovný překlad z nosníků I, **12** – dva segmentové oblouky klenby nad oknem, vevnitř klenba rovná, **13** – kombinace přímé a segmentové klenby.

# Příloha č. 2

## Rozdělení kleneb

KLENBY A) VALENÁ KLENBA

B) PRŮNIK VALENÝCH  
KLENEB (KŘÍŽOVÁ A  
KLÁŠTERNÍ)

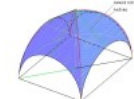
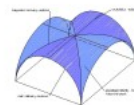


► KŘÍŽOVÁ  
S KRUHOVÝMI ČELY

• ROVNÉ VRCHOLNICE

• ŠIKMÉ VRCHOLNICE

• KRUHOVÉ VRCHOLNICE



► KŘÍŽOVÁ  
S LOMENÝMI ČELY

• ROVNÉ VRCHOLNICE  
S KRUHOVOU DIAGONÁLOU

• ROVNÉ VRCHOLNICE  
S LOMENOU DIAGONÁLOU

• ŠIKMÉ VRCHOLNICE

• KRUHOVÉ VRCHOLNICE



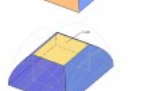
► KLÁŠTERNÍ KLENBA

• UZAVŘENÁ

• OTEVŘENÁ

• NECKOVÁ KLENBA

• ZRCADLOVÁ KLENBA



C) ČESKÁ KLENBA



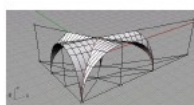
► ČESKÁ PLACKA



D) KUPOLE



E) KONOIDÁLNÍ KLENBA



F) CYLINDROIDÁLNÍ KLENBA



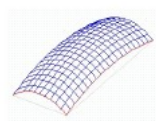
G) ŠESTIDÍLNÁ KLENBA



H) PĚTIDÍLNÁ KLENBA

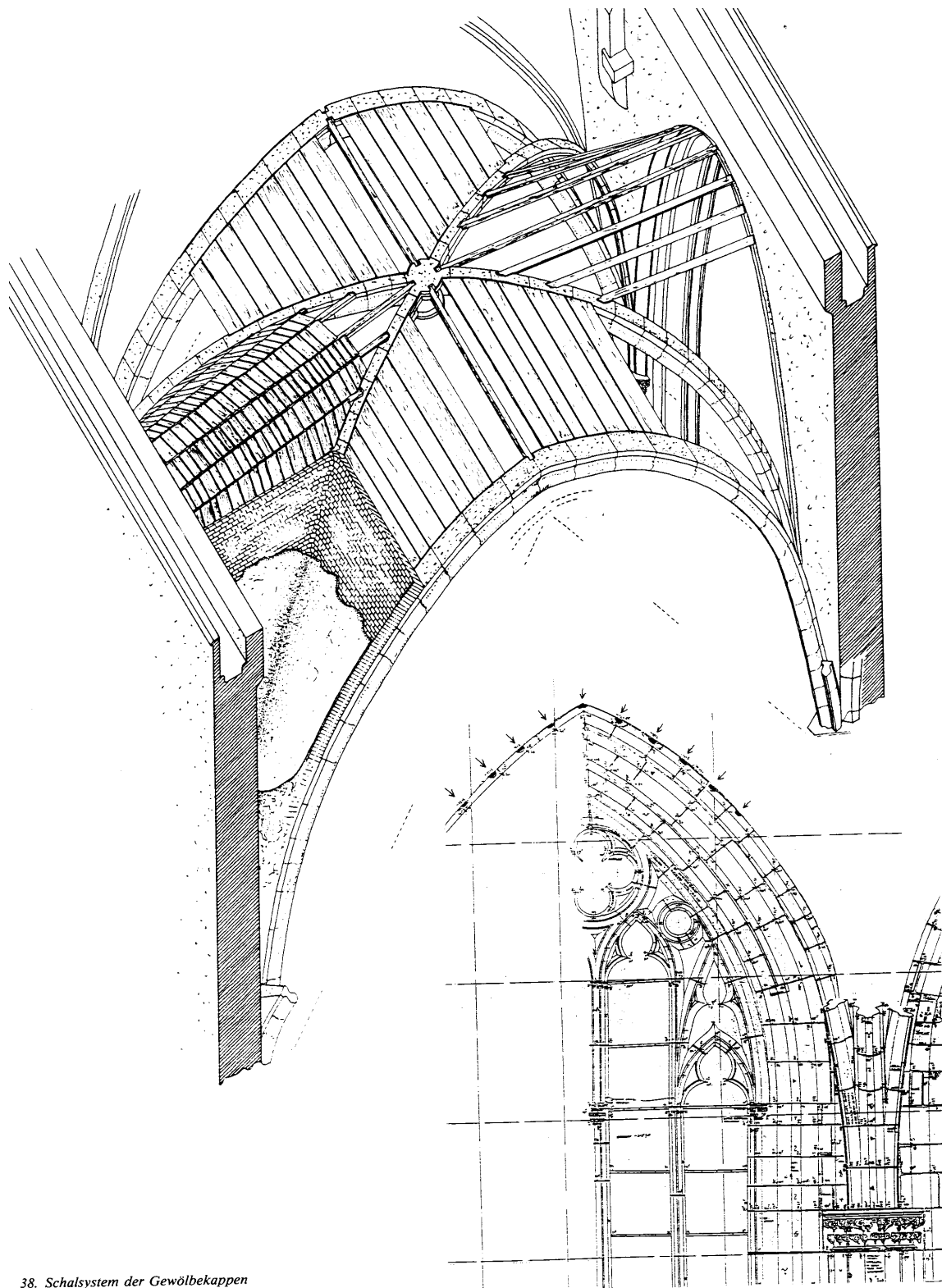


I) PRUSKÁ KLENBA



### Příloha č. 3

Ukázka konstruování křížové klenby chrámu v Regensburgu (Morsbach, P. [12], str. 270)



38. Schalsystem der Gewölbekappen

## Příloha č. 4

### Seznam děl J. B. Santiniho - Aichla (dle Horyna, M. [9], str. 209 – 402)

- 1700 - 1732 **Zbraslav, konvent cisterciáckého kláštera**, novostavba, provedeno částečně po 1700 **Praha – Staré Město, palác hrabat z Lissau (č.p. 935 – I)**, přestavba a částečná novostavba (zbořeno 1896)
- 1703 - 1708 **Sedlec, klášterní kostel Nanebevzetí P. Marie a sv. Jana Křtitele**, přestavba a obnova středověkého chrámu
- 1703 - 1717 **Praha – Malá Strana, kostel P. Marie Božské Prozřetelnosti**, provádění stavby s dílčími změnami proti staršímu projektu patrně od J. B. Matheye
- 1705 - 1707 **Panenské Břežany, kaple sv. Anny**, novostavba  
po 1705 **Praha - Malá Strana, Valkounský dům (č.p. 211 – III)**, přestavba  
do 1706 **Praha – Hradčany, kapitulní děkanství (č.p. 36 – IV)**, přestavba  
asi 1706 **Praha – Malá Strana, Kolowratský (Thunovský) palác (č.p. 213 – III)**, novostavba, realizace 1716 - 1721
- 1708 - 1710 **Chotouň, kostel sv. Prokopa**, novostavba  
po 1706 **Žďár nad Sázavou, klášterní kostel Nanebevzetí P. Marie a sv. Mikuláše**, částečná přestavba interiéru
- 1709 **Žďár nad Sázavou, Dolní hřbitov**, novostavba  
asi kolem 1710 **Žďár nad Sázavou, Studniční stavení konventu (Studniční kaple)**, úprava
- 1708 - 1710 **Mladotice, kaple Jména P. Marie**, novostavba  
od 1709 **Sedlec, konvent cisterciáckého kláštera**, novostavba, realizováno jen z části  
kolem 1710 **Sedlec, hřbitovní kostel Všech svatých**, oprava a úprava
- 1710 - 1714 **Praha – Bílá hora, poutní areál P. Marie Vítězné**, dostavba a úprava starší stavby  
do 1710 **Plasy, projekt klášterního kostela, konventu a urbanistického režimu celého areálu kláštera**, realizováno pouze částečně 1710 - 1740
- 1710 **Mariánská Týnice, poutní kostel Zvěstování P. Marie a cisterciácké probošství**, novostavba, realizace 1720 - 1764
- 1710 - 1714 **Pohled, probošství kláštera cisterciáček, Vallis S. Mariae**, novostavba
- 1711 **Šintlochy, kaple sv. Cyrila a Metoděje při rezidenci a dvoře žďárského kláštera cisterciáků**, novostavba, nezachováno
- 1711 - 1726 **Kladruby u Stříbra, klášterní kostel Nanebevzetí P. Marie, sv. Wolfganga a sv. Benedikta**, oprava a přestavba
- 1713 - 1714 **Praha – Malá Strana, Morzinský palác (č.p. 256 – III)**, přestavba
- 1713 - 1717 **Zvole, kostel sv. Václava**, přestavba a dílčí novostavba
- 1714 **Rozsochatec, projekt kaple Nejsvětější Trojice**, pouze nerealizovaný plán novostavby
- 1714-1720 **Želiv, klášterní kostel Narození P. Marie**, oprava a dostavba
- 1714 **Vojslavice, kostel Nanebevzetí P. Marie**, patrně nerealizovaný projekt novostavby
- 1714 **Lhotice, návrh přestavby rezidence želivského kláštera**, patrně nerealizovaný projekt
- 1714 - 1722 **Horní Bobrová, kostel sv. Petra a Pavla**, přestavba středověkého kostela
- 1714 - 1717 **Hradec Králové, kaple sv. Klimenta**, novostavba
- 1714 - 1715 **Rychnov nad Kněžnou, kostel Nejsvětější Trojice**, novostavba průčelí staršího kostela
- 1714 - 1723 **Rychnov nad Kněžnou, kolej kláštera piaristů**, novostavba, nezachováno  
kolem 1715 **Žďár nad Sázavou, hřbitovní kostel Nejsvětější Trojice**, přístavba sakristie
- 1715 - 1718 **Dolní Ročov, věž klášterního kostela, kaple 14 svatých pomocníků, ambity na hřbitově**, přestavba a novostavba, nezachováno
- 1715 - 1719 **Praha - Malá Strana, Colloredovský (Schönbornský) palác (č.p. 365 – III)**,



přestavba

1715 - 1721 **Praha – Nové Město, kostel sv. Petra a Pavla na Zderaze, při klášteře křížovníků, Strážců Božího hrobu**, novostavba, zbořeno

1715 - 1719 **Hradec Králové, biskupská rezidence**, novostavba zadní části objektu

do 1716 **Kalec, hospodářský dvůr s opatským zámečkem**, novostavba

do 1716 **Slapy, kostel sv. Petra a Pavla**, přestavba

1716 **Praha – Hradčany, katedrála sv. Víta – návrh chórové mřížky**, návrh

před 1717 **Chrast u Chrudimi, kostel Nejsvětější Trojice**, dílčí úprava kněžiště

1716, 1721 - 1722 **Humpolec, farní kostel sv. Mikuláše**, oprava a přestavba

1718 - 1750 **Křtiny u Brna, poutní kostel Jména P. Marie a někdejší premonstrátské probošství**, novostavba s dílčími změnami proti původnímu Santiniho projektu

do 1719 **Želiv, hřbitovní kostel sv. Petra a Pavla**, oprava

1719 - 1722 **Žďár nad Sázavou, poutní kostel sv. Jana Nepomuckého s ambity, branami a kaplemi na Zelené hoře**, novostavba, realizace až po 1735

1719 - 1723 **Veselíčko, hospodářský dvůr zv. Grangie sv. Václava**, novostavba, nezachováno

1719 - 1724 **Rychnov nad Kněžnou, zámek**, přestavba a dostavba

kolem 1719 **Hradec Králové, kostel sv. Antonína Poustevníka na Slezském předměstí**, přestavba, zbořeno

do 1720 **Chrašice, kostel sv. Martina**, přestavba a dostavba

1720 - 1722 **Opočno, návrh úprav zámku a plány pro další stavby na panství**, realizováno jen částečně, nezachováno

kolem 1720 **Horušice, bývalá rezidence sedleckých cisterciáků**, novostavba

kolem 1720 **Skapce, bývalá letní rezidence kladrubských opatů**, novostavba

kolem 1720 **Ostrov nad Oslavou, Panská hospoda a hospodářský dvůr**, novostavba

1720 - 1722 **Lázně Bělohrad, zámek**, přestavba a dostavba

po 1720 **Hoříněves, zámek**, přestavba a přístavba

1721 - 1723 **Chlumeck nad Cidlinou, zámek**, novostavba

1722 - 1730 **Rajhrad, proboštský kostel sv. Petra a Pavla**, novostavba s výjimkou západního průčelí

po 1721 **Rajhrad, projekt probošství a konventu benediktinů**, návrh, realizace částečná a se změnami až do druhé poloviny 18. stol.

kolem 1720 **Rajhrad, kostel Povýšení sv. Kříže**, realizace 1765 - 1766, přestavba a částečná novostavba

1721 **Měřín, kaple Nanebevstoupení Páně**, novostavba, nezachováno

před 1722 **Žďár nad Sázavou, hospodářský dvůr zv. Lyra**, novostavba

do 1722 **Žďár nad Sázavou, konírna bývalé šlechtické akademie v klášteře**, novostavba

do 1722 **Žďár nad Sázavou, hostinec „U Tří hvězd“**, novostavba, téměř zcela zdevastováno

1722 - 1727 **Žďár nad Sázavou, prelatura kláštera, vstupní křídlo**, novostavba, částečně přestavěná

po 1722 **Žďár nad Sázavou, chudobinec**, novostavba, téměř zcela zničeno

1722 **Vyklantice, kostel sv. Jana Nepomuckého**, realizace do 1727

do 1723 **Kladruby, projekt konventu kláštera benediktinů**, neprovedený a nezachovaný návrh

do 1723 **Nebřeziny, rezidence kláštera v Plasech**, novostavba

do 1723 **Rychnov nad Kněžnou, zámecká jízdárna**, novostavba

1723 - 1725 **Deštné v Orlických horách, kostel sv. Máří Magdalény**, novostavba

do 1724 **Heřmánův Městec, zámek**, přestavba

1724 - 1727 **Kozojedy, kostel sv. Mikuláše**, přestavba a dostavba

do 1723 **Obyčtov, kostel Navštívení P. Marie**, realizace 1730 - 1734

do 1725 **Nadryby**, výklenková kaple, novostavba  
1726 **Mladé Bříště**, kostel sv. **Jana Křtitele**, oprava  
do 1728 **Ostrov u Stříbra**, kaple sv. **Vojtěcha**, novostavba  
do 1732 **Všehrady**, kostel sv. **Prokopa**, přestavba a dostavba  
asi po roce 1730 **Chlumeck nad Cidlinou**, zámecká kaple **Zvěstování P. Marie**, novostavba  
dle staršího projektu  
1728 - 1734, 1738 **Hubenov**, hospodářský dvůr s opatským zámečkem, novostavba

## Příloha č. 5

### Kostel sv. Jana Nepomuckého na Zelené hoře u Žďáru nad Sázavou

#### A) Kostel a ambit (pohlednice)



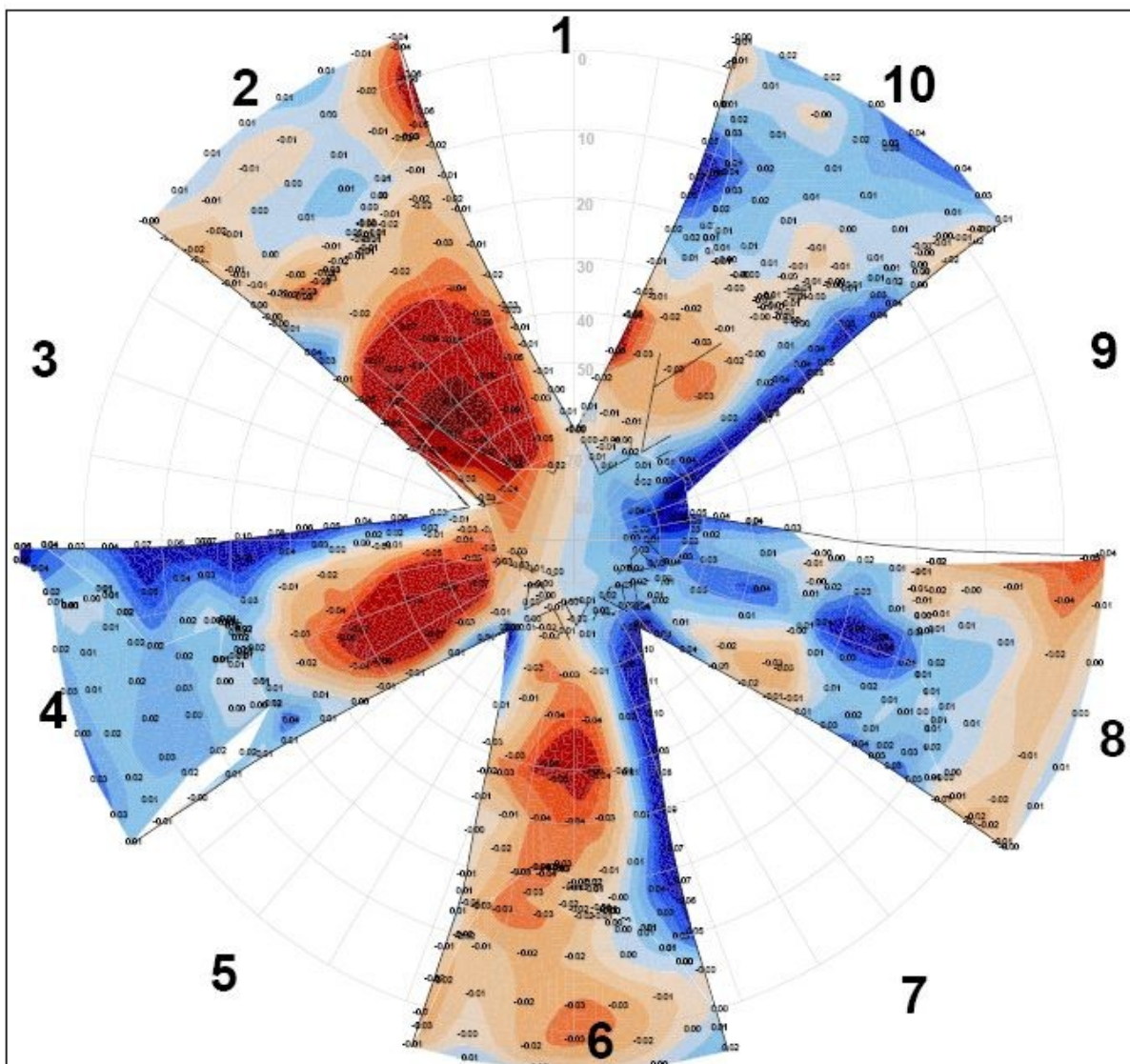
#### B) Pětídílná klenba v jedné kaple ambitu



## Příloha č. 6

### Odchyšky plochy kopule od ideální polosféry kostela sv. Jana Nepomuckého na Zelené hoře u Žďáru nad Sázavou

Azimutální stereografická projekce v normální poloze – konformní zobrazení:



Zpracoval: Ing. Jiří Vidman, 2005

Zpracováno s pomocí programového systému ATLAS DMT

## Legenda stereografické projekce a skutečný pohled do kopule [11]:

Poutní kostel sv. Jana Nepomuckého  
na Zelené Hoře - Žďár nad Sázavou

### ODCHYLKY PLOCH KOPULE

Od ideální polokoule

Santiniho + popožárová omítka

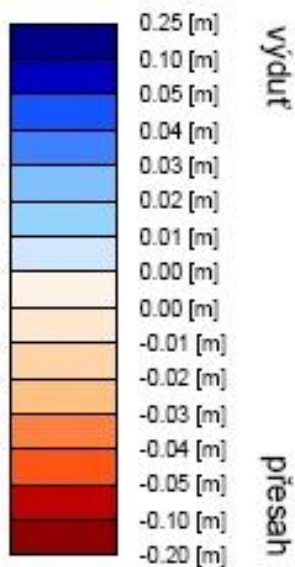
Kartografické zobrazení polokoule: Azimutální  
stereografická projekce v normální poloze  
konformní zobrazení (zachovává úhly)  
Orientační měřítko: 1 : 150  
Pohled zespodu



Zobrazení odchylek od ideální plochy polokoule:

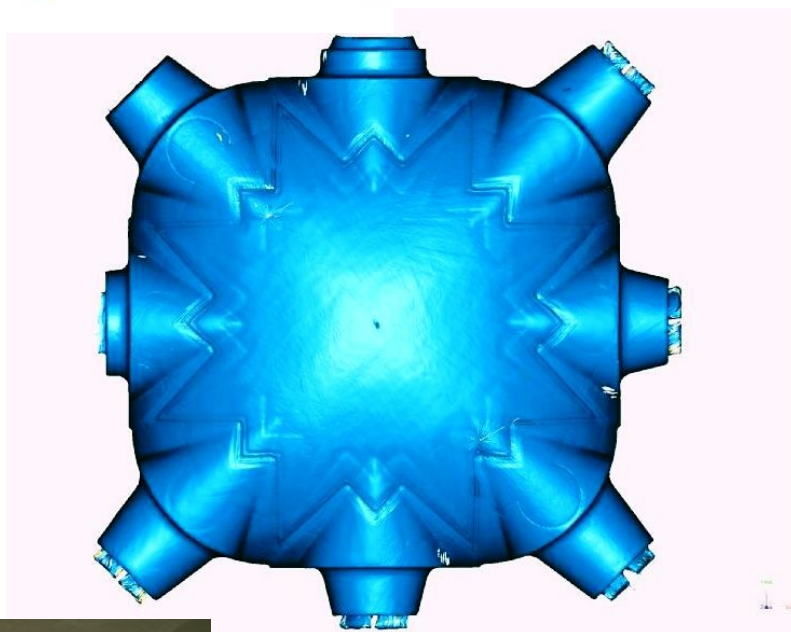
Modrá barva: výduté - skutečná plocha je vně teoretické  
Červená barva: přesahy - skutečná plocha zasahuje  
dovnitř teoretické plochy

Odchytky jsou kótovány v metrech.



## Příloha č. 7

Klenba jedné z místností kláštera v Plasech (vyobrazení naměřených hodnot z vyměřování 11/2007 pomocí 3D skeneru panem doc. Dr. Ing. Karlem Pavelkou – zatím matematicky nezpracováno a fotografie této klenby pořízená autorkou)



## **Příloha č. 8**

### **Točitá schodiště**

#### **A) Schodiště v kostele v Sedlci (pohlednice)**



#### **B) Oválné schodiště v konventu kláštera v Plasech [11]**



Příloha č. 9

Zaměření přízemí části s točícím schodištěm konventu kláštera v Plasech (Inženýrská geodézie v Plzni, 1970 – 1972; uloženo v NPÚ v Plzni)

