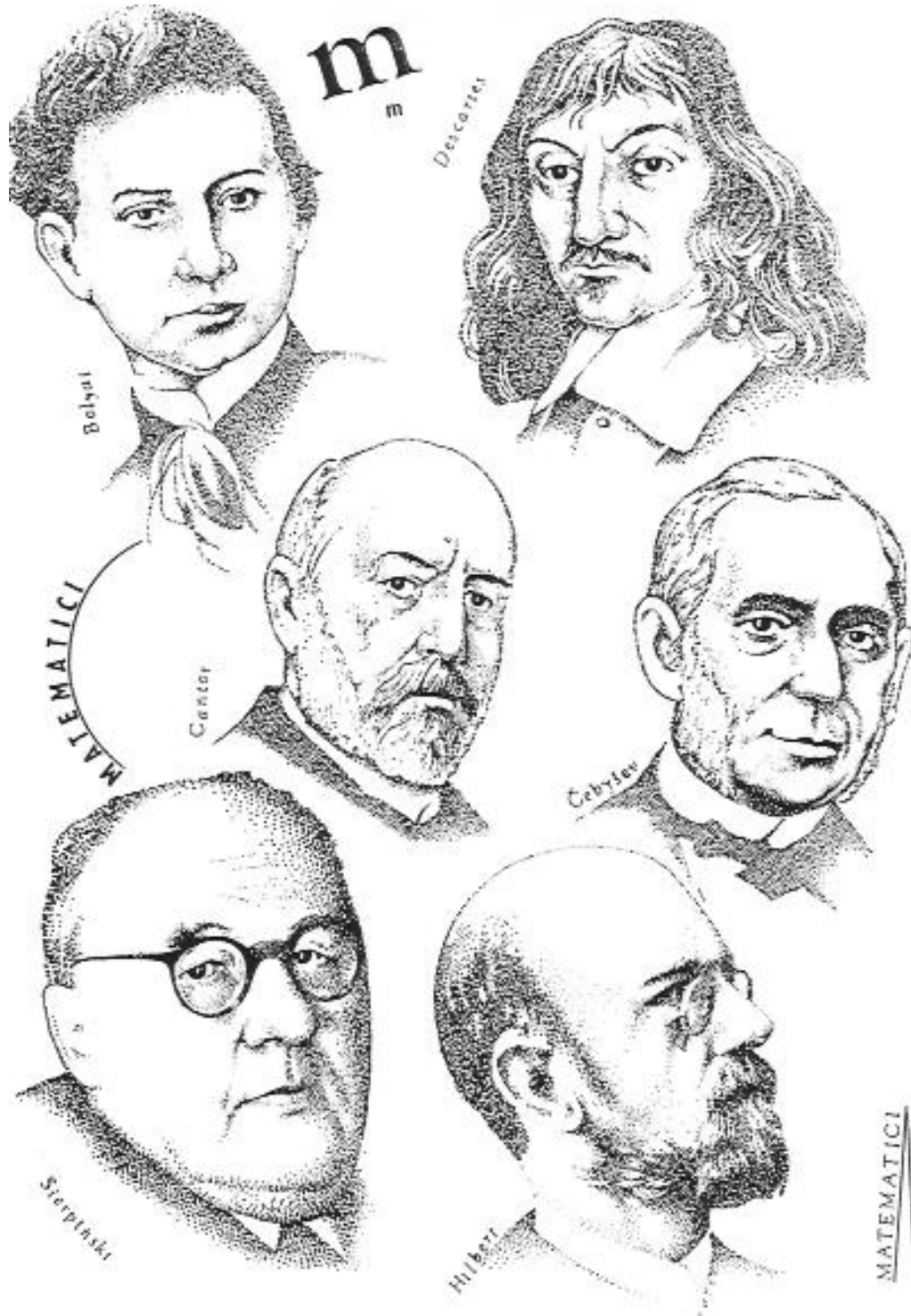


K výročiam významných matematikov

(v školských rokoch 2016/2017 až 2020/2021)



Zostavil Dušan Jedinák,
emeritný učiteľ počtov a merby
TOPOĽČANY 2016

Úvod

Úžasnú konštrukciu matematiky a jej užitočných výpočtových postupov vytvárali ľudia, smrteľníci svojej doby. Pri spomienke na nich sú vhodné aspoň základné údaje z ich života a vedeckej činnosti. Niektoré z nich prináša aj tento spomienkový súbor.



Krátke životopisné medailóny o významných matematikoch, ktorí majú v jednotlivých mesiacoch školského roka **2016/2017** „okružle“ výročie narodenia alebo úmrtia (deliteľné piatimi), môžu spestriť nejednu vyučovaciu hodinu matematiky. Určite tieto literárne podobenky nie sú vyčerpávajúcim prehľadom života a diela spomínaných význačných matematikov. Majú za cieľ iba skromne pripomenúť ľudské osobnosti tých, ktorí mali radi matematický spôsob premýšľania. Aj profesionálna matematická činnosť je sprevádzaná ľudským temperamentom, túžbami a predstavami, dlhodobým úsilím i trvalými zásadami.

Príležitostnou spomienkou na ľudí spojených s rozvojom matematických disciplín môžu učitelia školskej matematiky prispieť k hlboko ľudskej motivácii našich žiakov pre trvalú výstavbu zúšľachtľujúcej matematickej kultúry.

O b s a h

(životopisné medailóny)

Cardano

Galois

Leibniz

Schwarz

Tarski

Neumann

Banach

Gauss

Cauchy

Turing

Ak sa dôvernejšie zoznámite s tvorcami a širiteľmi matematickej kultúry, ktorí prispeli k zúšľachteniu premýšľania vo svojej dobe a zanechali trvalú stopu pre celú históriu ľudstva, možno aj vás podnieti inšpirácia pre šírenie a požívanie matematickej kultúry v súčasnosti.

Geronimo CARDANO - nezvyčajný lekár s matematickým talentom

Trvalé označenia

S jeho menom sú spojené pojmy *Cardanov kĺb* - spojka, *Cardanov hriadel'*, *Cardanov záves*, ale aj *Cardanov vzorec*. Prvé dva pojmy sa viažu k technickým zariadeniam pre prevod točivého pohybu, Cardanov záves umožňuje zachovať stálu rovinu rotácie telesa a využíva sa pre zotrvačníky. Do matematiky patrí Cardanov vzorec

$$x = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$
, ktorým sa rieši rovnica tretieho stupňa (kubická)

$x^3 + px = q$. Aký životný osud mal Geronimo Cardano (1501–1576), syn talianskeho právnik, ktorý bol za svojho života uznávaným lekárom a po smrti oceňovaný ako matematik a mechanik?

Zákruty života



Narodil sa ako nemanželský syn, v Pávii, 24. 9. 1501. Vyštudoval medicínu na univerzite v Padove. Postupne sa stal jedným z najznámejších lekárov svojej doby. Popísal spôsoby liečby mnohých chorôb. Bol profesorom v Miláne a Bologni. Spojil lekárske povolanie, matematický talent a fyzikálne myslenie. Napísal viac ako 200 prác z medicíny, matematiky, fyziky i filozofie. Zostavoval však aj horoskopy, zaoberal sa alchýmiou. Mal nestálu povahu, encyklopedické vedomosti a bol poverčivý. Jeho životné osudy boli až tragické (r. 1546 mu zomrela manželka, r. 1560 bol sťatý jeho 26 ročný syn za otrávenie svojej ženy). Druhý syn sa stal tulákom a dokonca olúpil aj svojho otca. Samotný Cardano bol v roku 1570 uväznený a skonfiškovali mu majetok. Z penzie svojho otca dožil v Ríme, kde spísal vlastný životopis a zoznam svojich prác. Zomrel 21. 9. 1576.

Matematický zápas

V spise *Velké umenie - Ars Magna* uviedol (1545) už spomínané riešenie rovnice tretieho stupňa. Tým sa dostal Cardano

do sporu s Niccolom Fontanom (asi 1499-1557), prezývaným Tartaglia (čo znamená Koktavý). Ten totiž poznal všeobecný postup riešenia a nechcel ho uverejniť. Vyhrával pomocou svojich vedomostí v tom čase "matematické súboje", v ktorých riešil s protivníkom dohodnutý počet úloh. V roku 1539

Tartaglia prezradil Cardanovi metódu, no nepodal dôkaz a žiadal ho, aby postup nezverejňoval. Ale Cardano sa z rukopisu Scipiona del Ferra

(1465-1526) dozvedel, že ten asi v roku 1500 našiel metódu výpočtu koreňa rovnice $x^3 + ax = b$ a tak sa necítil zaviazaný dodržať sľub, daný Tartagliovi. Uverejnil aj to, že riešenie objavil Scipio del Ferro a nezávisle aj Niccolo Tartaglia. Tak sa pre vec



Evariste GALOIS – veľmi divný chlapčisko

Zastrelený matematik

Ticho májového rána v lesíku neďaleko Paríža prerušili dva výstrely.

Po „čestnom“ súboji našli 30. mája 1832 ťažko zraneného mladíka. Po prevezení do nemocnice, na druhý deň zomrel. Menoval sa Evariste Galois (1811–1832).

Málokto vtedy vedel, že zomrel človek, ktorý významne zasiahol do matematického poznania. Vedeli, že zahynul odvážny republikán, zapletený do politických sporov svojej doby. Skoro nikto netušil, že Evariste Galois pripravil kľúč pre modernú algebru tým, že pochopil podstatu nových vzťahov medzi celými triedami matematických prvkov a operáciami s nimi. Jeho zjednocujúci pohľad a nová idea v otázke riešiteľnosti algebraických rovníc patria k významným objavom matematiky 19. storočia.

Odhalený talent

V Bourg-la-Reine, mestečku neďaleko Paríža sa 25. októbra 1811

narodil Evariste Galois. Vychovávala ho matka – Mária

Adelaide, ambiciózna osoba, so silným charakterom a obdivom

pre antickú kultúru. Starostlivo pripravila syna na skúšky do

štvrtej triedy Lýcea Ľudovíta Veľkého. Dvanásťročný Evariste

začal vážne študovať vedy prírodné i humanitné. Čoskoro ho očarila krása

matematiky. Učebnicu *Základy geometrie* zvládol za niekoľko dní. Zahĺbil sa do

algebraických prác významných matematikov vtedajšej doby – Lagrangea,

Cauchyho, Gaussa, Jacobiho. Vytušil, že odhalením štruktúry sa objasnia ťažko

pochopiteľné detaily. Zaľúbil sa do sveta symbolov a vzorcov.

Profesor Richard odhalil jeho talent pre matematickú prácu, podporil záujem

o vedeckú činnosť, odporučil publikovať prvé výsledky. Galoisova prvotina *Dôkaz*

jednej vety o periodických reťazových zlomkoch vyšla v *Análoch pre matematiku* pre

rok 1828/29. Evariste Galois sa začal cítiť matematikom. No napriek tomu

už po druhý raz neuspel na prijímacích skúškach do Polytechnickej školy. Jeho

temperament a nechť nechať sa skúšať primitívnymi otázkami spôsobili, že situáciu

pri skúškach nezvládol. Povrávalo sa, že dokonca hodil špongiu do skúšajúceho.

V júli 1829 zomrel Evaristovi tragicky otec. Na radu svojho profesora odišiel

Galois študovať na školu, ktorá pripravovala vychovávateľov a učiteľov pre

kráľovské lýceá. Tu skúšky urobil, i keď vyjadrenia niektorých profesorov neboli

zvlášť priaznivé. Profesor matematiky Leroy sa však o Galoisovi vyjadril: „...občas

sa vyjadruje veľmi nezrozumiteľne, ale je veľmi inteligentný a prejavuje prekvapujúce

schopnosti pre vedeckú prácu...“ Galois poslal vedecké pojednanie do súťaže

vypísanej Akadémiou v Paríži. Práca sa stratila, zostala bez vyjadrenia. Evariste

ťažko znášal nezáujem o výsledky svojho snaženia. Príliš skoro spoznal, akú radosť



i utrpenie poskytuje tvorivá práca. Nepokoj ducha ho hnal do vírov života. Útechu nachádzal v milovanej matematike.

Vylúčený a väznený



Mladý Evariste, bledý chlapec s melancholickým výrazom tváre, mal úprimný vzťah k vede a veľkú lásku po slobode a demokracii. Jeho prudká a vášnivá povaha spájala smelosť mysle i odvahu činu. Revolučné udalosti roku 1830 vo Francúzsku neprešli jeho životom bez účinku. Júlová revolúcia parížskeho ľudu proti vláde Bourbonov umožnila nástup liberálnejšej buržoázii. Temperamentný Galois sa zapojil do politického boja na ľavom krídle republikánskeho Združenia *Priatel'ia ľudu*. Článkom v novinách zaútočil na riaditeľa školy pre jeho bezcharakterný postoj v revolučných dňoch. Verejne

vystupoval na zhromaždení republikánov, vstúpil do delostrelectva národnej gardy. Bol za to vylúčený zo školy.

Dvakrát bol uväznený. Za účasť na manifestácii 14. júla 1831, keď bol na čele asi 600 manifestantov, oblečený v uniforme vtedy už zakázanej národnej gardy, s karabínou a dýkou, dostal trest deviatich mesiacov väzenia. Na slobodu sa dostal koncom apríla 1832. Ojedinelé milostné dobrodružstvo vyvrcholilo nečakaným súbojom, možno aj za prispenia polície. Evariste Galois v liste na rozlúčku píše: *...umieram ako obeť nečestnej ženy; stal som sa obeťou hanebného obviňovania... veľmi som túžil, aby som oddal život za dobrú vec... Zomrel príliš mladý.*

Radikálny postup

Za svojho života nebol Galois známy ako matematik. Vedelo sa, že v matematike „podniká“, ale výsledky nikto neoceníl. Z jeho matematických prác sa zachovalo asi 60 strán textu. V nich je ukryté odhalenie, že s každou algebraickou rovnicou je zviazaná určitá grupa transformácií, ktorá určuje, či korene uvažovanej rovnice možno alebo nemožno vyjadriť v radikáloch, t.j. pomocou súčtu, rozdielu, násobku, podielu, umocnenia a odmocnenia jednotlivých koeficientov rovnice. Evariste Galois našiel nevyhnutnú a postačujúcu podmienku, ktorú musia spĺňať rovnice daného stupňa, aby boli riešiteľné pomocou radikálov.

Galois chcel spojiť túžbu po vedeckej pravde v matematike s revolučným zápasom republikána za ideu sociálnej spravodlivosti a všeobecného blaha. O význame oboch nepochyboval. V listoch priateľovi píše: *...možno niektorí ľudia sa narodili preto, aby robili dobre, no nikdy sa im nenaskytne na to príležitosť. Zrejme k nim patrí... Ak niekto chce byť vedcom, má byť iba vedcom, ale moje srdce sa vždy búri proti rozumu...*

V poslednom liste, pred smrťou, Evariste píše: *...urobil som niekoľko nových objavov v oblasti analýzy... pracoval som nielen na týchto problémoch... V svojom živote som často uvádzal výsledky, s ktorými som si nebol ešte absolútne istý. Ale*

všetko, čo som tu napísal, je výslednicou hlbokých úvah a veľmi mi záleží, aby ma nikto nemohol podozrievať, že uvádzam výsledky a nemôžem ich zodpovedne odôvodniť... Opravy a doplnky posledných matematických textov obsahujú zúfalú poznámku: *Nezostáva mi už čas.*

Princíp a podstata teórie grúp

Trvalý význam Galoisových matematických myšlienok spoznali až neskôr. V roku 1846 francúzsky matematik Liouville uverejnil väčšinu jeho prác a v roku 1870 pochopil a vyzdvihol význam Galoisovej teórie vynikajúci matematik Camille Jordan. I keď Galois príliš rýchlo formuloval svoje myšlienky a zanechal mnoho zásadných odpovedí bez dostatočných dôkazov, nástojčivo odhaľoval princípy a metódy teórie grúp, ktoré sa dnes uplatňujú v celom ľudskom poznaní.



Hrali ste sa niekedy s Rubikovou kockou? Ak budete skúmať matematickú podstatu toho čarovného „vrtenia“ kocky, dozviete sa, že je príkladom využitia grupových vlastností. Pozoruhodné zákonitosti z teórie grúp odhalil a prvý raz účinne použil pri riešení matematického problému Evariste Galois.



Gottfried Wilhelm LEIBNIZ – človek ducha a skrytých síl

Všade je život

Svet chápal ako nahromadenie božích pohľadov. *Dobrota núti Boha k tvoreniu. Dobrota spojená s múdrosťou ho vedie k tomu, aby vytváral to najlepšie.* Náš svet je svetom najdokonalejším. Gottfried Wilhelm Leibniz (1.7.1646 – 14.11.1716), posledný polyhistor, nemecký učenec a organizátor vedeckého života, uznával princíp pluralizmu a individuality. Jeho monády – silové duchovné jednotky bytia tvoria základ všetkého. Živá a neživá príroda sú spojené. *Celá príroda je plná života.* Mŕtve musí byť pochopené zo živého.

Univerzálny bádateľ

Medzi najčastejšie sa vyskytujúcimi tvorcami pojmov a znakov v matematike je uvedený G.W. Leibniz, meno zvlášť nadaného všestranného učenca, ktorý veľmi citlivo chápal súlad medzi obsahom a formou pre matematický zápis a symboliku. Zaviedol napr. symbol pre delenie $:$, pre násobenie $.$, pre diferenciál dx , pre integrál \int a celý rad ďalších. Výsledky svojich prác odovzdával s myšlienkou: *Usiloval som sa písať tak, aby študujúci mohol vždy vidieť vnútorný základ študovaného predmetu, aby mohol objaviť zdroj objavu a teda do všetkého vniknúť tak, ako keby to bol vymyslel sám.*



Vyštudoval matematiku, filozofiu i právo. Pôsobil ako diplomat, dvorný radca i knihovník. Debatoval a dopisoval si s významnými osobnosťami vedy a politiky vtedajšieho sveta. Zachovalo sa najmenej 15 tisíc jeho listov. Zaoberal sa aj históriou, lingvistikou, geológiou, teológiou. Písal filozofické úvahy i právne úvahy. Získal povest' univerzálneho génia.



Svoje prvé matematické dielo vypracoval pod názvom *Kombinatorické umenie* (1666). Z jeho myšlienky, že je *nedôstojné pre nadaného človeka, aby ako otrok strácal hodiny života pri výpočtoch, ktoré určite bolo možné zveriť ľubovoľnej osobe, pokiaľ by pre to použila stroj*, vyplynula snaha skonštruovať lepší počítačový stroj ako Pascalov z roku 1641. Leibniz zostavil stroj, ktorý nielen sčítal a odčítal, ale aj násobil a delil. Predviedol ho v roku 1643 v Paríži. V Londýne mal s ním technické problémy, ale aj tak získal členstvo v Kráľovskej spoločnosti. Neskôr počítačový stroj zlepšoval a dosiahol, že sa

na ňom dalo i umocňovať a hľadať aj druhú i tretiu odmocninu. Tak sa stal Leibniz predchodcom počítačovej éry ľudstva.

Všeobecnosť úvah i argumentácie

Gottfried Leibniz bol fascinovaný myšlienkou vytvoriť univerzálny jazyk, všeobecný myšlienkový algoritmus, ktorým by získaval správnu odpoveď na každú otázku. Vždy si všímal funkčné závislosti, systematicky sa zamýšľal nad vlastnosťami matematických funkcií. Odhalil, že je možné vyjadriť konečné ako nekonečný súčet veličín nekonečne malých. *Som natoľko pre aktuálne nekonečno, že namiesto, aby som pripustil, že sa ho príroda desí, ako sa bežne hovorí, som presvedčený, že ho má v obľube všade, aby lepšie zdôraznila dokonalosti svojho tvorcu.* Medzi rokmi 1673–1676 objavil diferenciálny a integrálny počet. Svoje výsledky publikoval až v diele *Nová metóda o najväčších a najmenších veličinách* (1684) a neskôr *O skrytej geometrii a analýze nedeliteľných a nekonečných veličín* (1686). Jeho terminológia a symbolika sa ujala. Ďalší učenci rozvinuli celú teóriu a jej aplikácie.



Ako jeden z najvzdelanejších mysliteľov doby Leibniz klasifikoval prvky ľudského myslenia. Prispel k základom modernej matematickej logiky, má podiel na objave teórie determinantov. Bol autorom niekoľkých technických vynálezov (napr. pumpy na odsávanie vody zo šachiet). Dal podnet pre vytvorenie akadémií vied v Prusku i v Rusku. V roku 1700 sa stal prvým predsedom Akadémie vied v Berlíne.

Filozof zjednocovania



Spojenie filozofie so špeciálnymi vedami, ich vzájomné obohacovanie bolo vždy pre Leibnizove myslenie charakteristické. Hľadal jednotu a harmóniu. Chcel porozumieť podstate vesmíru. Hľadal pravdu faktov i pravdu rozumu. Veril v rozumovú poznateľnosť celej skutočnosti. Pohyb a vývoj považoval za podstatnú charakteristiku sveta, v ktorom žijeme. Sformuloval niektoré vývojové myšlienky v biológii, geológii i kozmológii. Naznačil myšlienkovú cestu k dialektike. Vo filozofii i v bežnom živote sa snažil zjednocovať všetko kladné a užitočné. Hľadal cesty pre zmierňovanie protikladov, napríklad aj náboženstva s rozumom, aby zlúčil premýšľanie so zbožnosťou. Robil vedu pre človeka.

Z odkazu

Ľudskú stránku tohto posla vedy a filozofie charakterizujú aj jeho slová:



- *Viac ako čokoľvek iné ma tešila tá skutočnosť, že som pracoval nie podľa cudzích myšlienok, ale podľa vlastných sklonov.*
- *Kedykoľvek sa naučím niečo nové, hneď uvažujem, či by sa z toho nedalo niečo vyťažiť pre život.*
- *I keď patríam k tým, ktorí sa dôkladne zaoberali matematikou, neprestal som od svojej mladosti uvažovať i filozofii, pretože sa mi zdalo, že má prostriedky pre to, aby sa jasnými dôkazmi zistilo niečo spoľahlivé.*
- *Tí, ktorí sa radi zaoberajú detailmi vedy, opovrhujú abstrakciou a všeobecným výskumom. Tí, ktorí prehlbujú princípy, zriedka vniknú do jednotlivostí. Ja si vážim rovnako obidve, lebo som zistil, že analýza princíпов slúži na vyjadrenie detailov.*
- *Umenie je najvyšší výraz akejsi vnútornej a neuvedomenej aritmetiky... Hudba je radosť duše, ktorá robí výpočty, sama si toho nevšímajúc.*
- *Dával som prednosť vede a umeniu, pretože ony neustále zvyšujú slávu božiu a ľudské blaho... veda a remeslo sú skutočnými pokladmi ľudského rodu, pretože pomocou nich umenie premáha prírodu a civilizované národy sa líšia od barbarských... Od detstva som mal rád vedu, zaoberal som sa ňou a mal som šťastie...*



Gottfried Wilhelm Leibniz bol nesporne epochálnym zjavom európskej vedy, zmierovateľ protikladov, túžiaci po harmónii národnej, náboženskej i všeobecne myšlienkovvej, ústiacej do hlboko ľudskej spolupráce.



Štefan SCHWARZ - rozhládený matematik v dimenzii kultúry

Život s matematikou

Matematika ho začala baviť, keď mal asi trinásť–štrnásť rokov. Gymnázium v rodnom Novom Meste nad Váhom absolvoval s vyznamenaním, preukázal nadpriemerné vedomosti z matematiky. Na vysokoškolské štúdiá odišiel do Prahy (1932). Vyštudoval matematiku a fyziku na Prírodovedeckej fakulte UK (1936). Získal právo vyučovať na československých stredných školách. Napísal dizertačnú prácu, stal sa doktorom prírodných vied (1937). Zostal asistentom u prof. K. Petra, bol jeho posledným doktorandom (1939). Hektická jar roku 1939 ho vrátila na Slovensko, kde začal pôsobiť na SVŠT (docent r. 1946, profesor r. 1947, tu učil do roku 1982), od 1943 aj na Prírodovedeckej fakulte Slovenskej univerzity, kde sa habilitoval prácou *Teória polorúp*. Niekoľko mesiacov strávil v koncentračnom tábore (1944–45). Akademikom SAV bol od roku 1953 (predseda SAV 1965–1970), ČSAV od roku 1960. V rokoch 1966–1971 bol členom ÚV KSČ. Sám napísal: *Dostal som sa aj do nebezpečnej blízkosti politiky*. V rokoch 1964–1988 bol riaditeľom Matematického ústavu SAV. *Matematika, to je kus môjho srdca i života*.

Štefan Schwarz (18. 5. 1914 – 6. 12. 1996), vysokoškolský profesor matematiky,



vo svojich prvých vedeckých prácach študoval maximálne grupy v periodických polorupách a otázky rozložiteľnosti polynómov na ireducibilné faktory nad konečnými telesami, neskôr zasiahol do teórie konečných polí, booleovských a stochastických matic, harmonickej analýzy i teórie čísel. Publikoval celý rad pôvodných vedeckých prác (osem monografií a učebných textov, viac než 90 vedeckých pojednaní a vyše 50 odborných statí). Ako ohlas mal okolo 700 citácií vo svetovej literatúre. V radoch učiteľov matematiky boli obľúbené jeho publikácie *O rovnicích*

(Praha 1940), *Algebraické čísla* (Praha 1950), *Základy náuky o riešení rovníc* (Praha 1958). Bol na mnohých prednáškových pobytoch v Európe i zámorí. Viedol redakčnú radu vedeckého matematického časopisu *Mathematica Slovaca*.

Matematická kultúra

Nechápal matematiku ako horu čísiel, ale ako spôsob myslenia. Matematické poznatky sú súčasťou civilizačnej kultúry každej spoločnosti. Vnímal matematiku ako istý druh duchovného športu, v ktorom sa vyžaduje nadväznosť a vytrvalosť. *Matematika nie je ilustrovaný časopis, ktorý možno začať čítať na ktorejkoľvek strane... Matematika učí vytvárať presnými logickými úvahami platné závery.... Matematika učí zmyslu pre pravdu, dôkladnosti a skromnosti*. Profesor Schwarz bral svoju matematiku ako nevyčerpatelný zdroj predstáv a princípov pre účinné vedecké teórie. *Matematika dáva iným vedám svoje prepracované metódy myslenia, ktoré umožňujú analýzu skrytých vlastností a vzájomných vzťahov... Podstatou matematiky je invencia... Jednou z podstatných črt matematiky je jej abstraktnosť*.

Vždy vedel ukázať, ako matematické vedomosti vyrastali z reality, z fyzikálnych otázok a technických problémov. Znalosť teoretických riešení umožňuje praktické použitie. *Matematika učí racionálnemu spôsobu myslenia a vyjadrovania... Matematika umožňuje riešenie praktických úloh... Matematiku nie je možné odlúčiť od iných predmetov.*

Vyučovanie matematiky

Rád a zaujímavo prednášal. Vedel zaujať a upútať pozornosť. Sršal neutíchajúcim záujmom o každú správnu matematiku, pravidelne odhaľoval krásu zmatematizovaného sveta. *Ak sa niekto vie zamýšľať nad predloženými faktami, má dost trpezlivosti a neustúpi pokiaľ si neutvorí vlastný názor, potom je v ňom zárodok matematika.* Vedel, že učiteľ matematiky má poznať aj princípy fyzikálneho myslenia a vnímať vzťah k experimentu. *Podstatné je: kedy, prečo a ako daný matematický postup vedie k cieľu.* Všimol si a rozvažoval aj nad metódami



vyučovania: *Učiť sa z kníh a živé slovo je rozdiel.. Každé vyučovanie by sa malo začať motiváciou... Matematická príprava sa začína na základnej škole a prebieha celý život... Nijaký učiteľ, ktorý sa vo vlastnom odbore systematicky a trvalo nevzdeláva, nemôže byť dobrým učiteľom... Študent musí prežívať spolu s učiteľom celý pochod objavovania... Pokiaľ študent sám, bez pomoci, nezačne počítat' a päťkrát sa sám nezmylí, nebude látke nikdy poriadne rozumieť... Metódy vyučovania by mali byť založené na osobných skúsenostiach tých, ktorí matematiku sami tvoria (t.j. objavujú, alebo znova objavujú).*

Aj pre vyučovanie matematiky platí, že to nie sú iba poznatky, ale aj postupy, ktorými boli dosiahnuté a ľudia, ktorí ich získali, *aby sa každý občan díval na matematiku ako na časť národnej kultúry a nie ako na strašiaka.* Odporúčal neustále poukazovať na historický vývin, vzťah k iným odborom, ponúkať aj estetický a umelecký aspekt. Matematickú kultúru treba prenášať, vnášať, sprostredkovať, prežívať.

System má začínať v škole

Bol presvedčený o tom, že pre každého človeka je potrebný istý druh všeobecnej matematickej kultúry. Vznešene ponúkal aj definíciu: *Matematicky civilizovaná osoba nemusí byť matematický virtuóz. Je to však človek, ktorý nachádza hlboké vnútorné uspokojenie z matematického umenia.* Vedel, že už vyučovanie na základných a stredných školách má priamu súvislosť s rozvojom kultúry celej spoločnosti. *Rozhodujúci vplyv na rozvoj matematickej kultúry majú stovky tzv. neznámych učiteľov na základných a stredných školách, ktorí v každodennej práci pripravujú budúcich študentov.* Nečakané a podnetné je jeho priznanie: *Stredná škola a riešenie príkladov z Rozhľadov vypestovali vo mne lásku k matematike.* Následkom toho aj neskôr až vášnivo riešil problémy z časopisu The American Mathematical Monthly. Profesor Schwarz uznal: *Matematika bude vždy meradlom*

hlbky ľudského myslenia. Svojím učiteľským pôsobením sa stal príkladom, ako prispievať k rozvoju matematickej kultúry. Aj priemerný matematik má tú výhodu, že vie napr. systémovo myslieť bez toho, že by sa to explicitne učil. Veril v budúcnosť širšieho i hlbšieho matematického vzdelania na našich školách. Bolo by veľmi zlým vysvedčením pre nás, keby naši nasledovníci neboli lepší, ako sme boli my.

Uznanie za vedu

Mnohí čo ho poznali, uznávali jeho vedecký i pedagogický formát, originálny učiteľský prístup, v ktorom odkrýval spôsob vlastného myslenia a široké všeobecné i hlboké matematické vzdelanie. Skoro všetci študenti (pedagogickým pôsobením ovplyvnil vysokoškolskú výchovu stoviek inžinierov a matematikov) priznávali neopakovateľné zážitky z jeho prednášok, spolupracovníci oceňovali jeho rozmer odborný i ľudský. Nikto nespochybňuje, že prof. Schwarz prispel k rozvoju matematickej vedy, k popularizácii štúdia matematiky, ku kvalite vysokoškolskej výučby matematických disciplín a rozšíreniu vedeckej práce v oblasti matematiky. *Do vedy môžu hovoriť len srdcia zapálené pre dobrú vec. Len vnútorné nefalšované nadšenie sa prenáša na ďalšie generácie.* Profesor Schwarz bol prvým slovenským matematikom, ktorý dosiahol medzinárodné uznanie. Vyjadrené jednou vetou prof. T. Šaláta: *Akademik Š. Schwarz sa zapísal trvalým písmom do dejín matematiky v našej vlasti.*



Človek má premýšľať

Možno aj novinárom, ktorých nemal moc rád, raz naznačil: *Každého treba posudzovať z hľadiska doby, v ktorej žil a pracoval.* Novinárka, ktorej sa stal "obeťou", priznala, že stretla svojrázneho človeka a napísala: *Mňa vždy upútal jeho intelektuálny sarkazmus, cit pre iróniu a zmysel pre vtip. Úchvatne a s príťažlivou ľahkosťou dokázal rozprávať "o svojej matematike". Prof. Schwarz sa nebál priznať: Matematika má pre mňa v sebe toľko estetických prvkov, ako výtvarné umenie. Keď niečo pochopím, čo som doteraz len málo rozumel, mám rovnaký pocit zadosťučinenia ako umelec z vydareného diela.* Nielen novinári si môžu pamätať Schwarzov svojský odkaz: ***Len premýšľajte. A nielen o matematike. O všetkom.***

Profesorovo pranie

Opriem sa o rýľ a premýšľam. Aj to sú slová vysokoškolského učiteľa, ktorý svojou celoživotnou vedeckou i pedagogickou činnosťou osvedčil, že školská matematika môže byť zaujímavá a dá sa jej rozumieť. Nielen tým, ktorí poznali a spomínajú na profesora Štefana Schwarza, pripomínam jeho želanie: ***Ja by som si najväčšmi priaľ, aby ľudia nestrácali ideály.*** Hlboké spoznávanie abstraktných matematických súvislostí ponúka dotyk s nadčasovým duchovným Tajomstvom.



Alfred TARSKI – priateľ jemnejších logických úvah

Teória pravdy

*Sémantika je súhrn úvah, ktoré sa dotýkajú tých pojmov, ktoré vyjadrujú určité súvislosti medzi výrazmi jazyka a objektmi, stavmi alebo dejmi, na ktoré sa tieto výrazy vzťahujú. Týmto slovami ozrejmil nový smer logických výskumov Alfred Tarski (14.1.1902–26.10.1983), poľský matematik a logik, ktorý v priekopníckom diele *Pojem pravdy vo formalizovaných jazykoch* (1933 poľsky, 1935/36 nemecky) položil základy formálnej sémantiky. Zaoberal sa aj teóriou pravdy a logického vyplývania. *Veta je pravdivá, len ak existuje vecný stav (skutočnosť)*, ktorý táto veta vyjadruje. Aj takto možno definovať pravdu, lebo v súčasnej logike rozlišujeme pravdu formálnu (v logike, matematike, ...) a pravdu materiálnu (napr. v experimentálnych vedách).*

Talentovaný študent



Už na strednej škole sa učil ruštinu, nemčinu, francúzštinu, gréčtinu a latinčinu. Bol považovaný za výnimočného študenta, ale z logiky jednotku nemal. Zo školských predmetov mal najradšej biológiu. Univerzitné štúdium ukončil vo Varšave (1924), dvadsaťpäťročný sa stal docentom. Od roku 1939 pôsobil v USA, neskôr bol profesorom matematiky na Kalifornskej univerzite v Berkeley (1946). Tu postupne vybudoval centrum svetoznámej školy logiky. Alfred Tarski publikoval základné vedecké práce z oblasti matematickej logiky, základov

matematiky, metamatematiky, sémantiky a metodológie deduktívnych vied. Napísal viac než 150 pojednaní a 9 kníh. Zaoberal sa axiomatickou teóriou modelov, položil základy formálnej sémantiky a metalogiky, ponúkal sémantickú teóriu pravdy. Mal nezvyčajnú schopnosť vystihnúť zaujímavé problémy (jednoducho formulované a široko aplikovateľné) a podnecovať výskum ich riešenia. Vždy chcel posúvať hranice poznania, pozorne sledoval historický vývoj každej významnej myšlienky. Sám ovplyvnil aj teóriu množín, teóriu formálnych systémov, algebraickú logiku i univerzálne algebry, ale aj teóriu miery či základy geometrie. Stal sa členom Národnej akadémie vied USA i poľskej Akadémie vied.

Význam logiky

Alfred Tarski presvedčoval, že logické pojmy a zákony prenikajú celú matematiku, zahŕňajú mnohé špecifické matematické pojmy a sú aplikované v matematických úsudkoch. Vhodnú symboliku v logike i matematike vnímal ako neoceniteľný prostriedok pre väčšiu zrozumiteľnosť i presnosť jemnejších úvah. Odporúčal hlbšie vedomosti zo základov modernej logiky. *Logika spresňuje a zjednocuje významy pojmov vo svojej vlastnej oblasti a zdôrazňuje nevyhnutnosť spresňovania a zjednocovania aj v iných odboroch. Tým vedie k možnosti lepšieho porozumenia medzi tými, ktorí ho chcú dosiahnuť. Zdokonaľuje a zjemňuje nástroje myslenia, robí ľudí kritickejšími a znižuje tak pravdepodobnosť toho, že budú po-*

mýlení všetkými možnými pseudoúvahami. Prehlbenie a rozšírenie vnímania logických súvislostí môže prispieť k racionalizácii vzťahov medzi ľuďmi.

Rád a výborne prednášal. Zvažoval použitie termínov i značenie symbolikou. Za dôležité pokladal správnosť, presnosť i stručnosť. Chcel, aby poslucháči prednáške porozumeli, správne pochopili základné pojmy a vety. Ponúkal krásu i eleganciu logicko-matematickej myšlienkovvej výstavby. Matematika bola pre neho vedou i umením. Kontakt so študentmi ho podnecoval!. Podieľal sa aj na príprave stredoškolskej učebnice geometrie. *Elementárna matematika, hlavne algebra, pre jednoduchosť svojich pojmov a jednotný charakter svojich metód odvodzovania je zvlášť vhodná pre uvádzanie príkladov na rôzne javy s logickou a metodologickou povahou.* Napísal knihu *Úvod do logiky a metodológie deduktívnych vied* (1936), ktorá vyšla, okrem viacerých svetových jazykov, aj česky (Praha, Academia 1969). Posúďte sami jej obsahovú úroveň i pedagogické kvality.

Šarmantný rozprávač

Bol večný nespokojenec. Stále žiadal od svojich asistentov i spolupracovníkov nové a nové výsledky. Presadzoval okruh svojich vedeckých záujmov. Bol sebavedomý a veril svojmu vplyvu na ostatných. Udivoval sebadisciplínou, rozsiahlymi vedomosťami, rýchlym myslením, vytrvalosťou. Miloval klebety a zaujímavé historky, vedel byť aj zlomyseľný. Bolo pre neho jednoduchšie kritizovať než chváliť. Mal čaro rozprávača sršiaceho šarmom a vtipom. Ľudia, ktorí ho poznali, ťažko oddeľovali od seba obdiv, podráždenie, oddanosť, hnev či vďačnosť. Alfred Tarski bol človek družný a spoločenský, ale bez hlbokých osobných vzťahov. K jeho skutočným priateľom v Amerike patril J. C. McKinsey, v Poľsku L. Kolakowski (filozof) a C. Milosz (básnik). Ako skoro každý Poliak, aj Tarski sa veľmi zaujímal o politiku, vo vnútro-politických záležitostiach možno patril k socialistom, ale v zahraničných sa prikláňal ku konzervatívcom. Bol rád, že vznikla poľská Solidarita, podporoval hnutie za ľudské práva.



Bol jasnou hviezdou súhvezdia varšavských logikov a matematikov svojej doby. Prispel k vybudovaniu jedného z najlepších svetových centier logického výskumu v Berkeley. Patril k zakladateľom niekoľkých vedných odborov medzi logikou a matematikou. Formuláciou mnohých podnetných otázok prispel k prudkému rozvoju logickej problematiky a rozšíreniu jej pojmovej štruktúry. Alfred Tarski zvýraznil možnosti uplatnenia deduktívnej logiky v rozvoji formalizovaných matematických disciplín. *Matematika rastie do výšky, šírky i hĺbky.*

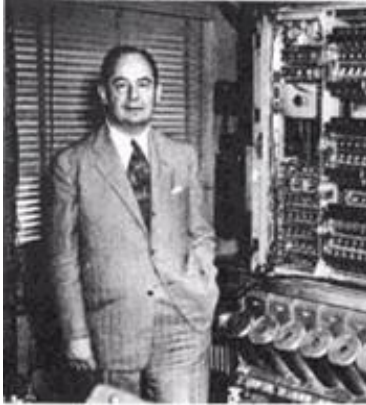


John NEUMANN – teoretický i praktický matematik

Princíp samočinného počítača

Moderný samočinný počítač je programovateľný automat na spracúvanie údajov.

Skladá sa z piatich základných častí: z riadiacej jednotky, ktorá analyzuje príkazy programu a riadi podľa nich výpočet; z operačnej jednotky, v ktorej sa vykonávajú všetky operácie požadované programom; z vnútornej pamäti, v ktorej sú údaje i program uložené počas výpočtu, aby boli k dispozícii na spracovanie; zo vstupného a výstupného zariadenia, ktoré slúži na komunikáciu s človekom. Počítače vo svojom vnútri rozlišujú iba dva stavy, 0 alebo 1, pracujú v dvojkovej sústave. Princípy výstavby moderných počítačov navrhol americký matematik a fyzik John Neumann (1903–1957).



John von Neumann

Životný a pracovný osud

Pochádzal zo zámožnej bankárskej rodiny. Narodil sa 28. decembra 1903 v Budapešti. Od detských rokov mal záľubu v mechanických i automatických hračkách. Už v mladosti udivoval mimoriadnou pamäťou a nadaním na jazyky.

Aj neskôr robil veľmi rýchlo zložité numerické výpočty iba v hlave, bez ceruzky a papiera. Často vedel úspešne hľadať riešenia zložitých matematických problémov. Študoval matematiku a chémiu na univerzite v Berlíne (1921–23)

a Polytechnickej škole v Zürichu (1923–25). Vysokoškolské štúdiá dokončil doktorátom z matematiky v Budapešti. Stal sa súkromným docentom na univerzite v Berlíne (1927) a súčasne začal prednášať aj na univerzite v Hamburgu. V roku 1930 emigroval do USA. Začal pôsobiť v Princetone, najprv na univerzite a od roku 1933 v Ústave perspektívnych výskumov, kde sa stal vedúcim oddelenia matematiky.



John Neumann mal široké vedecké záujmy. Stal sa zakladateľom modernej funkcionálnej analýzy, teórie hier a kybernetiky. Rozpracoval axiomatickú teóriu množín, riešil problémy matematickej logiky i numerickej analýzy. Cez vojnu sa zúčastnil prác na výskumoch v Los Alamos, rozvinul zaujímavé výskumy v hydrodynamike a kvantovej fyzike. Vynikal v použití matematiky vo fyzike, biológii, psychológii, ekonomike a technike.

Problém zmysluplnej hry

Teória hier je spôsob, ako pri poznaní faktov a prostriedkov možno nájsť najlepšie možné riešenie problému s danými pravidlami. Je to matematické vyjadrenie stratégie hry. Je umením nevybrať si zo zlej situácie tú najhoršiu. Teória hier sa stala veľmi úspešnou vedeckou oblasťou (1928–1937) J. Neumanna, ktorý neraz hovorieval,

že teória hier umožňuje zmenšiť maximum strát na minimum. Knižka, ktorú vydal s Morgensternom, má názov *Teória hier a ekonomické správanie*. Jej uplatnenie je mnohostranné - v obchode, doprave, vojenskej stratégii i politike.

S programom v pamäti

Účinné výpočtové metódy Neumann nielen ovládal a propagoval, ale aj jasne formuloval ideu samočinného počítača s programom uloženým v jeho pamäti. Jeho pričinením v Princetone zostrojili experimentálny prototyp sekvenčného počítača s prezývkou JOHNIAC. Od roku 1945 bol John Neumann riaditeľom ústavu pre projektovanie číslicových počítačov Spojených štátov amerických. Tam rozvinul niektoré teoretické výsledky teórie automatov. Zamýšľal sa aj nad využitím paralelných počítačov. Pokúsil sa vystihnúť spoločné javy v práci počítača a ľudského mozgu. Z úvah o premýšľaní a usudzovaní napísal prácu *Počítač a ľudský mozog*.



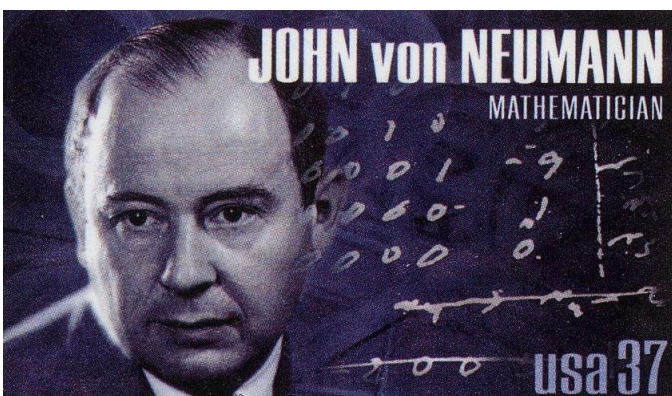
Funkcie aj ocenenia



Vedec John Neumann zastával významné funkcie vo vládnych orgánoch. Bol konzultantom rôznych vojenských a námorných inštitúcií, členom Komisie pre atómovú energiu USA, členom Národnej AV, stal sa aj prezidentom Americkej matematickej spoločnosti. V roku 1956 získal cenu Alberta Einsteina, v roku 1957 dostal cenu Enrica Fermiho. Jeden z najvýznamnejších matematikov 20. storočia zomrel **8. 2. 1957** vo Washingtone.

Užitočnosť aj pre prax

Matematiku chápal ako odraz riešenia reálnych problémov. Vysoko hodnotil význam matematických disciplín pre technologické aplikácie *Väčšia časť matematickej inšpirácie vychádza zo skúseností... Sotva možno uveriť v existenciu absolútne nezvratnej idey matematickej prísnosti, ktorá nemá vzťah k ľudskej skúsenosti*. John Neumann bol triezvym realistom ako vedec, aj ako človek.



Stefan BANACH – svojrázny goralský matematik

Pomenované matematické pojmy

Matematické encyklopédie, slovníky a učebnice uvádzajú aj toto: ***Banachova veta** o pevnom bode ukázala významnú stránku topológie, spočívajúcu v jej všeobecnom pohľade na matematiku. Pomocou tejto vety, ktorá hovorí o existencii a spôsobe riešenia rovnice $f(x) = x$ (za istých predpokladov), sa ukázalo, že mnohé problémy matematiky, zo zdanlivo nesúvisiacich oblastí matematiky, možno riešiť v podstate jednou metódou. Z tejto vety sa dá pomerne jednoducho dokázať existencia a jednoznačnosť riešenia istých typov diferenciálnych rovníc, systémov lineárnych rovníc o nekonečne mnohých neznámych atď. ... **Banachove priestory** (úplne normované lineárne priestory) sú abstraktné priestory študované vo funkcionálnej analýze. Axiomatika týchto priestorov je natoľko všeobecná, že mnohé dôležité priestory (napr. priestory funkcií, postupnosti) sú špeciálnymi Banachovými priestormi. Zavedenie Banachových priestorov malo veľký význam nielen z hľadiska zovšeobecnenia známych výsledkov, ale prinieslo aj istý jednotiaci pohľad na mnohé, zdanlivo nesúvisiace matematické problémy. Aj napriek tomu, že **Banach** nepoložil základy štúdia týchto priestorov, jeho prínos k vybudovaniu ich teórie bol však natoľko dôležitý, že ich nazývame Banachovými priestormi.*

Od nedopitej kávy



Ľvov. Škótska kaviareň. Okolo stola bývalo často rušno. Debatovali, čulo si vymieňali názory. Niektoré problémy dokonca zapisovali do hrubého zošita s tvrdým obalom. Neraz súťažili. Ceny boli symbolické – od malej čiernej kávy až po živú hus. Spotreba ideí, ale aj nápojov nebola malá. Ťažko uveríte, ale pravidelnými návštevníkmi spomínanej kaviarne boli neskôr známi poľskí matematici. Mazur, Ulam a ďalší. Vynikal hlavne Banach. Málokto vydržal dlhšie sedieť, debatovať a vypíť viac kávy ako on. Ale treba hneď povedať, že Stefan Banach (1892–1945) dal poľskej matematickej vede viac ako ktokoľvek iný.

Pozoruhodný životný osud

Prvé dni a roky života bývajú idylické. Ale nie vždy. Chlapec narodený **30. marca 1892** v Krakove sa hneď po narodení dostal na výchovu do cudzej rodiny, k práčke Banachovej. Svoju matku nepoznal. Otec Greczek sa o výchovu nestaral. Chlapec si nechal meno ženy, ktorá sa o neho postarala – **Stefan Banach**. Vzťah k matematike mu pomáhal v ťažkom živobytí. Dával kondície z matematiky. Dokončil Gymnázium v Krakove (1910) a začal študovať na Jagelonskej univerzite. Neskôr odišiel do Ľvova na polytechniku. Ani jednu školu však neukončil. V čase I. svetovej vojny sa vrátil do rodného Krakova. Matematický talent mladého Banacha odhalil po vypočutí náhodného rozhovoru Hugo Steinhaus, neskôr



jeho priateľ a spolupracovník. Banach začal vedecky pracovať ako asistent na Polytechnickej škole v Ľvove (1920). Za úspešnú vedeckú prácu dostal doktorát aj bez ukončenia vysokej školy. Stal sa vysokoškolským učiteľom (1922) a riadnym profesorom (1927). Ako korešpondent Akadémie vied získal jej veľkú cenu (1939). Cez nemeckú okupáciu robil kŕmiča vošiek v bakteriologickom ústave. Bol aj väznený, ale i tam urobil pozoruhodný dôkaz istej matematickej vety. Prežil vojnové časy, ale 31. augusta 1945 vo Ľvove zomrel.

Osobitá osobnosť



Bol svojrázny v osobnom živote, bádateľskom úsilí i pedagogickej činnosti. Netajil svoj goralský pôvod. Zachovával zvyky života a reči Goralov. Vedel odborne pracovať často a všade. Nepotreboval pohodlie ani výhody. Kaviarenské dlhy splatil napísaním netradičných matematických učebníc, i keď s písanou formuláciou mu radšej pomáhali. Nedbal na dokonalosť formy slov, nerád písal listy. Príroda na neho nerobila dojem. Divadlo i literatúru pokladal za vedľajšie. Nestaral sa o politiku, mal svojský humor. Bol silným realistom, niekedy až s náznakom cynizmu.

Poznal svoje matematické schopnosti, jasne formuloval odborné problémy, lebo vedel, že už to je polovica odpovede, a priamo postupoval k ich riešeniu. Nezaujímal ho praktické aplikácie, aj keď ich vedel robiť.

Úspešný matematik

Banach podstatne prispel k rozvoju funkcionálnej analýzy.

Ukázal významnú stránku topológie, spočívajúcu v jej všeobecnom a zjednocujúcom pohľade na rôzne oblasti matematiky. Vypracoval teóriu lineárnych operátorov, teóriu algebier. Zaoberal sa aj obyčajnými diferenciálnymi rovnicami, teóriou funkcií komplexnej premennej. Vydal pojednanie *Teória lineárnych operácií* (1931), založil časopis *Studia Mathematica*.

Stal sa zakladateľom Ľvovskej matematickej školy. *Matematikom je ten, kto vie nachádzať analógie medzi jednotlivými tvrdeniami*. Jeho meno nesie aj *Medzinárodné matematické centrum S. Banacha* vo Varšave. Stefan Banach zanechal významné výsledky svojej matematickej činnosti a zapísal sa tak medzi svetových matematikov.



Carl Friedrich GAUSS – klasik i modernista matematiky

Pravidelný n – uholník

Už v Euklidovej dobe (300 rokov pred n. l.) bolo známe, že niektoré pravidelné mnohouholníky možno konštruovať pomocou pravítka a kružidla, t.j. euklidovsky. Napríklad trojuholník, štvoruholník, päťuholník, a tie, ktoré môžu vzniknúť



zdvojnásobovaním počtu strán. Až do 18. storočia nedošlo k rozšíreniu gréckeho spôsobu tejto geometrickej práce.

V roku 1796 dokázal mladý nemecký matematik

C. F. Gauss (1777–1855), že možno euklidovsky skonštruovať aj pravidelný sedemnásťuholník. Tento objav ho natrvalo pripútal k matematike. Neskôr dokázal vetu, že pravidelný n -uholník môžeme euklidovsky zostrojiť práve vtedy, ak je v tvare $n = 2^m \cdot p_1 \cdot p_2 \dots p_k$, pričom $m \geq 0$ a p_1, p_2, \dots, p_k sú rozličné prvočísla v tvare $2^r + 1$.

(Z tejto vety vyplýva, že pravítkom a kružidlom sú

konštruovateľné pravidelné mnohouholníky pre $n = 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 17, 20, 24, 30$ atď. a nie sú konštruovateľné pravidelné n -uholníky pre $n = 7, 9, 11, 13, 14, 18, 19, 21, 22, 23, 25, 26, 27, 29$ atď.) Možno vtedy začal tušiť, že matematika je kráľovnou vied a teória čísel je kráľovnou matematiky. Na pamiatku jeho prvého veľkého matematického objavu, vytesali na náhrobnom kameni „kniežaťu matematikov“ C. F. Gaussovi kružnicu s vpísaným pravidelným sedemnásťuholníkom.

Životná húževnatosť

V prostej rodine zručného remeselníka a slúžky sa v Braunschweigu **30. 4. 1777** narodil **Carl Friedrich Gauss**. Od otca, ktorý bol inštalatérom, murárom, majstrom fontán i záhradníkom, zdedil nielen húževnatosť, ale aj túžbu po prísnej spravodlivosti a cit pre statočnosť. Matka napriek tomu, že nemala žiadne školské vzdelanie, bola prirodzene inteligentná a charakterná. Poslušný syn sa pomocou otázok sám naučil čítať písmená. Deväťročný Carl v škole veľmi šikovne rýchlo sčítal čísla od 1 do 100: dnes tento „trik“ pomáha zapamätať si vzorec pre súčet prvých n členov aritmetickej postupnosti. **GAUSS** už v mladom veku začal študovať diela Newtona, Lagrangea i Eulera. Na gymnáziu vynikol v antických jazykoch i matematike. S podporou braunschweigskeho vojvodu sa zdokonalil v matematike a prírodovede na trojročnom kolégiu Carolinum. V rokoch 1795 až 1798 študoval na univerzite v Göttingene. V doktorskej práci na univerzite v Helmstadte (1799) uviedol prvý presný dôkaz základnej vety algebry, t.j. že *každá algebrická rovnica s reálnymi koeficientmi má aspoň jeden komplexný koreň*. Neskôr túto vetu dokázal tromi ďalšími rôznymi spôsobmi. Stal sa členom akadémie v Petrohrade (1801). Trvalé miesto našiel na hvezdárni v Göttingene. Tu pracoval a prednášal na

univerzite. Bol dvakrát ženatý (prvá manželka mu zomrela v roku 1809) a mal šesť detí, z ktorých vychoval do dospelosti päť. So synom Eugenom mal však nezhody.

Po celý život sa staral o matku, s ktorou žil v služobnom byte pri hvezdární. V posledných rokoch ho opatrovala dcéra Terézia.

C. F. Gauss zomrel 23. 2. 1855 v Göttingene.



C. F. Gauss
* 30. April 1777
† 23. Februar 1855

Teoretik i praktik

Majster troch A – aritmetiky, algebry a analýzy, sa po celý život riadil heslom *Málo, ale zrelé*. Nerád publikoval neúplné poznatky bez odhalenia všetkých súvislostí. Tlačou vydal 155 prác a veľa pojednaní zanechal v rukopisoch. Matematické úvahy boli pre neho potešením a radosťou. Raz povedal: *Výsledky vlastného premýšľania sú hodnotnejšie ako všetka získaná cudzia múdrosť... Nie poznanie, ale učenie sa, nie vlastnenie, ale získavanie, nie byť v cieľi, ale prichádzať na podstatu veci – to je to, čo dáva najväčší pôžitok*. V matematike nevidel iba teóriu, ktorá najviac prospieva vzdelaniu ducha, ale vedel ju aj výborne uplatniť v praxi. V pedagogickej činnosti sprístupňoval cestu do ríše matematických tajomstiev každému, kto s celou vážnosťou tieto pravdy hľadal. Rozprával kludne a pútavo. Prednášal veľmi jasno a zrozumiteľne, ale pritom veľmi presne. Vedel načrtnúť myšlienky, ktoré viedli k novým pojmom. Pozorne vyložil jadro teórie, urobil rozbor základných tvrdení a ich dôkazy. *Prednášky majú ukázať správnu cestu, majú rozvíjať predstavivosť a hĺbavosť. Prednášky majú viesť len prvé kroky, majú zabrániť tvoreniu nesprávnych názorov na začiatku štúdia, majú viesť potiaľ, odkiaľ sa dá ísť ďalej samostatným štúdiom*.



Gauss otvoril cestu novodobej teórii čísel (teória delenia kruhu, kongruencie, teória kvadratických foriem). Prispel ku všeobecnému prijatiu komplexných čísel a navrhol ich geometrické znázornenie. Objavil eliptické funkcie, skúmal hypergeometrické rady. Podal výklad metódy najmenších štvorcov, napísal pojednania o konformnom zobrazení plôch a miere krivosti plochy. Vybudoval základy hyperbolickej geometrie a zaradil sa k zakladateľom neeuklidovskej geometrie i keď v tomto probléme bol veľmi „ostrážitý“ a nič nepublikoval. Keď sa Gausa pýtali, ako nachádzal niektoré všeobecné idey, odpovedal: *Systematickým ohmatávaním*.

Tvorivé spájanie teórie s praxou sa prejavilo v Gaussových fyzikálnych a astronomických úspechoch. Študoval elektromagnetizmus, meral intenzitu zemského magnetického poľa. V spolupráci s fyzikom Weberom zostrojil prvý elektromagnetický telegraf v Nemecku. Vypracovaním podrobných máp hannoverského kráľovstva, spracoval viac ako milión údajov s veľkou presnosťou a spoľahlivosťou, položil základy vyššej geodézie. Gauss sa zaslúžil aj o zavedenie

jednotnej sústavy jednotiek CGS. Svojimi výpočtami pomohol pri znovunájdení planétky Ceres. Bol úspešným aj v teoretickej mechanike.

Korene v ľudskosti



Ani ľudské vlastnosti nemal „göttingenský gigant“ priemerné. Bol osobnosťou záhadnou i rozporuplnou. Povznesený nad bežné denné problémy a starosti. Vyžadoval však, aby ho nevyrušovali pri práci. Bol dobrým znalcom antickej i európskej literatúry, v knižnici mal desaťtisíce zväzkov. Napriek vyššiemu veku sa 62-ročný **GAUSS** naučil po rusky, aby si mohol dopisovať s vedcami z Petrohradu. Politicky bol zdravo konzervatívny, do politických ťahaníc sa nemiešal. Slávu nehľadal, nestaral sa o čestné tituly a ocenenia a mal ich neúrekom. Vážil si rodinný život. Priateľstvá nevyhľadával, ale tým čo mal, zostal verný až do smrti.

V súkromnom živote bol jemnocitný a vládny, dobromyseľný a zhovievavý. K neznámym ľuďom bol uzavretý a ostýchavý. Vo vedeckej práci bol vždy usilovným, dôkladným a vytrvalým. Rozvahu a mravnosť pokladal za základ pre blaho jednotlivcov i celého národa.

Stály symbol

Felix Klein charakterizoval C. G. Gaussa takto: *Cieľavedomosť, ktorú **Gauss** prejavil na ním vybranej ceste, búrlivý mladický elán, s ktorým neustále a neobzerajúc sa na nič, zdolával tie najpriekrejšie úskalia vedúce k cieľu, všetky tie ťažké skúšky, zocelovali jeho sily a dávali mu schopnosť víťaziť nad prekážkami a nezadržateľne kráčať vpred. **GAUSS**, posledný matematický klasik i prvý moderný matematik, jeden z najvýznamnejších matematikov v dejinách ľudstva, sa stal symbolom prenikavého matematického uvažovania, myšlienkovvej hĺbky a ducha prírodovedného bádania. Ukázal, že matematika môže prispieť nielen k pochopeniu sveta, ale aj k jeho premenám.*



Augustin L. CAUCHY – všestranný matematický bádateľ

Už v mladosti

Chorľavý chlapec sedel neustále medzi knihami a papiermi. *Nedovoľte, aby sa dotkol knihy z vyššej matematiky, pokiaľ nebude mať 17 rokov... Keď Augustínovi nedáte zodpovedné všeobecné vzdelanie, stane sa veľkým matematikom, ale nebude schopný napísať svoju vlastnú reč.* Takto sa o mladom Cauchym vyjadril Lagrange, významný francúzsky matematik. Dokonca raz v spoločnosti Laplacea a ďalších osobností o ňom povedal: *Vidíte toho malého študenta? On nás raz ako matematik všetkých predstihne.* Veru sa nezmýlil. Augustin Louis Cauchy (1789–1857) sa stal jedným z najslávnejších matematikov 19. storočia.



Životný osud

Narodil sa v Paríži 21. 8. 1789, uprostred revolučných udalostí, niekoľko týždňov po útoku na Bastilu. Otec, právnik a úradník, sa s rodinou utiahol do dedinky Arcueil. V chudobných pomeroch sa sám staral o vzdelanie svojich detí. Sám im písal učebnice, lebo dobre ovládal klasické reči i literatúru. Matka im dala hlboké náboženské presvedčenie. Po návrate do Paríža Augustin získal v študentskej súťaži na polytechnickej škole druhé miesto a začal sa hlbšie zaoberať matematikou a mechanikou. Doštudoval na škole pre stavbu mostov a stal sa inžinierom. Tri roky pracoval pri výstavbe prístavu v Cherbourgu. Od roku 1813 sa aktívne venoval matematike. Úspechy jeho vedeckej činnosti sa dostavili veľmi rýchlo. Stal sa profesorom na École Polytechnique (1816), neskôr aj na Sorbonne a obdržal cenu Akadémie. V roku 1818 sa oženil. Pokojná rodinná atmosféra s dvomi dcérami, prispela k jeho úspešnej matematickej činnosti. Júlová revolúcia (1830) ho prinútila k odchodu do exilu. Krátky čas bol vo Švajčiarsku, učil v Turíne (1831–33). Cauchy sa stal vychovávateľom vnuka zosadeného kráľa Karola X. a s jeho dvorom bol aj v Prahe (1833–1836). Tu sa stal zahraničným členom Kráľovskej českej spoločnosti náuk a jeden jeho rukopis, ktorý posudzoval aj Bolzano, zostal natrvalo v Prahe. Ani po návrate do Paríža (1838) nemohol zastávať žiadny úrad, lebo nezložil prísahu novému režimu. Pracoval v ústave pre miery a váhy, učil v jezuitskej škole. Po revolúcii roku 1848 bol predsa len menovaný za profesora teoretickej astronómie na univerzite v Paríži. Miesta sa však neskôr vzdal, lebo neuznal Napoleona III. Zomrel **23. 5. 1857** v Sceaux neďaleko Paríža. Jeho posledné slová boli: *Ľudia odchádzajú, ale ich dielo zostáva.*



k odchodu do exilu. Krátky čas bol vo Švajčiarsku, učil v Turíne (1831–33). Cauchy sa stal vychovávateľom vnuka zosadeného kráľa Karola X. a s jeho dvorom bol aj v Prahe (1833–1836). Tu sa stal zahraničným členom Kráľovskej českej spoločnosti náuk a jeden jeho rukopis, ktorý posudzoval aj Bolzano, zostal natrvalo v Prahe. Ani po návrate do Paríža (1838) nemohol zastávať žiadny úrad, lebo nezložil prísahu novému režimu. Pracoval v ústave pre miery a váhy, učil v jezuitskej škole. Po revolúcii roku 1848 bol predsa len menovaný za profesora teoretickej astronómie na univerzite v Paríži. Miesta sa však neskôr vzdal, lebo neuznal Napoleona III. Zomrel **23. 5. 1857** v Sceaux neďaleko Paríža. Jeho posledné slová boli: *Ľudia odchádzajú, ale ich dielo zostáva.*

Začínal do učebníc

Matematické dielo veľmi všestranného Cauchyho bolo nesmierne rozsiahle. Napísal okolo 800 odborných príspevkov a 7 kníh. Zaslúžil sa o nové poznatky z algebry i teórie čísel, teórie nekonečných radov, teórie funkcií i teoretickej a nebeskej mechaniky, teórie komplexnej premennej, teórie determinantov, optiky i teórie pružnosti. Spresnil pojmy limity, spojitosti, uvádzal presné kritériá konvergencie nekonečných radov. Napríklad takto definoval pojem limity: *Ak nejaká premenná nadobúda hodnoty, ktoré sa neobmedzene približujú určitému číslu tak, že sa od neho odlišujú len o toľko ako si želáme, tak toto číslo je limitou týchto hodnôt.* Zaviedol moderný spôsob usudzovania a vyjadrovania v základoch matematickej analýzy. *Nikdy nepripisujem matematickým poučkám neohraničenú oprávnenosť. V skutočnosti veľká časť poučiek je správna iba pri splnení niektorých podmienok. Určenie týchto podmienok a spresnenie zmyslu použitých pojmov ma nútia stratit každú neurčitost'. Zostavil moderné učebnice diferenciálneho a integrálneho počtu. Dodnes sa vykladá táto matematická disciplína v jeho šľapajach.*

Zo zmyslom pre hodnoty

Tvorivé sily Cauchyho boli dlho nevyčerpatel'ne.

Za jeden týždeň predložil akadémii aj dve pojednania, okrem toho posudzoval práce iných, predložené tejto ustanovizni. Medzi európskymi matematikmi bol viac známy ako Gauss. No medzi kolegami nebol veľmi obľúbený. Snažil sa každého morálne usmerniť, polepšiť. Vo všetkom bol mierny – okrem matematiky a náboženstva. Chcel, aby sa ľudia zamýšľali

nad zmyslom života, aby hľadali odpovede. Veril, že účinná spolupráca medzi ľuďmi ich privedie k „večnej láske.“ Augustin L. Cauchy, napriek ideálom monarchistu a klerikála, mal hlboký zmysel pre matematickú pravdu. Ktosi, ešte za jeho mladých rokov o ňom povedal, že „je chudobný na batožinu, ale bohatý na nádeje.“



Alan TURING – mysliaci stroj kacírskej teórie

Šifry a šifrovanie

Kultúrne dejiny ľudstva už dlho poznajú rôzne spôsoby utajovania. Šifrované správy rozhodovali o osude štátov i jednotlivcov. Tajné šifry prinášali i odnášali veľké finančné čiastky. Z kryptológie sa stala solídna veda s bohatým počítačovým vybavením a matematickým softwarom, v ktorom hrajú dôležitú úlohu aj vlastnosti prvočísiel.

Jedným z vynikajúcich matematikov, ktorý prispel k tvorbe šifrovacieho prístroja (AGNES) bol A. M. Turing (1912–1954), priekopník elektronických samočinných počítačov, algoritmizácie i umelej inteligencie.

Cesta životom

Mal veľmi vzdelaných rodičov, ktorí sa zosobášili v Indii. Narodil sa **23. júna 1912** v Londýne. Školu navštevoval v Sherborne (od r. 1926) a potom študoval matematiku na univerzite v Cambridge (od r. 1931). Bol kritizovaný za svoj rukopis, zápasil s angličtinou, z chémie si robil vlastné experimenty, mal svoj myšlienkový svet, v ktorom mali svoje miesto aj teória relativity a kvantová mechanika. V roku 1934 promoval, stal sa členom Kráľovského kolégia (1935) a obhajoval dizertačnú prácu na tému Základná limitná veta pravdepodobnosti. V rokoch 1936 – 1938 študoval na univerzite v Princetone (doktorát u A. Churcha).



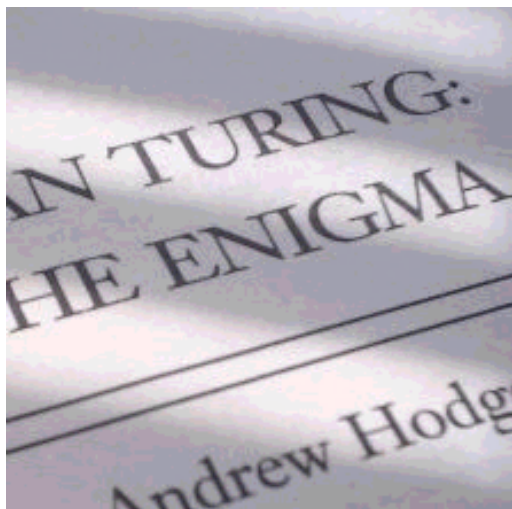
Počas 2. svetovej vojny bol aj dôstojníkom pre dekódovanie. Od roku 1945 pracoval v národnom fyzikálnom laboratóriu. Neskôr (1948) prešiel na univerzitu do Manchesteru. Stal sa (1951) členom Londýnskej kráľovskej spoločnosti. V roku 1952 bol väznený za násilné protesty proti obmedzeniam britských homosexuálov. Nečakaná smrť prišla 7. júna 1954 vo Wilmslowe.

Vyšetrovanie určilo za príčinu smrti samovraždu otrávením sa kyanidom. Jeho matka tvrdila, že to bola nehoda.

Myšlienky odborných prác

Turing venoval pozornosť matematickej logike a teórii rekurzívnych funkcií. V práci *On computable Numbers – O počítateľných číslach* vypracoval teóriu algoritmov. Spolu s E.S. Postom publikoval (1936) Turing teóriu abstraktného počítača, kde vysvetlil funkčné procesy počítačového automatu. V roku 1947 zverejnil pojednanie *Mysliaci stroj – kacírska teória*, kde uvažoval o učiacom sa stroji a umelej inteligencii. V roku 1950 sa zaoberal biologickými javmi a ich vysvetlením matematickým a algoritmickým popisom.

Turingov stroj



Zariadenie obsahuje hlavicu a pásku. Hlavica je mechanizmus, ktorý v každom okamihu ukazuje na jedno okienko pásky. Stroj má možnosť posunu o jedno okienko doľava a doprava. V okienkach môžu byť zapísané symboly konečnej abecedy. Páska prechádza čítacou hlavicom, ktorá priradí riadiacej jednotke pre každý okamih jeden z možných stavov. Jednotka obsahuje program, ktorý určuje podľa konkrétneho stavu nový stav. Takto bol popísaný model abstraktného programovacieho stroja na spracovanie symbolov.

Význam diela

Alan Mathison Turing úspešne prispel k riešeniu mnohých problémov efektívne vyčísliteľných funkcií, aproximácií Lieových grúp i teórie Riemannovej dzeta funkcie. Spresnil intuitívny pojem algoritmu a rozvinul moderné metódy riešenia algoritmizovateľných problémov. Podieľal sa na realizácii prvého anglického počítača s programovým vybavením. Predpokladal, že stroje môžu imitovať myšlienkové procesy, generovať odpovede mimo rámec ohraničenej množiny možností, prejaviť umelú inteligenciu. Presvedčil seba aj ostatných, že principiálna možnosť riešenia ľubovoľného algoritmizovateľného problému je technicky reálna.



Na záver

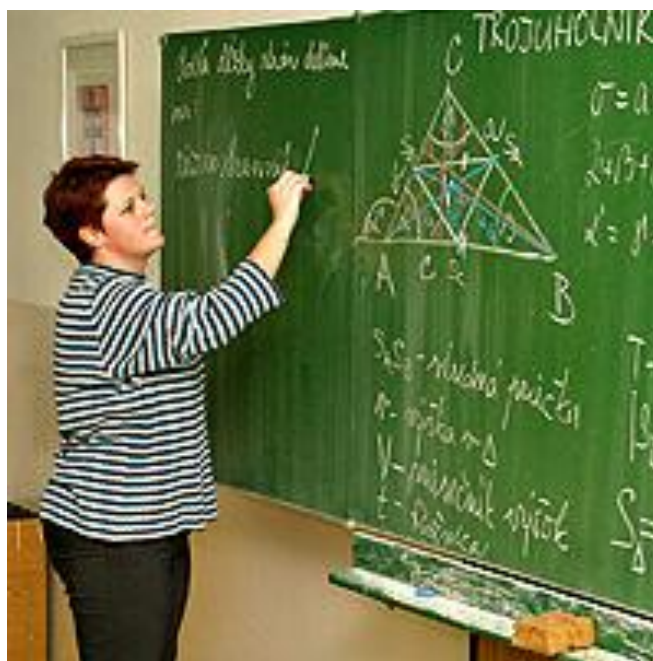
Matematik je podobne ako básnik a maliar tvorcom, prvým hľadiskom je krása (G.H. Hardy, 1877–1947, anglický matematik).

Ani učitelia školskej matematiky sa nemusia hanbiť za to, že dokážu nadchnúť svojich žiakov pre matematické štruktúry a ich efektívne použitie v praktickom živote. Aj B. Bolzano (1781–1848), známy matematik i učiteľ, vedel, že *pravá veselosť nielenže neuberá z dôstojnosti ľudskej, ale je aj podstatnou podmienkou jej dokonalosti.*

Matematika ako mohutná stavba ľudskej tvorivosti prispieva k trvalým základom pravdy o svete, v ktorom žijeme. Matematické myslenie ponúka netušené možnosti pre objasnenie doteraz nepochopiteľnej skutočnosti. Naznačuje, že za pozorovanými javmi je často trvalý poriadok matematickej podstaty. *Celá ľudská dôstojnosť spočíva v myslení. Snažme sa preto, aby sme mysleli správne; v tom je princíp mravnosti (B. Pascal, 1623–1662, francúzsky matematik, fyzik i filozof).*

Matematika je na ceste v službe ducha, ktorý vníma konkrétne na pozadí abstraktného. Analýza prírody a ľudskeho myslenia nám ponúka stále jemnejšie perspektívy matematickej reality.

Verím, že aj tieto správy o ľudských osudoch význačných matematikov, ktorí zanechali podnetné myšlienky pre všetkých ostatných ľudí, budú impulzom pre hlbšie a trvalejšie poznávanie i šírenie matematických tajomstiev v úsilí našich výchovno-vzdelávacích inštitúcií i každého zodpovedného učiteľa matematiky zvlášť. Prajem vám skutočnú odvahu i intelektuálnu rozvahu v motivačno-popularizačnom úsilí každodennej učiteľskej práce.



Úvodný príhovor (2017/2018)

Zmysluplné školské matematické vzdelávanie potrebuje zakorenenie do prirodzenej reality všedných dní, do životného prostredia pracovitých ľudí. Jednou z možností ako priblížiť študentom okolnosti zrodu matematických poznatkov je aj spomienka na život a dielo významných matematikov. Tak sa často dozvieme ako zaujímavo sa rodilo nové poznanie, za akých okolností si prerazilo cestu vpred. Životopisné poznámky môžu byť pestrým zdrojom informácií o osudoch ľudí, ktorí chápali hlboký význam odhaľovania podnetných abstraktných súvislostí. Aj školská matematika má svoje významné postavy, o ktorých máme nielen vedieť, ale možno aj ich v niečom tvorivo nasledovať.



Predložený súbor (10 medailónov) je predovšetkým určený pre spomienku na význačných matematikov, ktorí majú v školskom roku **2017/2018** „okružle“ výročie (deliteľné piatimi) narodenia alebo úmrtia. Nahliadnutie do textu príspevkov umožní žiakom aj ich učiteľom osviežiť si základné údaje o dobe i prostredí, v ktorom títo úspešní matematici žili a tvorili. Možno sa tým „oživia“ niektoré ich matematické objavy a prínosy pre matematickú kultúru všeobecne, ale aj pre každého čitateľa zvlášť.

Obsah

(životopisné medailóny)

Legendre
Kolmogorov
d'Alembert
Whitehead
Newton
Hilbert
Erdős
Venn
Zermelo
Pascal

Prajem vám radostný životopisný zážitok aj na poli školskej matematiky.

Adrien Marie LEGENDRE – prívetivý a pracovitý matematik

Pre spomienku

V niektorých obťažných problémoch geofyziky a meteorológie je potrebné využiť aj *Legendrove polynómy*. V špeciálnom prípade sú aj riešením určitej obyčajnej diferenciálnej rovnice druhého rádu. V teórii čísiel je zavedený *Legendrov symbol*. Sú ešte aj ďalšie označenia, ktoré pripomínajú francúzskeho matematika s menom Adrien Marie Legendre (18. 9. 1752 – 10. 1. 1833).



Postupnosť životného osudu

Pochádzal zo zámožnej toulouskej rodiny, ktorá sa presťahovala do Paríža. Tam na Collège Mazarin vyštudoval i obhájil prácu z matematiky a fyziky (1770). V rokoch 1775–1780 učil na vojenskej škole v Paríži. Tam skúmal aj dráhy striel prekonávajúce odpor prostredia. Od roku 1782 bol vedúcim matematického oddelenia Akadémie v Berlíne. Neskôr bol examinátorom Ecole Polytechnique (1788–1815; od roku 1816 bol aj jej profesorom). Členom Úradu pre miery a váhy bol od roku 1813. Po revolúcii (1793) mal Legendre finančné i politické problémy. Nezhody s verejnými činiteľmi ho priviedli (od roku 1824) aj k strate penzie a životu v chudobe.

Odborné výsledky



Závažne zasiahol do teórie čísiel. Ukázal, že π ani π^2 nie sú racionálne čísla; naznačil, že by mohli byť transcendentné (to ukázal roku 1882 Lindemann). Nezávisle od C. Gaussa (1777–1855) formuloval (1806) metódu najmenších štvorcov a využil ju na zefektívnenie geodetických výpočtov. Vyslovil zákon reciprocity kvadratických foriem. Formuloval aj zákon rozloženia prvočísiel (1808). Napísal učebnice teórie čísiel (1798; 1830) a využitia eliptických funkcií. Dokázal, že eliptické integrály možno upraviť na kanonický tvar a našiel ich rozklad na rady i zostavil tabuľky ich hodnôt. Jeho práca z elementárnej geometrie (1794) bola základnou učebnicou v celej Európe počas storočia. Vydal aj významné geodetické i astronomicko–teoretické pojednania (napr. dráhach komét). Bol členom Kráľovskej spoločnosti v Londýne (1787).

Skromný odkaz

Legendre považoval napr. Euklidovo tvrdenie o súčte vnútorných uhlov v trojuholníku za jednu zo základných nevyvrátiteľných právd, ktoré sú príkladom trvalej matematickej istoty. Túžil po sláve, ale len po tom, aby o ňom hovorili iba výsledky jeho odborných prác, ktoré sa stali jeho životom. Natrvalo sa zapísal medzi úspešných tvorcov v matematike, astronómii i geodézii.

Andrej N. KOLMOGOROV – nie príkazom, ale príkladom

Byť matematikom?

Kedy sa človek stáva matematikom? Možno vtedy, keď prvýkrát samostatne odhalí matematickú závislosť. Ak vybadá štruktúru javov, keď uvidí súvislosti medzi zdánlivo nezávislými okolnosťami. Univerzálnosť poznatkov bola vždy ozdobou matematických úvah.



Zdá sa vám jasné, na prvý pohľad, že $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = n^2$, pre každé prirodzené číslo n ? Ak to skúsime vyčísliť napr. pre $n = 5$, tak bude $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$, teda naozaj 5^2 . Ale ako to dokázať všeobecne, pre každé prirodzené číslo n ? Vyšetrimo situáciu najprv pre párne n , potom pre nepárne (iná možnosť už nie je). Ak n je párne číslo, tak rad je takýto:

$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 5) + (2n - 3) + (2n - 1)$. Môžeme sčítať prvý člen s posledným, druhý s predposledným, atď. Dvojíc sčítancov je $n/2$ a tie jednotlivé dvojice majú vždy súčet $2 \cdot n$. Teda celý súčet radu je $\frac{n}{2} \cdot 2n = n^2$. Ak bude n číslo nepárne, tak aj počet členov v danom rade bude nepárny, prostredný člen bude práve číslo n , takto:

$$1 + 3 + 5 + \dots + n + \dots + (2n - 5) + (2n - 3) + (2n - 1)$$

Opäť sčítame prvý s posledným, druhý člen s predposledným, atď. Ich jednotlivé súčty sú $2 \cdot n$, ich počet je $(n-1)/2$. Celkový súčet spolu by bol $\left(\frac{n-1}{2}\right) \cdot 2n$. Ale treba ešte pripočítať prostredný člen n (ten nie je do páru, lebo všetkých sčítancov bol nepárny počet). Teda spolu je súčet

$\left(\frac{n-1}{2}\right) \cdot 2n + n = \frac{2n^2 - 2n}{2} + n = n^2 - n + n = n^2$. Opäť vyšlo n^2 . Tým je dokázané, že vždy, pre každé prirodzené číslo n , platí $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$.

Možno takto uvažoval šesť-sedem ročný Andrej Kolmogorov, budúci svetoznámy ruský matematik, keď samostatne prišiel k záveru, že súčet nepárnych čísel idúcich za sebou sa rovná druhej mocnине čísla, ktoré udáva ich počet. Už vtedy sa prejavil jeho matematický talent. Dvanásťročný Andrej sa naučil základy vyššej matematiky. Devätnásťročný Kolmogorov napísal prvú vedeckú prácu o všeobecnej teórii operácií s množinami. Odvtedy ho matematika neopustila. Stal sa matematikom.



Život s matematikou

Andrej Nikolajevič Kolmogorov sa narodil v Tambove 25. apríla 1903. Matka zomrela hneď po jeho narodení. Otec, agronóm, nechal syna vychovávať sestrám svojej ženy. Ich starostlivosťou sa v mladíkovi postupne prebudili zmysel pre

zodpovednosť, neznášanlivosť k nečinnosti, samostatnosť a usilovná pracovitosť. Andrej si predsavzal pozorované javy nielen si zapamätať, ale aj pochopiť ich a porozumieť súvislostiam medzi nimi. V roku 1920 sa stal študentom Moskovskej univerzity. Nevedel sa rozhodnúť o svojich záujmoch. Okrem matematiky a fyziky si medzi prednášky zapísal aj dejepis, lebo ho priťahovala ruská história a umenie. Prednášky v seminároch V.V. Stepanova a N.N. Luzina mu nadhodili množstvo zaujímavých matematických problémov z oblasti teórie konvergence trigonometrických radov. Kolmogorov ako prvý zostrojil príklad všade divergentného Fourierovho radu. Stal sa známym matematikom.



Po skončení štúdia na univerzite zostal tam aspirantom. V roku 1931 bol vymenovaný za vysokoškolského profesora. Akademikom sa stal v roku 1939, bol iba tridsaťšesťročný. Od roku 1925 sa Kolmogorov intenzívne zaoberal teóriou pravdepodobnosti. Spolu s matematikom A. Ja. Činčinom položili prvé základy axiomatizácie pre teóriu pravdepodobnosti. V rokoch 1934–1941 Kolmogorov vytvoril viac ako 50 vedeckých pojednaní, ktoré riešili úlohy z oblasti matematickej štatistiky, geometrie, topológie, funkcionálnej analýzy, teórie funkcií aj z matematickej logiky. Kolmogorov sa stal svetoznáмым.

S matematikou pre službu vlasti

Počas druhej svetovej vojny Kolmogorov prispel k riešeniu obranných úloh národného hospodárstva, vyriešil otázky štatistickej kontroly kvality hromadnej priemyselnej produkcie. Rozvinul teóriu náhodných procesov, ktorá sa uplatnila v teórii procesov jadrového odpadu.



Tvorivá matematická práca Andreja Nikolajeviča prispela k riešeniu úloh v oblasti teórie informácií, teórie dynamických systémov, teórie automatickej regulácie, ale aj v matematickej lingvistike. Kolmogorov vynikal hlbokými komplexnými vedomosťami, výbornými analytickými aj kombinačnými schopnosťami. Po celý život sledoval otázky pedagogické i metodologické. Podieľal sa na zostavení Veľkej ruskej encyklopédie. Podstatne prispel k založeniu a organizácii internátnej školy pre žiakov s nadaním pre matematiku a fyziku pri Moskovskej štátnej univerzite. Spolu s akademikom I.K. Kikoinom založili (1970) populárnovedecký matematicko-fyzikálny časopis *Kvant*, ktorý úspešne šíril matematickú osvetu.

Časté ocenenia

Za úspešnú vedeckú, pedagogickú a organizátorskú prácu získal A. N. Kolmogorov sedem ráz Leninov rád, Štátnu cenu, Čebyševovu cenu a celý rad ďalších ocenení. V roku 1963 dostal Bolzanovu medailu za zásluhy v matematických vedách. Bol členom viac než 20 zahraničných akadémií vied napr. vo Francúzsku, Anglicku, Holandsku, Poľsku, Maďarsku i USA.



Andrej Nikolajevič Kolmogorov zomrel 20. októbra 1987. Zanechal hlbokú stopu v mnohých matematických disciplínach. Skromnou dušou a tvorivým rozumom prispel k rozvoju celej ľudskej kultúry. Svojim žiakom, spolupracovníkom a všetkým priateľom túžby po hlbokom poznaní odkázal: *Musíme si uvedomiť, ako budovať trvalú, veľkú, rozvíjajúcu sa ľudskú kultúru. Ako vystihnúť celú šírku tohto pojmu a stať sa účastníkom budovania najkrajšej budovy pre ľudstvo a človeka... Budúcnosť si predstavujem ako kráľovstvo rozumu.*



Jean D'ALEMBERT – encyklopedista odhalených poznatkov

Úvodná otázka

Spýtali sa známeho matematika, aká je pravdepodobnosť, že pri hode jednej mince dvakrát za sebou, sa aspoň raz ukáže "hlava"? Ten uvažoval možno takto: *Hlava prvým hodom, hlava druhým hodom, žiadna hlava. Pravdepodobnosť priaznivých prípadov sú 2/3.* Avšak to nie je správna úvaha. Pravdepodobnosť padnutia opaku hlavy v prvom hode je 1/2, pri druhom hode tiež. Pravdepodobnosť padnutia opaku hlavy v oboch hodoch je 1/4, teda pravdepodobnosť padnutia hlavy aspoň v jednom prípade (to je negácia žiadneho prípadu) je $1 - (1/4) = 3/4$. Majstrom tesárom, ktorý sa "sekol" v roku 1754, bol v tomto prípade, podľa tradície, slávny francúzsky učenec d'Alembert (1717–1793). Dnešný študent gymnázia by mal vedieť, že elementárne javy tohto prípadu sú (0,0), (1,0), (0,1), (1,1) a z nich vyhovujú zadaniu úlohy tri (aspoň raz 1), teda pravdepodobnosť bude 3/4.

Životné osudy



Ako novorodenca ho našli odloženého na schodoch kostola Jean le Rond. Vychovali ho v rodine sklára Alemberta. Matka sa neho nezaujímalá, otec mu poskytol skromné prostriedky na výchovu i štúdium. Stal sa advokátom. Neodolateľne túžil po matematických poznatkoch a vedomostiach z prírodných vied aj medicíny. Vytušil, že *matematické abstrakcie nám ul'ahčujú poznávanie vnímaných predmetov, sú však užitočné vtedy, ak sa neobmedzujeme len ne.* Prijal Diderotovu ponuku na

redaktorstve *Encyklopédie – Výkladového slovníka vied, umení a remesiel*, ktorá vychádzala v rokoch 1751–1772. Zodpovedal za matematickú časť. Bol autorom celého radu hesiel z matematiky, fyziky, práva, ale aj hudby a náboženstva. Prispel ňk novej filozofii tohto osvieteného diela v zmysle otvárajúcom priestor pre slobodu myšlienkových postupov. *Dve veci sú potrebné, aby ľudský duch získal umenie odhadu: cvičiť sa v presných dôkazoch a neobmedzovať sa len na ne. Iba keď si zvykneme rozpoznať pravdu v celej jej čistote, budeme môcť neskôr rozšíriť aj to, čo k nej má blízko alebo ďaleko.*

Rozum a poznanie

Filozofia nie je nič iné ako aplikácia rozumu na rozličné predmety, o ktorých rozum môže vypovedať. D'Alembert odsúdil špekulatívnu metafyziku, kliesnil cestu vedeckému poznaniu v konkrétnych vedách. *Ak by sme sa postavili proti vedám, neresti by nám ostali a navyše by sme boli aj bez poznania.* Nenútil ostatných, aby mysleli ako on, uprednostňoval nezávislosť, slobodu názorov, presvedčivosť argumentov. Vtipne poznamenal: *Takmer o čomkoľvek možno povedať čokoľvek.* Bol proti náboženskej neznášanlivosti, duchovnému i svetskému zneužívaniu moci.



Vesmír je šírý oceán, na ktorého povrchu pozorujeme niekoľko väčších či menších ostrovov, ktorých spojenie s pevninou je nám skryté. V klasifikácii vied uznal tri schopnosti človeka – pamäť, rozum, predstavivosť. Vnímal dva ľudské



rozmary – materiálny a duchovný. *Boh, človek, príroda, to sú podľa všeobecného delenia tri hlavné predmety filozofického skúmania.* Bol skeptikom v odpovedi na úplné poznanie podstaty sveta i poznania boha. *Najvyšší rozum roztrhol závoj a ukázal sa, nič nepridal svetlu nášho rozumu pokiaľ ide o dôkazy, že jestvuje, iba nám umožnil dokonale využívať toto svetlo a konať podľa neho.* Chcel uctievať boha rozumom a pravdou.

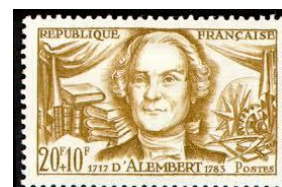
Jediný spôsob, ako správne preberať základy presnej a prísnej vedy, je použiť pri nej maximálnu presnosť a prísnosť. D'Alembert urobil rozhodujúci krok pre objasnenie pojmu derivácie ako limity pomeru prírastkov, študoval konvergenciu niektorých radov i niektoré funkcionálne rovnice. *Utvoriť si presné pojmy o tom, čo geometri nazývajú infinitezimálnym počtom, znamená si urobiť najprv celkom jasnú predstavu o tom, čo je nekonečno.* V *Rozprave o dynamike* (1743) otvoril cestu vzniku analytickej mechaniky a matematizácii fyziky. Vyslovil všeobecné pravidlá pre zostavenie diferenciálnych rovníc pre opis pohybu sústav hmotných bodov. Formuloval princíp o okamžitej rovnováhe zotrvačných síl a síl pôsobiacich na teleso. V práci o kmitaní struny sformuloval vlnovú rovnicu a ukázal postup na jej riešenie. V astronómii skúmal pohyb Mesiaca a nebeských telies, zaoberal sa teóriou gravitácie. Parížskej akadémii vied zaslal práce o pohybe pevných telies v kvapalinách a o integrálnom počte.

Úspešný vedec



Jean-Baptiste Le Rond d'Alembert (17.11.1717–29.10.1783), francúzsky matematik, fyzik, astronóm a filozof, jeden z najvýznamnejších vedcov 18. storočia, ovplyvnil svojím dielom celú Európu. Uvažoval o predpokladoch poznania, dôveryhodnosti vedeckých poznatkov. Navrhoval uplatňovať rozum proti predsudkom a fanatizmu. Vytušil budúci pozitivizmus filozofických úvah. Od roku 1754 bol členom Francúzskej akadémie, riadnym členom Kráľovskej akadémie vied sa stal roku 1765. Ponúkol veľa odvážnych činov i objavných myšlienok. *Schopnosť vštepiť do hláv bez námahy pravdivé a jednoduché pojmy, je oveľa záslušnejšia činnosť, než si myslíme.*

Svetlom poznania odhaľujeme naše pochybenia. V plodoch výstižných právd sa zušľachtujú ľudské predstavy. D'Alembert, učenec spolupracujúci na poli matematiky, fyziky i filozofie ponúkal (pre učiteľov počtov a merby) sympatickú myšlienku: *Geometria je akýmsi koníčkom, ktorého nám dala príroda, aby nás potešoval a zabával v temnotách.* Tým, ktorí sú až príliš vážni matematici, možno odkázal d'Alembert svoj názor: *V triezvom matematikovi nepracuje obrazotvornosť menej než vo vynaliezavom básnikovi.* Štúdium matematiky prináša harmóniu poézie i efektívnosť remeselnej zručnosti. Skúsenosti rozumu odkrývajú spletité vzťahy a rozširujú praktické použitie matematických poznatkov.



Alfred North WHITEHEAD – svet je duchovný stav

System tvorivých zmien

Svet je proces, v základoch ktorého je zmena, dianie, udalosti. Zmena neznamená vždy chaos, ale môže stelesňovať i poriadok, systém, organizáciu. Skutočnosť je ako tvorivý proces, ako organizmus, ktorý sa ustavične rozvíja, ktorý je v nepretržitej činnosti. Organizácia je možná len tam, kde sú uznávané trvalé hodnoty. Umenie pokroku spočíva v zachovaní poriadku uprostred zmien a v zachovaní zmien uprostred poriadku.

Život filozofa



Anglický filozof, matematik a logik A. N. Whitehead (15. 2. 1861 – 30. 12. 1947) pochopil filozofiu ako pokus vyjadriť predpokladanú neobmedzenosť (neohraničenosť) vesmíru ohraničenými prostriedkami nášho jazyka. Rozpracoval filozofický systém na predstave organizmu. Za hybnú silu vývoja považoval kozmickú emocionálnu energiu, ktorá v sebe zahrňuje všetky formy energie zároveň s ich účelom a zmyslom pre neustály tvorivý vývoj. Pokúsil sa opísať metafyzický systém, kde chápal prírodné i duchovné zmeny ako proces organizácie. Svoje názory

vyložil hlavne v dielach *Veda a moderný svet* (1925), *Proces a realita* (1929) a *Dobrodružstvá ideí* (1933). ***Umenie pokroku spočíva v zachovaní poriadku uprostred zmien a v zachovaní zmien uprostred poriadku... Každá schéma analýzy prírody sa musí vyrovnáť s dvoma skutočnosťami: so zmenou a pretrvávaním.***

Dielo logika i matematika

Jeho prvou a poslednou láskou bola a zostala symbolická logika. Po štúdiu v Trinity College v Cambridgei tam zostal prednášať. Vydal *Rozpravu o univerzálnej algebre* (1906), *Axiómy projektívnej geometrie* (1906), *Úvod do matematiky* (1911). Spolu s B. Russellom vydal známe trojzväzkové *Principia Mathematica* (1910–1913), základné dielo symbolickej logiky. Zámerom bolo naznačiť všeobecnú aplikáciu matematickej logiky na oblasť geometrie a fyziky.

Matematiku chápal ako najoriginálnejší výtvor ľudského ducha, ako vedu o najzložitejších abstrakciách, k akým môže ľudský um dospieť. ***Matematika je myslenie pohybujúce sa vo sfére úplného abstrahovania od každého jednotlivého prípadu toho, o čom práve vypovedá... Pokiaľ sa zaoberáme čistou matematikou, sme v ríši úplnej absolútnej abstrakcie... Najväčšie abstrakcie sú tými pravými nástrojmi, ktorými kontrolujeme svoje uvažovanie o konkrétnych faktoch... Originalita matematiky spočíva v tom, že v matematickej vede sú vyjadrené vzťahy medzi vecami, ktoré sa bez sprostredkovania ľudským rozumom nedajú vôbec postihnúť.*** Nebál sa pripustiť, že matematické bádanie je božské bláznovstvo ľudského ducha, únik od dotieravej nástojčivosti náhodných udalostí. Vedel, že istota

matematiky závisí od jej úplnej abstraktnej všeobecnosti. Uznal aj to, že nemôžeme mať nijakú apriórnu istotu o pravdivosti svojho presvedčenia, že entity pozorované v reálnom svete sú zvláštnym prípadom toho, čo zahrňa naše všeobecné uvažovanie. Napriek tomu, ako zásadne ocenil zmysel matematiky, Whitehead priznal:

Vzhľadom k nesmiernosti svojej látky je matematika (i moderná matematika) vedou v plienkach. Ak sa civilizácia bude ďalej rozvíjať, potom v budúcich dvoch tisícročiach bude najväčšou novinkou v ľudskom myslení nadvláda matematického rozumu.



Na hrane rozumu a viery

Vytrvalo hľadal hlboké súvislosti medzi vedou, moderným svetom i náboženstvom. *Veda je podnikanie, v ktorom sa rozum opiera o vieru.* Napísal práce *Náboženstvo vo vývoji* (1926), *Funkcia rozumu* (1929), *Príroda a život* (1934), *Mody myslenia* (1938). Spoznal, že *nové idey nemožno vyjadriť starými pojmami*. Jeho prírodovedným presvedčením bolo: Hlásaj jednoduchosť, ale nedôveruj jej. Ale aj tak prehlásil: *Vo veku rozumu nemôže existovať aktívny záujem, ktorý by odsunul nabok všetku nádej na víziu harmónie pravdy. Uspokojiť sa s rozporom znamená narušiť úprimnosť a morálnu čistotu. Patrí k sebaúcte intelektu, aby sledoval každé zauzlenie v myslení až do konečného rozuzlenia.*

Uznával, že konflikt medzi náboženstvom a vedou existoval odjakživa a napriek tomu, či možno práve preto, sa jedno i druhé bez prerušenia rozvíjali – modifikovali. Podivné spolužitie vedeckého pokroku a náboženského myslenia ukázalo, že *jestvujú obsiahlejšie pravdy a jemnejšie perspektívy, v rámci ktorých možno nájsť zmierenie hlbšieho náboženstva a jemnejšej vedy*. Vedu možno chápať ako štúdium všeobecných podmienok, skúmanými s cieľom riadiť fyzikálne javy. Náboženstvo je výrazom jedného typu základnej skúsenosti ľudstva, je reakciou ľudskej povahy na jej hľadanie Boha. Whitehead veľmi pozorne vysvetlil svoju predstavu o podstatnej vlastnosti náboženského ducha. *Náboženstvo je víziou čohosi, čo sa nachádza mimo, za a uprostred pomínuteľného toku bezprostredných vecí: niečo, čo je reálne, no predsa čaká na svoje uskutočnenie, čosi, čo je vzdialenou možnosťou, a predsa je najvýznamnejším z prítomných faktov: je to niečo, čo dáva zmysel všetkému pomínuteľnému, a predsa uniká uchopeniu, niečo, čoho vlastníctvo predstavuje najvyššie dobro, a predsa je mimo dosahu, niečo, čo je najvyšším ideálom, a zároveň beznádejným hľadaním.* Sila rozumu i nádej lásky sú dobrodružstvom ducha túžiaceho po harmonickom usporiadaní zložitých detailov, po najvyššom ohraňovaní, po autorovi hry, ktorý oddeľuje dobré od zlého.

Hodnota mravnosti

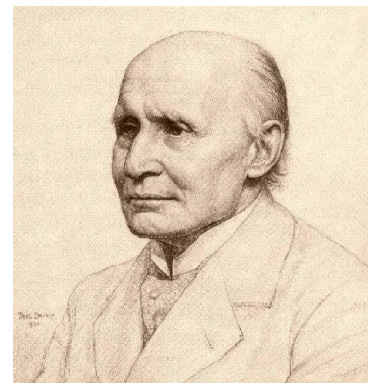
Uvedomoval si dôležitosť pozadia zdravého rozumu, v ktorom je zahrnutý náš vzťah k nekonečnosti univerza. Ne strácal zo zreteľa svet hodnôt, vnímal život ako vnútorné dozrievanie hodnoty. Vedel, že ľudské bytosti potrebujú niečo, čo im pretvára dušu na trvalú realizáciu hodnôt. Díval sa na ľudské snaženia aj priezorom mravným:

Morálna stránka nazerania je neoddeliteľne spojená so všeobecnosťou nazerania. Protirečenie medzi všeobecným dobrom a individuálnym záujmom možno odstrániť iba vtedy, keď záujmom individua je všeobecné dobro.

Vybrané odkazy

Do dnes sú sympatické postrehy, ktoré nám ponúka A. N. Whitehead:

- *Myslenie je jednou formou zdôrazňovania... Matematika je štúdiom vzorov... Matematika je veda o najzložitejších abstrakciách, k akým môže ľudský um dospieť.*
- *Nič nie je pôsobivejšie ako fakt, že tou mierou, ako matematika postupne prechádzala do vyšších oblastí čoraz abstraktnejšieho myslenia, vracala sa späť na zem, nadobúdajúc čoraz väčší význam pre analýzu konkrétneho faktu.*
- *Pytagoras objavil význam používania abstrakcií a osobitne zameral pozornosť na číslo ako to, čo charakterizuje periodicitu hudobných tónov. Význam abstraktnej idey periodicity bol teda prítomný už pri samých začiatkoch matematiky.*
- *Všeobecnosť matematiky je najúplnejšou všeobecnosťou, zhodnou so spoločenstvom udalostí, ktoré konštituuje našu metafyzickú situáciu.*
- *Aká je funkcia čistej matematiky v myslení? Je to rozhodný pokus prejsť celú cestu smerom k úplnej analýze, aby sa oddelili prvky samých vecí od číro abstraktných podmienok, ktoré spríkladňujú.*



Tvorivá aktivita ducha

Whitehead, výrazná a originálna postava súdobej filozofie a matematickej logiky, pochopil svet ako skúsenosť Boha a prírodu vnímal ako symbol transcendentných skutočností. Hmotu stotožnil s energiou a energiu s čírou aktivitou. Príroda je scénou pre vzájomné vzťahy aktivít.

Za charakteristické znaky ľudského života považoval úplné sebaprežívanie, tvorivú aktivitu a cieľ.

V podstate života odhalil vnútorné dozrievanie hodnôt. Celá existencia je aktivita, večne sa vnárajúca do budúcnosti.



Isaac NEWTON – vypočítal som to

Pamätník

Nad hrobom vo Westminsterском opátstve je pomník s postavou a nápisom: *Tu odpočíva Sir Isaac Newton, dvoran, ktorý temer božským umom prvý dokázal s fakľou matematiky pohyb planét, cesty komét a prílivy oceánov. Skúmal rozmanitosť svetelných lúčov a pritom so prejavujúce rozmanité vlastnosti farieb, čo predtým nik netušil. Snaživý, múdry a oddaný vykladač prírody, staroveku a Písma sv. utvrdzoval svojou filozofiou veľkosť všemohúceho Boha a svojim životom odzrkadľoval prostotu evanjelia. Nech sa smrteľníci radujú, že existovala takáto okrasa ľudského rodu. Narodil sa 4. januára 1643, zomrel 31. marca 1727.*



Život v službe

Nepoznal svojho otca, ktorý zomrel skôr, než sa Isaac narodil v dedinke Woolsthorpe. Veľmi slabé a často chorľavé dieťa vychovávala babička.

Do dvanástich rokov navštevoval dedinskú školu, neskôr chodil štyri roky do školy v mestečku Grantham. Šestnásťročný Isaac sa neodlišoval od ostatných. Vynikal veľkou zručnosťou, vyrábal si mechanické hračky, kreslil návrhy budov, lodí a pod. Na prácu sa vedel sústrediť, pozorne študoval rôzne knihy. Nezaujem o hospodárstvo na statku presvedčil matku i príbuzných, aby šiel ďalej do škôl. V rokoch 1661 – 1665 vyštudoval Trinity College v Cambridge. Náklady na štúdium si odpracoval pomocnými prácami – rúbal drevo, kúril, upratoval, obsluhoval. V roku 1667 sa stal v Cambridgi asistentom I. Barrowa, ktorý sa v roku 1669 vzdal miesta v prospech svojho nadaného žiaka. Newton prednášal na katedre matematiku a fyziku takmer



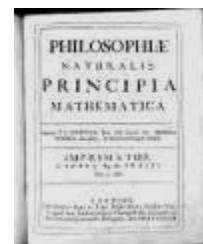
dvadsaťsedem rokov. V roku 1672 ho zvolili za člena Kráľovskej spoločnosti v Londýne a od roku 1703 až do konca života bol jej predsedom. Finančné zabezpečenie získal až keď sa stal kontrolórom štátnej mincovne (1695) a neskôr (1699) bol vymenovaný za jej správcu. Vedelo sa, že Newton sa veľmi nezaujíma ani o peniaze, ani o moc, ale len o pravdu. V rokoch 1688–1705 bol členom parlamentu. Kráľovná Anna ho povýšila, ako prvého vedca, v roku 1705 do šľachtického stavu. Staroba veľkého učenca bola pokojná. Vážil si ho dvor, žiaci ho uctievali. Isaac Newton zomrel v Kensingtone

neďaleko Londýna vo veku 84 rokov a bol pochovaný s najvyššími poctami.

Vedecké výsledky

Štúdiom prírody, matematiky, fyziky, chémie, či alchýmie, ale aj teológie, biblickej histórie a starých jazykov bol Newton úplne zaujatý po celý život. Ani láskavý vzťah k slečne Storey neodolal. Isaac Newton žil iba pre vedu, pre poznanie zákonitostí prírody. Mlčanlivý, vždy ponorený do svojich myšlienok, uvažoval nad súvislosťami, ktoré udržiavajú planéty na ich dráhach, nad spôsobom ako matematicky popísať

zákonitosti umožňujúce predvídať nové stavy. V rokoch 1664–1665 zúrill v Londýne mor a tak Newton premýšľal v rodnom Woolsthorpe. Tu pripravil teóriu nekonečne malých veličín, metódu fluxií a pripravil si hlavné myšlienky monumentálneho diela *Matematické princípy prírodnej filozofie*, ktoré vyšlo v roku 1687 a obsahovalo ucelený systém klasickej mechaniky a dynamiky. Tam je aj známy *Newtonov gravitačný zákon* a tri základné pohybové zákony (zákon zotrvačnosti, zákon sily a zákon akcie a reakcie), ktoré sa odvtedy vyučujú v každej škole.



Morové roky sú najplodnejším obdobím jeho vedeckej práce. Z týchto chvíľ sústredenia čerpal vedecké podnety skoro celý život. Newton veľmi nerád publikoval. Písal často listy, no zverejňovanie ucelených prác nebolo jeho silnou stránkou. Časť výsledkov svojich matematických prác o výpočte plôch a dĺžok kriviek, stanovenie dotyčníc a zistenie miním a maxím funkcií, ktoré vychádzali predovšetkým z fyzikálnej problematiky a tej obsahovo i formálne vyhovovali, pripravil rukopisne už v rokoch 1669–1671, ale zhrnuté v celku vyšli až v rokoch 1704–1736. Napríklad práca *Metóda fluxií a nekonečných radov*, upravená v 1691, vyšla až v roku 1736. Jeho *Arithmetica universalis* vyšla roku 1707 a Newton v nej podal úplnú analytickú teóriu kuželosečiek i určil metódu numerického riešenia rovníc. Texty, ktoré Newton prednášal v Cambridge v rokoch 1673–84, musel odovzdávať do univerzitnej knižnice a tam ležali 20 rokov. Mnohé spisy vyšli až po jeho smrti.

Matematik i fyzik



V matematike okrem základov diferenciálneho a integrálneho počtu, ktorý uplatnil na popis fyzikálnych zákonitostí, zaviedol všeobecný pojem mocniny, aj s iracionálnym mociteľom.

Študoval nekonečné rady, položil základy teórie symetrických funkcií. Z fyziky pripomeňme aspoň vynikajúce práce z optiky a konštrukciu prvého zrkadlového ďalekohľadu (1671). Vysvetlil

vplyv Mesiaca na príliv a odliv, zdôvodnil precesiu – zmenu polohy zemskej rotačnej osi. Newton prekonal staré predstavy o Zemi i vesmíre, zavŕšil práce Galileiho, Koperníka a ďalších prírodovedcov. Stal sa systematikom fyzikálneho sveta.

Intelekt a múdrosť

Filozofia je taká bezočivá dáma, že by sa človek mal radšej miešať do súdnych záležitostí, ako mať s ňou do činenia. Izák Newton sa

vyjadril aj o veciach svetonázorových: *Nádherný poriadok*

a harmónia vesmíru mohli vzniknúť iba podľa plánu vševedej

a všemohúcej bytosti. To je môj posledný a najvyšší poznatok. Boh je nekonečne

dokonalou bytosťou, čo vysoko prevyšuje vesmír. Boh prebýva všade, aj vo veciach.

Je prostredníkom medzi telesami, on spája v jeden celok telesá tvoriace svet.

Newton formuloval aj pravidlá filozofovania: *Príčiny prírodovedných javov*

rovnakého druhu sú vždy tie isté, indukciou získané zákony možno považovať za



veľmi blízke pravde, pokiaľ sa nedosiahne väčšej presnosti. Vo fyzikálnych úlohách vysvetľoval javy zo všeobecných princípov a zákonov ako ich logické a matematické dôsledky. *Ani jeden veľký objav sa nezrodil bez smelého odhadu... sám som mohol ďalej vidieť preto, lebo som stál na pleciach gigantov.* Isaac Newton hľadal a našiel matematické princípy poznania prírody. Rozpoznal hranice medzi fyzikou princípov a fyzikou modelov. Neopustil experiment ako presný a efektívny nástroj poznania, ale naznačil aj účinnosť matematických predstáv.



Za celý svoj život nebol Newton od svojho rodného domu ďalej než 200 km, neodišiel z Anglicka ani na jeden deň. Prežil aj psychický otras, keď mu požiar v pracovni zničil mnoho rukopisov a nedokončených prác. Po celý život bol skromný, priamy a čestný, vedel však v práci pre mincovňu a Kráľovskú spoločnosť použiť aj „tvrdú ruku“. Bol pohostinný a vľúdny, no nemal rád, keď ho kritizovali. Tichá jednotvárnosť života, sústredenosť myšlienok a práce zvýraznili a umocnili jeho nadanie.

O sebe samom veľa nenapísal. Naozajstných priateľov nemal mnoho. Medzi dobré rady od Newtona možno zaradiť: *Ak môžeš udržať rozum nad vášňou, on a ostrážitosť budú tvojimi najlepšimi ochrancami.* Nebol ani dobrým spoločníkom, lebo bol často zahrúžený do svojich myšlienok.

Svet je predvídateľný systém



„Je najšťastnejší – systém sveta možno stanoviť iba raz.“ Tieto slová povedal o Newtonovi francúzsky matematik a fyzik Lagrange. Newton sám ohodnotil svoj vedecký výkon krátko pred svojou smrťou veľmi triezvo: *Neviem, čím sa môžem zdať svetu, ale pripadáam si ako chlapec, hrajúci sa na brehu mora, ktorý občas nachádza farbistejší kamienok ako obyčajne, alebo krajšiu mušľu, zatiaľ čo veľký oceán pravdy sa rozprestiera pred ním nepreskúmaný.*

Príroda a jej zákony boli zahalené v tme. Boh povedal: *Nech je Newton.* Vo svete nastalo svetlo. Aj takto možno charakterizovať význam diela, ktoré autorom je Izák Newton. Zanechal jednotnú sústavu zákonov, ktoré umožnili aplikáciu v mnohých fyzikálnych odboroch ľudskej činnosti. Apoštol matematického prístupu k prírodným vedám vybadal nové možnosti predvídať vedecké objavy zo známych fyzikálnych princípov. *Nové myšlienky sú ťažko pochopiteľné len pre ich nezvyčajnosť.*

Isaac Newton otvoril cestu pre rozvoj vedeckej teórie, nečakané uplatnenie prírodovedných objavov i zmeny v myslení ľudstva ako celku. Prírodný svet začal byť chápaný ako exaktný systém.



David HILBERT – nadšenie pre matematiku

Charakter matematiky

Matematická veda ustanovuje nerozdeliteľné celky, organizmus, životaschopnosť ktorého je určená spojením medzi jeho čiasťkami. Nehľadiac na celú mnohotvárnosť vedomostí v rôznych častiach matematiky, jasne vidíme totožnosť pomocných logických prostriedkov, príbuznosť myšlienok v matematike ako celku, tak aj v číselnej analógii v rôznych oblastiach. Tak už môžeme vidieť, že čím ďalej sa rozvíja matematická teória, tým harmonickejšie a rovnorodejšie stojí jej budova a medzi doteraz rozdelenými vedeckými odbormi sa otvárajú neočakávané vzťahy. Z toho vyplýva, že pri rozvíjaní matematiky sa jej jednotný charakter nielenže nestráca, ale naopak, preniká čím ďalej, tým výraznejšie... Všetko, čo všeobecnosti môže byť predmetom vedeckého myslenia, ak je dostatočne dozreté pre utvorenie teórie, sa podriadi axiomatickej metóde a teda nepriamo i matematike. Celostný charakter matematiky podmieňuje vnútornú podstatu vedy: matematika je základom každej presnej prírodnej vedy. V lete roku 1900 sa v Paríži konal druhý medzinárodný kongres matematikov. Hlavný referát predniesol významný nemecký



matematik David Hilbert (1862–1943). Zhrnul základné smery matematických výskumov a do 23 problémov preformuloval otázky pre ďalší tvorivý rozvoj matematiky. Niektoré úlohy boli konkrétne, napr. či sú čísla $2^{\sqrt{2}}$ a e^{π} racionálne, iné všeobecné, usmerňujúce rozvoj niektorých matematických disciplín, napr. štúdium topológie algebraických kriviek a plôch, problém rozkladu priestoru do kongruentných mnohostenov, problémy základov geometrie atď. Mnohé odpovede už súčasní matematici podali, ale niektoré otázky ešte čakajú na konečné vyriešenie.

Jednoduchý životný príbeh

David Hilbert bol synom sudcu a všestranne vzdelanej matky. Narodil sa 23. januára 1862 v Kráľovci (vo vtedajšom východnom Prusku to bol Königsberg). Základnú školu, gymnázium i univerzitu absolvoval v rodnom meste. Zo začiatku štúdií, pri otázke o práci v matematike: *Nezaoberal som sa nijako zvlášť matematikou, lebo som vedel, že ju neskôr budem musieť robiť naozaj poriadne.* Medzi jeho akademickými učiteľmi boli H. Weber, F. Lindemann a A. Hurwitz. Tí ho uviedli do teórie invariantov, teórie čísel a do teórie funkcií. Promoval roku 1885, potom bol na študijnom pobyte v Lipsku a v Paríži. V roku 1892 sa stal mimoriadnym profesorom a oženil sa. Z Kráľovca odišiel na svetoznámu univerzitu do Göttingenu (1895). Tu prednášal až do roku 1934. Po nástupe fašizmu v Nemecku odišiel do ústrania. Zomrel 14. februára 1943.

Matematické úspechy



Hilbert

Hilbert bol očarený a pohltentý svojou vedou. Bol úplne oddaný svojim intelektuálnym záľubám. Prenikol do podstaty mnohých matematických disciplín. Zaujímal sa o teóriu invariantov (1885–1895), teóriu algebraických číselných telies (1893–1898), problémy variačného počtu a diferenciálnych rovníc (1900–1906), základy geometrie (1898–1902), integrálne rovnice (1902–1910), fyzikálne aplikácie matematiky (1910–1922) a logické základy matematiky (1922–1939). V práci *Základy geometrie* (1899) vybudoval úplný systém axiém pre geometriu: základné objekty – bod, priamka, rovina; základné vzťahy – incidencia, zhodnosť, usporiadanie; systém axiém incidencie, usporiadania, zhodnosti, rovnobežnosti, spojitosti. Skúmal nezávislosť tohto systému pomocou modelov. Snažil sa úplne formalizovať základy matematiky, to znamená vybudovať pevné pravidlá pre odvodzovanie nových tvrdení. Vždy rešpektoval konkrétne odborné problémy a doporučoval ich štúdium spolu s metódami a otázkami, ktoré z nich vyplývajú. Dokázal Waringovu hypotézu o tom, že každé prirodzené číslo možno vyjadriť ako súčet k - tých mocnín prirodzených čísel ($k > 2$), ktorý obsahuje $s(k)$ sčítancov, kde $s(k)$ je konštanta, ktorá závisí iba na exponente k , t.j. v tvare $a = a_1^k + a_2^k + a_3^k + \dots + a_s^k$.

Sformuloval úplný axiomatický systém reálnych čísel. Prispel k rozvoju matematickej fyziky (s Courantom vydal spis *Metódy matematickej fyziky*, 1924). V roku 1934 vydal s Bernaysom *Základy matematiky*. Hilbert sa snažil formalizovať metódy budovania abstraktných matematických teórií. I keď sa neskôr ukázalo, že jeho program pre formalizáciu matematiky sa nedá principiálne uskutočniť (Gödel, 1931), aj tak Hilbertové úsilie umožnilo vyriešiť veľa čiastočných problémov modernej matematiky a matematickej logiky. Za svoje matematické práce získal David Hilbert cenu J. Steinera (1900) a Medzinárodnú cenu Lobačevského (1904).

Spoločník i priateľ

S Hilbertom sa stretalo veľmi veľa ľudí. Mal široké záujmy, dalo sa s ním diskutovať nielen o matematike, ale aj o politike, ekonómii, filozofii a histórii. Jeho prednášky boli po odbornej stránke vždy podnetné, i keď začínali úplne jednoduchými príkladmi. Jeho osobnosť vyžarovala energiu a nadšenie. Fascinoval a inšpiroval. Nehanbil sa ako vysokoškolský profesor hrať so svojimi mladšími kolegami gulečník (v tej dobe to bolo naozaj nevídané), pozýval svojich mladých študentov na dlhé prechádzky cez les alebo domov na čaj, či večeru. Vždy bol prístupný, ochotný vypočuť odlišné názory i kritiku. Každý s ním mohol hovoriť ako rovný s rovným a zastávať vlastné názory, ak mal čo povedať.



Študijná a pracovná atmosféra okolo Hilberta bola plná zodpovednosti a tvorivosti. I keď Hilbert nebral študijné výsledky svojich doktorandov veľmi prísne, časopis *Mathematische Annalen* redigoval veľmi vážne a zodpovedne. Publikovať v ňom

znamenovalo vo svete matematiky veľmi veľa. Göttingenská univerzita bola začiatkom 20. storočia svetovým centrom matematického vzdelania. V školskom roku 1908/1909 navštevoval prednášky Davida Hilberta aj významný slovenský matematik Juraj Hronec (1881–1959). Profesor Hilbert bol mimoriadnou vedeckou osobnosťou, pravým velikánom ducha, univerzálnym matematikom. Vynikal bádateľskou predvídavosťou, nezávislým myslením, umením pozorne počúvať a získať inšpiráciu. Snažil sa spoznať prírodu cestou logiky a axiomatizácie. Vytvoril významnú matematickú školu, ktorá podstatne ovplyvnila celú matematiku i fyziku na začiatku 20. storočia.

Významný a uznávaný

Aspoň niekoľkými citátmi si pripomeňme Hilbertové názory: *...tu je problém, hľadaj riešenie. Môžeš ho nájsť čistým myslením... je omylom sa domnievať, že prítomnosť pri dokazovaní je omylom jednoduchosti... Žiadny problém nevzrušoval ľudskú dušu tak hlboko, ako problém nekonečna, nijaká myšlienka neobjavila taký silný a plodný vplyv na rozum ako idea nekonečna. Ale z druhej strany, ani jeden pojem nepotrebuje v takej miere vysvetľovanie ako predstavy nekonečna... Matematický problém má byť dost' obťažný, aby nás lákal, ale zároveň aj nie celkom nedostupný, aby sa nestalo márne naše úsilie, má byť sprievodným znakom na dopletených cestách za skrytými pravdami, má byť napokon upozornením na radosť akú nám prinesie nájdené riešenie... Poznanie prírody a života sú najvznešenejšou úlohou. Všetko ľudské úsilie a snaženie smeruje k tomu so stále väčším úspechom.*

David Hilbert, jeden z najvýznamnejších a najuznávanejších matematikov 20. storočia, videl úlohu matematiky v skúmaní všetkých možných svetov. Priznával matematickú existenciu všetkým možným objektom, o ktorých môžeme ako o existujúcich bezosporne uvažovať. Chcel skúmať aj aktuálne nekonečno. *Nikto nás nemôže vyhnúť z raja vytvoreného pre nás Cantorom.*

Hilbert sa pokúsil formalizovať axiomatickú teóriu matematiky, aby ju oslobodil od obsahu a dosiahol jej maximálnu všeobecnosť. Bol presvedčený o riešiteľnosti každého matematického problému. Pripravil program formalizácie matematických teórií v zmysle abstrakcie od ich obsahu spolu s formalizáciou ich jazyka, aby ukázal ich bezospornosť. Vo svetle neskorších objavov sa ukázala aj táto cesta nezavŕšiteľná k úplnej spokojnosti. Ale aj tak Hilbert prispel k dôkladnému rozpracovaniu jazyka matematiky a jej symboliky. Metodologický problém povahy matematického poznávania a istoty jeho uplatňovania je stále vo svojich ideálnych formách otvorený. Nie sme zbavení ľudskej zodpovednosti za neustále hľadanie zmysluplnosti a pravdivosti našej úžasne krásnej a často i v praxi efektívnej matematiky.

Paul ERDÖS – katalyzátor matematických ideí

Nezmar spolupráce



Publikoval okolo 1500 matematických prác, väčšinou s spoluautorstvom s ľuďmi, s ktorými sa stretol na svojich cestách. Pre okruh spoluautorstva sa zaužívalo označenie Erdösovým číslom. Ak je to číslo 1, tak autor napísal príspevok v spolupráci s P. Erdösom. Ak je číslo väčšie, potom vyjadruje ďalšie vrstvy spoluautorstva so spoluautormi P. Erdösa. Ak autor napísal príspevok s autorom s číslom n , má Erdösovo číslo $n + 1$.

Hovorí sa, že 472 matematikov má Erdösovo číslo 1. Z toho 188 autorov publikovalo s Erdösom dva a viac článkov. Zo slovenských matematikov má Erdösovo číslo 1 napr. J. Bosák, P. Horák, J. Širáň, z českých V. Jarník, Z. Hedrlín, J. Nešetřil, V. Rödl. Erdösovo číslo 2 má asi 5000 autorov, z nich je 62 svetoznámych matematikov, dokonca deväť držiteľov Fieldsovej medaily. Asi žiadny matematik doteraz nenapísal toľko vedeckých príspevkov a nemal toľko spoluautorov ako Paul Erdős (1913–1996), pútnik neohraničeným svetom matematiky.

Sám priznal, že si matematiku obľúbil vďaka svojej matke, učiteľke základnej školy, ktorá ho zabávala počtárskymi úlohami. Otec ho naučil mnohému v gymnaziálnych rokoch. *Od detstva sa mi na matematike páči veľké množstvo veľmi zaujímavých problémov. Ich riešenie mi oddávna prináša neopísateľnú radosť.*



Dvadsaťročný Erdős objavil elegantný dôkaz Čebyševovej vety z teórie čísel. Podal (1949) dôkaz vety o prvočíslach elementárnou formou. Odvtedy nielen produkoval nečakané nápady a účinné návody ako zdolávať matematické problémy, ale aj videl nové a podnetné matematické otázky a mal schopnosť inšpirovať pre ich riešenie. *Urobme spolu nejaký dôkaz. Tým získate vlastnú skúsenosť.* Matematika bola pre neho svetom fascinujúcich problémov, ktorých riešenie spravuje Boh vo Veľkej knihe najelegantnejších dôkazov.

Spolužitie s matematikou



Paul Erdős (26.3.1913 – 20.9.1996) sa stal nestorom diskkrétnej matematiky vo svete. Vyriešil viac matematických problémov než ktokoľvek pred ním. V čase mimoriadnej aktivity vyprodukoval dve vedecké práce mesačne. Existuje až 700 recenzií s jeho podpisom. Ročne sa zúčastňoval desiatok kolokvií a matematických konferencií. Publikoval nové poznatky z oblasti teórie čísel, kombinatoriky, teórie množín, teórie grafov, teórie grúp, teórie pravdepodobnosti, teórie aproximácií i geometrie. Získal cenu Americkej matematickej spoločnosti (1951) aj Wolfovu cenu (1983). Vždy videl

dostatok nevyriešených problémov, netúžil po vytvorení elegantných teórií: *Vyriešenie niektorých otvorených problémov, môže mať pre ďalší rozvoj rozhodne*

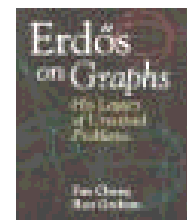
aspoň taký význam ako vypracovanie novej teórie. Zasypal svet matematiky novými úlohami

i pôsobivými riešeniami. Stal sa učiteľom matematickej spolupráce. ***Je tak veľa problémov a tak málo času.*** Aj po jeho smrti budú vychádzať články s jeho menom ako spoluautorom.

Jeho životný štýl bol neštandardný. Žil ako matematický mních, nomád. Prakticky bez domova, bez majetku, ktorý by užíval, bez rodiny. Vlastníctvo chápal ako príťaž. Schádzaval sa s matematikmi po celom svete, dopisoval si s nimi, diskutoval. Snažil sa nerobiť kompromisy vo vzťahu k sebe, ani vo vzťahu k iným. Získal nezávislosť svetoobčana. ***Som natoľko nezávislý, že sa nemusím nikomu zodpovedať za to, čo kedy urobím.***



Tak prosím, moja hlava je vám k dispozícii. S kusom papiera a perom ponúkal spoznanie princípov i podstaty matematického sveta. ***Viem, že čísla sú krásne. A ak krásne nie sú, tak nie je krásne nič.*** Skúmal tajomné vlastnosti prvočísel, vypisoval ceny za vyriešenie predložených problémov. Ukazoval svoj spôsob vnímania matematických súvislostí, povzbudzoval pre ich odhalenie. Najviac pekných problémov objavil v kombinatorike a teórii grafov. Hovorieval: ***Každý nevyriešený matematický problém starší než sto rokov je pravdepodobne problémom teórie čísel.***



Rozhodne vzťah k večnosti



Ani používanie elektronických počítačov v súčasnej dobe neuberá na užitočnosti efektívnej matematickej myšlienky. Systematická analýza využitím výpočtovej techniky bude vždy veľmi užitočným metodickým postupom. ***Očakávam veľmi výrazný vplyv počítačov a ich výskumu na matematiku... Počítačom vd'ací matematika za mnohé svoje naozaj užitočné aplikácie... Počítače výrazne pomáhajú matematike začleniť sa do širšie chápaného kultúrneho povedomia***

ľudí. Erdős vycítil, že spoločenská prestíž matematiky vedie aj cez uplatnenie výsledkov matematických výskumov v iných oblastiach prostredníctvom počítačov.



Všetko je trocha zložitejšie... niektoré veci nemôže namiesto času rozhodnúť nik... nič nám neostáva, iba byť trpezlivými. Paul Erdős, posadnutý vznešenou túžbou po matematickej pravde, zanechal aj pre budúce generácie úsudky svojho rozumu, ktoré vedú k hlbšej podstate idealizovaných javov a bezčasových skutočností.

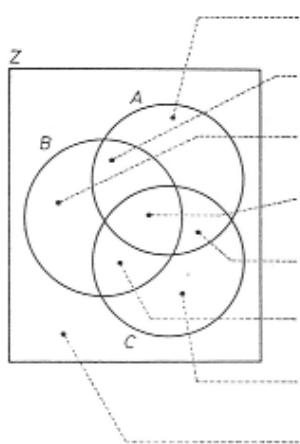


John VENN – učiteľ logiky a morálky

Užitočná pomôcka

Ak budete potrebovať vyriešiť úlohu: *Kolko čísiel medzi prirodzenými číslami od 1 do 500 nie je deliteľných ani tromi ani piatimi ani siedmimi?*, ukáže sa, že môžete použiť množinovú schému – **Vennov diagram**.

Na obrázku je Vennov diagram, v ktorom je schematicky zachytená táto situácia: je daná základná množina Z , ktorej prvky majú nejaké vlastnosti **A**, **B**, **C**. **A** je množina všetkých vecí, ktoré majú vlastnosť **A**, **B** je množina všetkých vecí s vlastnosťou **B** a **C** je množina všetkých vecí, ktoré majú vlastnosť **C**.



tieto veci majú vlastnosť **A**, ale nemajú žiadnu z vlastností **B**, **C**

tieto veci majú vlastnosti **A** a **B**, ale nemajú vlastnosť **C**

tieto veci majú vlastnosť **B**, ale nemajú žiadnu z vlastností **A**, **C**

tieto veci majú všetky tri vlastnosti **A**, **B**, **C**

tieto veci majú vlastnosti **A** a **C**, ale nemajú vlastnosť **B**

tieto veci majú vlastnosti **B** a **C**, ale nemajú vlastnosť **A**

tieto veci majú vlastnosť **C**, ale nemajú žiadnu z vlastností **A**, **B**

tieto veci nemajú žiadnu z vlastností **A**, **B**, **C**

Diagram umožňuje znázornenie vzájomného vzťahu troch množín. Vhodným doplnením príslušných počtov čísel vzhľadom k deliteľnosti tromi, piatimi alebo siedmimi, by sme získali možnosť pre vyriešenie našej úlohy. Vhodná grafická predstava a príslušná množinová úvaha pomáhajú riešiť podobné úlohy.

Algebraici logiky

V rokoch 1847–1854 sa *G. Boole* pokúsil algebraizovať logiku, ale celý rad problémov (napr. riešenie logických rovníc v algebre logiky) ešte čakalo na nasledovníkov. *E. Schröder* (1841–1902) podal (1877) všeobecnú algebraickú metódu riešenia takýchto rovníc a tým vlastne vytvoril vo svojich prácach Booleovu algebru v dnešnej podobe. Do postupnosti skúmateľov tejto problematiky sa zapojil aj anglický logik a matematik John Venn (4.8.1834 Drypool, východné Anglicko – 4.4.1923, Cambridge).



Aj zberateľ a konštruktér

Vyštudoval na univerzite v Cambridgi (1853–1857), stal sa duchovným anglikánskej evanjelickej cirkvi. Od roku 1862 prednášal na cambridgskej univerzite morálku, ale zároveň študoval i vyučoval aj logiku. Napísal pozoruhodnú prácu *Logika náhody* (1866). Matematickú logiku rozpracoval v diele *Symbolic Logic* (1881) a *The Princi-*

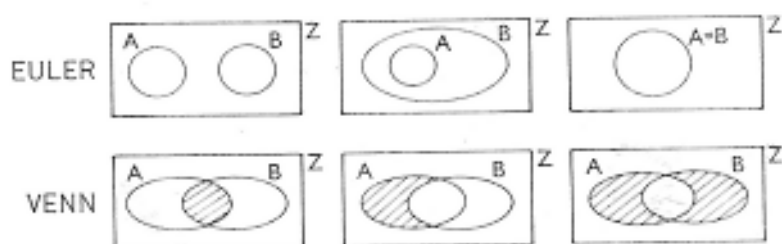
ples of Empirical Logic (1889). Tak sa stal propagátorom symbolickej logiky. Zhromaždil viac než 1200 kníh o logike.

John Venn bol aj nadšený turista, horolezec, botanik a znalec mnohých jazykov. Napísal dejiny svojej vysokej školy (1897), stal sa členom Kráľovskej spoločnosti (1883). Mal aj zriedkavú zručnosť pri zostavovaní automatických strojov.

Grafické diagramy

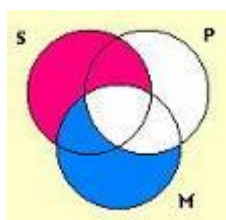
John Venn hľadal grafickú metódu pre riešenie logických a množinových úloh, aby využil geometrický názorný spôsob na vyjadrenie uvažovanej situácie.

... je nevyhnutné nakresliť postupnosť uzavretých kriviek ľubovoľného tvaru tak, aby každá z nich prešla všetky predchádzajúce a tak zdvojnásobila počet častí roviny. Vhodné usporiadanie polohy n uzavretých čiar v rovine, rozdeľujúce rovinu na 2^n častí, sa stalo množinovým diagramom. Pre $n = 1, 2, 3, 4$ sa rozdelenie na 2^n častí dá urobiť hranicami konvexných útvarov v rovine (skúste si to nakresliť pre $n = 4$). Dnes používané tvary Vennových diagramov sa stali symbolom pomôcky pre množinové a logické úlohy a ich riešenie.



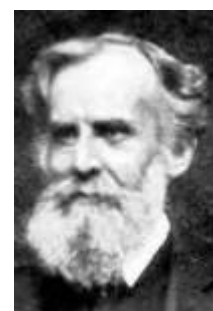
Eulerove kruhy (1761) už svojou polohou vyjadrujú vzťahy medzi množinami. *Vennove diagramy* (tu sú stále vzájomné polohy znázornených množín) vyjadrujú vzťahy naznačených množín pomocou vpisovaných dohodnutých znakov do určitých častí diagramu.

Do dnešných dní



Množinové diagramy sa už používajú v školách úplne samozrejme. Spomienka na prínos diela, ktoré vytvoril **J. Venn** zostane v základoch našich predstáv pri využití jeho množinových diagramov.

John Venn rozpracoval a objasnil aj zmysel



Booleovej algebry, zaviedol grafické znázornenie formúl matematickej logiky, ktoré neskôr získali uplatnenie aj napr. v teórii automatov. Vieme, že podstatne prispel k prehĺbeniu symbolickej logiky a uplatneniu pravdepodobnostnej logiky.

Ernst ZERMELO – ponúkol axiómu výberu

Usporiadanosť

Viete si predstaviť, čo znamená usporiadať žiakov vašej triedy podľa veľkosti alebo podľa abecedy. Trochu starostí budete mať, ak niekoľkí žiaci sú úplne rovnako vysokí, alebo ak by mali úplne rovnaké priezviská a mená. Tí by boli v danom vzťahu neporovnateľní. Ak by v triede neboli takíto neporovnateľní, môžeme hovoriť



o úplnom usporiadaní. Trochu to zovšeobecníme: Ak je usporiadaná množina taká, že každá jej podmnožina má najmenší prvok, hovoríme, že množina je dobre usporiadaná. Napríklad množina všetkých kladných celých čísel je podľa veľkosti dobre usporiadaná. Možno každú množinu dobre usporiadať? Nemecký matematik Ernst Zermelo (1871–1953) dokázal, že každú množinu možno dobre usporiadať.

Zo života

Ernst Friedrich Ferdinand Zermelo sa narodil 27. júla 1871 v Berlíne. Pochádzal z rodiny univerzitného profesora s akademickým zázemím. Po absolvovaní strednej školy (1899) navštevoval tri univerzity (Berlín, Halle, Freiburg) a špecializoval sa na matematiku, fyziku i filozofiu. Na štúdiách sa spoznal s Frobeniom, Fuchsom, Schwarzom i Husserlom. Univerzitné štúdiá ukončil



doktorátom v Berlíne (1894) a ďalšie tri roky pracoval a študoval u Plancka v Inštitúte teoretickej fyziky. Habilitáciu dokončil v Göttingene (1899). Tam pôsobil až do roku 1910, od roku 1906 bol univerzitným profesorom matematiky. Na univerzite v Zürichu prednášal v rokoch 1910–1916, desať rokov žil v bavorskom Čiernom lese, potom (od 1926 do 1935) pôsobil na univerzite vo Freiburgu. Tam 21. mája 1953 zomrel.

Spojenie s osudom teórie množín

Po roku 1900 keď Hilbert podnietil výskum hypotézy kontinua aj Zermelo začal pracovať na problematike teórie množín. V roku 1904 uviedol na matematickú scénu axiómu výberu. Tá hovorí asi toľko, že zo všetkých (aj nekonečných) množín nejakého (aj nekonečného) systému množín možno vybrať naraz (aj bez predchádzajúceho udania pravidla tohto výberu) po jednom prvku.

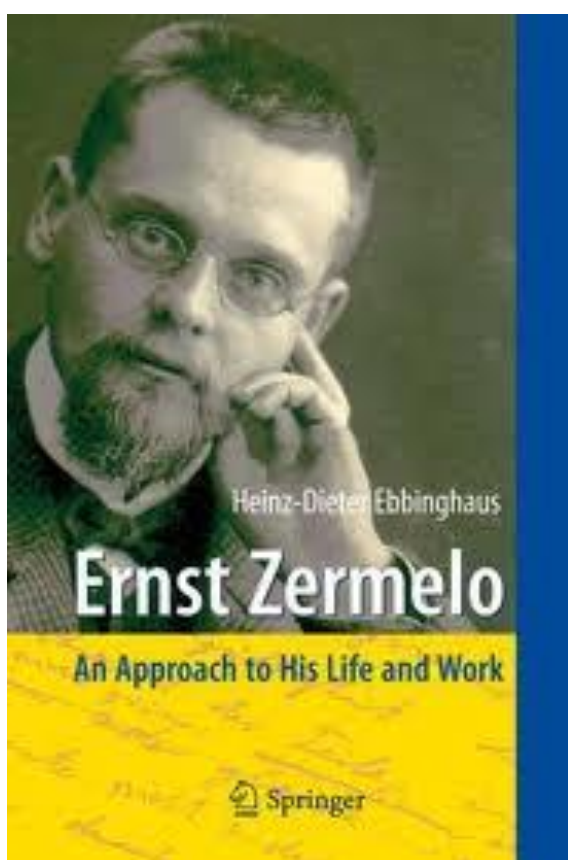


(Axióma je matematické tvrdenie, ktoré prijímame bez dôkazu.) Na jej základe ukázal, že každú množinu možno dobre usporiadať (toto tvrdenie je s axiómou výberu dokonca ekvivalentné). Axióma výberu vyvolala rozporuplné diskusie a stala sa zdrojom zaujímavých matematických otázok teórie množín až dodnes. Zermelove predstavy axiomatizácie teórie množín rozvinul (okolo roku 1922) A. Fraenkel (1891–1965). V súčasnej matematike sú známe ako Zermelov – Fraenkelov

axiomatický systém teórie množín. Zermelo sa zaoberal aj variačným počtom, teóriou hier s úplnou informáciou a uplatnením teórie pravdepodobnosti v štatistickej fyzike.

Pozrite sa do literatúry

Ak postupne zvládnete nielen školské základy teórie množín, ale aj jej najdôležitejšie myšlienky a výsledky, spoznáte, že táto matematická disciplína je vedou opisujúcou nekonečno. Dobre pochopené poznatky teórie množín vám umožnia „dotknúť sa nekonečna“. Pre hlbšie štúdium tejto problematiky sa pozrite do knížiek **BUKOVSKÝ, L.: *Množiny a všeličo okolo nich*** (Bratislava, Alfa 1985) alebo **VILENKIN, N. I.: *Rozhovory o množinách*** (Bratislava, SPN 1972). V nich spoznáte neznámy svet nekonečných množín.



Blaise PASCAL – ľudské a matematické nekonečno

Trvalo v v základoch matematiky a fyziky

Meno Pascal si určite pamätáte nielen podľa pomenovania jednotky tlaku v sústave SI, ale aj podľa Pascalovho zákona: *Tlak v kvapalinách sa šíri vo všetkých smeroch rovnako*. Vo svojich fyzikálnych prácach vyjadril Francúz Blaise Pascal

(19. 6. 1623 – 19. 8. 1662) závislosť hydrostatického tlaku, opísal hydrostatický paradox, zákon spojených nádob a princíp hydraulického lisu. Dokázal, že tlak vzduchu závisí od nadmorskej výšky, teploty a vlhkosti vzduchu. Na poli matematiky odhalil v teórii čísel pravidlá deliteľnosti, skúmal kužeľosečky a opísal vlastnosti cykloidy, poznal usporiadanie kombinačných čísel a ich využitie pre rozklad mocnín dvojčlena. Zapísal sa medzi zakladateľov teórie pravdepodobnosti i predchodcov diferenciálneho počtu aj integrálneho počtu. Skonstruoval sčítací stroj, predchodcu mechanických kalkulačiek. Pochopil význam axiomatickej metódy pre matematiku: *Všetko sa musí dokázať a pri dôkaze nemožno použiť nič iné okrem axióm a pred tým dokázaných viet... Nikdy nemožno zneužiť to, že sa rôzne veci často označujú rovnakým termínom; preto určený termín musí byť v mysli zamenený za definíciu*. Ukázal vznešenosť matematického spôsobu myslenia. Priblížil človeka k pochopeniu nekonečna. Vedel, že matematikou sa nedokáže všetko, ale čo sa dokáže, to je jednoznačné.



Rozum i srdce



Blaise Pascal, matematik, fyzik, filozof, spisovateľ, plný duševných i fyzických bolestí, odhalil: *Pravdu spoznáваме nielen rozumom ale tiež srdcom. Srdce má svoje dôvody, ktoré rozum nepozná*. Uznal, že príroda zjavne manifestuje Boha, ale zároveň ho aj skrýva. Silu rozumu doplnil silou srdca, v ktorom ten kto verí, nič nemôže stratiť a všetko môže získať. Uvidel paradoxy človeka v jeho biede i veľkosti, medzi absolútnou hodnotou i zbytočnou ničotou, v spojení rozumu s vierou, v milosti i zatratení. *Len tam, kde cítime, máme istotu; tam, kde odvodzujeme, sme plní neistoty*.

Pascal chápal človeka súčasne s jeho myslením: *Myšlienka je čosi obdivuhodné a neporovnateľné vo svojej podstate... Myšlienka tvorí veľkosť človeka... Človek je zjavne stvorený pre to, aby myslel... Celá naša dôstojnosť spočíva v myslení. V ňom sa musíme vzopnúť, nielen v priestore a čase, ktoré nedokážeme naplniť. Usilujme sa teda, aby sme mysleli správne. V tom je princíp mravnosti*. Hľadal pre človeka miesto v strede medzi všetkým a ničím, medzi rozumom a srdcom, medzi anjelom a zvieratom, medzi vševedúcnosťou a nevedomosťou. Uznával, že človek neustále zápasiaci s rozporom v sebe i mimo seba je úbohý i vznešený zároveň. Nikto nezbaví človeka zápasu o vytrvalé prekonávanie seba samého. Človek stojaci tvárou v tvár svetu a večnosti potrebuje vieru, odhaľujúcu záhady človeka a jeho postavenia vo

vesmíre hmoty i ducha. *V každom človeku je priepasť, ktorú môže vyplniť iba Boh.*

Sila myšlienky

Vedel sa zmocniť ľudských problémov. Je obdivuhodný v množstve i rôznorodosti postrehu o človeku a jeho osobnosti. Jeho *Penseés – Myšlienky* (pracoval na nich od roku 1660, vyšli až po jeho smrti v roku 1670) sú nedokončeným súborom osobných poznámok, v ktorých Pascal preniknutý láskou k človeku „bičuje“ ľudské slabosti (napr. ješitnosť, pýchu, domýšľavosť, ničotnosť, ctižiadosť, márnivosť). *Myšlienky* vynikajú silou predstavivosti, expresivitou, dramatickosťou. Sú pozoruhodným filozofickým, ale aj dôstojným literárnym dielom francúzskej literatúry.



Uvedme niektoré z „nesmrteľných myšlienok“:



- *Pravda poskytuje istotu, ale už aj samotné jej hľadanie poskytuje klud.*
- *Rozumný človek nemiluje preto, že je to pre neho výhodné, ale preto, že nachádza šťastie v samotnej láske.*
- *Kto nám vytýka nedostatky, zaslúži si našu vďaku. Naše nedostatky síce týmto spôsobom nezmniznú, pretože ich máme ešte veľmi mnoho, ale ak sú nám známe, začínajú nás znepokojevať a my sa snažíme zbaviť sa ich.*
- *Čím je človek rozumnejší a lepší, tým viac dobra zbadá v ľuďoch.*
- *Pravé blaho človeka musí byť také aby ho mohli vlastníť všetci ľudia súčasne, bez rozdielu a závidi a aby oň nikto proti svojej vôli nemohol prísť.*
- *Svoju dôstojnosť nesmiem hľadať v priestore, ale v sústavnosti vlastného myslenia. Nezískam žiadnu výhodu, ak budem vlastníkom zeme. Priestorom ma vesmír obsiahne a pohltí ako bod, myšlienkou ho obsiahnem ja.*
- *Pre vznešených je potešením, ak môžu robiť ľudí šťastnými.*
- *Spravidla nás presvedčujú viac tie dôvody ktoré sami objavíme, než tie, na ktoré prišli iní.*
- *Náhoda pomáha tým, ktorí sú na ňu pripravení.*
- *Nemožno popierať existenciu všetkého, čo nie je pochopiteľné.*
- *Rozpornosť nie je známkou nesprávnosti, rovnako ako neprítomnosť rozporu nie je známkou pravdy.*
- *V tejto dobe je pravda tak zatemnená a lož tak zavedená, že pravdu môže poznať iba ten, kto ju miluje.*

Intelektuálna viera



Blaise Pascal vytušil dialektickú jednotu medzi teóriou a empiriou, rozumovosťou a zmyslovosťou, dedukciou a indukciou. Viedol dramatické súboje medzi rozumom a vierou, medzi hlasom vedy a dogmou náboženskej autority. Vo filozofických názoroch hľadajúc

matematické a ľudské nekonečno váhal medzi racionalizmom a iracionalizmom, intelektom a intuíciou, medzi človekom a Bohom, ktorý sa mu zjavoval priveľmi, aby ho mohol ignorovať a poprieť, a primálo, aby ho zreteľne uvidel. Veda i náboženstvo kormidľujú človeka k neustálemu hľadaniu pravdy, k odhaleniu skrytého Boha. Pascal chcel spolupracovať s Bohom, aby „vyššou jednotou“ bol vyriešený základný ľudský problém. Videl ohraničenosť ľudského intelektu a predsa veril perspektívam rozumového bádania. Obrátil myslenie svojej doby smerom k štúdiu ľudského vnútra, ku hierarchii etických hodnôt a syntéze lásky.

Až do našich čias

Pre každú rozháranú spoločenskú dobu, takou bola aj tridsaťročná vojna (1618–1648), obdobie kedy B. Pascal žil a tvoril, pre zápas o demokraciu a humanitu v každom čase, zostanú platné jeho slová: *Spravodlivosť a moc musia byť jedno, aby spravodlivosť sa stala mocou a moc spravodlivosťou.*



Pozdrav

Dúfam, že po tomto súbore medailónov budete očakávať aj tie nasledujúce a postupne si tak pripravíte úplný seriál životopisných postrehov o významných matematikoch. Budete tak mať súbor poznámok na celú päťročnicu a potom sa už pravidelne budú opakovať príležitosti pre spomienku a vy môžete používať zozbierané a doplňované informácie na potechu matematického ducha. Možno tak prispějete k vybudovaniu makety mohutnej stavby matematickej kultúry, ktorá podstatne ovplyvňuje náš civilizovaný život.

Rád a často opakujem názor Alberta Einsteina (1879–1955): *Mravné kvality vynikajúcich osobností majú možno väčší význam pre dané pokolenie a celý príbeh dejín, ako čisto intelektuálne úspechy. Tie závisia od veľkosti charakteru v oveľa väčšej miere, než sa to obyčajne predpokladá.*

Dúfam, že aj prečítaním predchádzajúcich životopisných medailónov vznikol aspoň mierny impulz pre zmysluplné nasledovanie dôveryhodných ľudských vzorov.

Úvodná ponuka



Už dlhšiu dobu tušíme, že príležitostnou spomienkou na ľudí spojených s matematickou kultúrou môžeme ako učitelia školskej matematiky prispieť k hlboko ľudskej motivácii našich žiakov pre trvalú výstavbu zušľachtujúcej civilizácie.

Uvádzam pomerne krátke životopisné medailóny o významných matematikoch, ktorí majú v jednotlivých mesiacoch školského roku **2018/2019** okrúhle (deliteľné piatimi) výročie narodenia alebo úmrtia. Určite tieto literárne podobenky nie sú vyčerpávajúcim prehľadom života a diela spomínaných význačných matematikov. Majú za cieľ iba skromne pripomenúť ľudské osobnosti a profesionálne výkony tých, ktorí mali radi matematický spôsob premýšľania. Dozviete sa, že aj na odbornej matematickej činnosti sa zúčastňujú ľudské sklony a temperament, túžby a predstavy, úsilie i zásady.

O B S A H

(životopisné medailóny)

Euler

Hadamard

Frege

Bolzano

Agnesiová

Lie

Laplace

Poincaré

Ulam

Minkowski

Možno budete mať (učitelia alebo aj žiaci) aspoň malú radosť z toho, že sa dôvernejšie zoznámite s tvorcami a šíriteľmi matematickej kultúry, ktorí prispeli k zušľachteniu premýšľania vo svojej dobe a zanechali trvalú stopu pre celú históriu ľudstva.

Leonard EULER – všestranný a praktický matematik

Pamätník

Na náhrobnom kameni je vyryté: **Leonardo Eulero**, Academia Petropolitana (Leonardovi Eulerovi, Petrohradská akadémia). V myšlienkach aj v pojmoch matematických:

Eulerovo číslo, *Eulerova konštanta*, *Eulerove vzorce*, *Eulerov integrál*, *Eulerove uhly*, *Eulerove kruhy*, *Eulerova nerovnosť*, *Eulerova priamka* [Eulerova priamka prechádza priesečníkom ťažníc (ťažiskom), výšok (ortocentrom) a osí strán trojuholníka (stred kružnice opísanej trojuholníku)], *Eulerova kružnica*,

Eulerova veta o konvexných mnohostenoch [Súčet počtu vrcholov a počtu stien každého vypuklého mnohostena sa rovná počtu jeho hrán plus 2 ($v + s = h + 2$)],

Eulerova veta pre homogénne funkcie. Zanechal vhodné symboly: $f(x)$, i , e , π , $\binom{n}{k}$,

$\operatorname{tg} x$, $\operatorname{cotg} x$, $\operatorname{sec} x$, $\operatorname{cosec} x$, \sum , Δx a ďalšie.



Životný osud

V rodine evanjelického teológa Pavla Eulera sa 15. 4. 1707 narodil v Bazileji prvorođený syn **Leonard**. Vzdelaný otec, žiak Jacoba I. Bernoulliho, bol jeho prvým učiteľom. Veril vo vysokú výchovnú hodnotu matematiky a vstepoval ju aj synovi. Vynikajúca pamäť a mimoriadne nadanie pre matematiku sa u Leonarda prejavilo zavčasu. Štúdium na filozofickej prípravke pri univerzite v Bazileji, pod vedením Johanna I. Bernoulliho, podstatne prehĺbilo jeho matematické vedomosti. Priateľstvo so synmi svojho učiteľa, Nicolausom II. a Danielom I., ovplyvnilo aj Leonardove životné osudy. Sedemnášťročný **Euler** vyštudoval, získal titul magistra a podľa otcovho želania mal pokračovať v štúdiu teológie a orientálnych jazykov. Ale jeho záujmy o matematiku boli nezlomné. Dosiahol otcov súhlas, aby sa venoval výhradne štúdiu matematiky a prírodných vied. Na podnet Bernoulliovcov pozvali Leonarda Eulera na Akadémiu do Petrohradu. Začiatok vedeckej práce po príchode do Ruska (1727) nebol jednoduchý. Po krátkom čase sa **Euler** naučil ovládať ruský jazyk, získal profesúru fyziky i matematiky (1731, 1733). V roku 1734 sa oženil a získal vlastný domček.

Po prvom pobyte v Petrohrade (1727–1741) odišiel **Euler** na pozvanie pruského kráľa do Berlína. Tam v rokoch 1741–1766 viedol matematické oddelenie Berlínskej akadémie. Napäté vzťahy s panovníkom prispeli k jeho uvoľneniu z akadémie. Euler odišiel opäť, na pozvanie Kataríny II., do Ruska. Po smrti manželky, s ktorou mali 13 detí, sa v Petrohrade znovu oženil. Ťažkou ranou osudu bol pre neho požiar v jeho dome (1771). Vyhorela mu knižnica, jeho samého vyniesli na rukách z horiaceho domu. Ani táto situácia, ani postupná slepota, na jedno oko prestal vidieť v roku 1736, na druhé nevidel pre šedý zákal (1766) i keď operácia v roku 1771 aspoň

trochu pomohla, nedonútila Eulera prestať vedecky pracovať. Tak miloval svoju prácu, že nepodľahol ranám nešťastného osudu.

Zaujímavým svedectvom je list Johana III. Bernoulliho, ktorý v lete roku 1777 navštívil Eulera. Píše: *Jeho zdravie je dosť dobré, za čo vďačí striedmemu a pravidelnému spôsobu života... Ťažko rozpozna niekoho podľa tváre, nemôže čítať z papiera, ani naň písať. Svoje výpočty píše kriedou na čiernu tabuľu veľmi zreteľne a usporiadane. Potom ich jeho pomocníci zaznamenávajú do veľkej knihy. A z týchto materiálov sa pod jeho vedením zostavujú pojednania.* Práve v tomto roku pripravil



70-ročný Euler pre tlač okolo sto článkov. Za celé obdobie, keď pracoval skoro slepý, pripravil okolo 300 vedeckých prác, t.j. asi 3000 strán textu. Bol to prejav jeho obdivuhodnej predstavivosti a výbornej pamäti. Euler pracoval do poslednej chvíľky svojho života. V rodinnom kruhu, keď sa chcel hrať s vnukom, bol náhle ranený mŕtvicou; vypadla mu z rúk fajka a ticho poznamenal – umieram. Zanedlho, **18. septembra 1783** zomrel. Žil 76 rokov, 5 mesiacov a 3 dni. Pochovaný bol v Petrohrade na Smolenskom cintoríne. V roku 1956 preniesli jeho pozostatky do Lavry Alexandra Nevského v Leningrade a postavili mu tam náhrobok v blízkosti mohyly M. V. Lomonosova.

Výsledky práce v matematike a fyzike

Skoro 60 rokov tvorivej vedeckej činnosti švajčiarskeho matematika a fyzika Leonarda Eulera prinieslo svetu, za jeho života, asi 530 odborných prác a asi 40 kníh. Úplný počet pojednaní, vychádzali postupne tlačou ešte dlho po jeho smrti, je určený číslom 886. Vyriešil 15 problémov vypísaných Akadémiou vied, rozposlal niekoľko tisíc listov, aj s odbornou tematikou, po celej Európe. Prvú odbornú prácu napísal 18-ročný a vyšla v Lipsku (1726). Vtedy poslal prvý raz prácu o najvhodnejšom rozmiestnení a dĺžke sťažňov na plachtenci do súťaže parížskej Akadémie. Cenu nezískal, ale v rokoch 1738 – 1772 zvíťazil v podobných súťažiach 12 – krát.

Vymenujme aspoň niekoľko základných prác Leonarda Eulera: *Metóda objavovania kriviek, ktoré majú maximálne či minimálne vlastnosti* (1774), *Úvod do analýzy nekonečných veličín* (1748), *Základy diferenciálneho počtu* (1755), *Základy integrálneho počtu* (1768–70), *Úvahy o priestore a čase* (1750), *Teória pohybu tuhých telies* (1765), *Dioptrika* (1769), *Teória pohybu Mesiaca* (1772), *Úplné uvedenie do algebry* (1770). Zaujímavým populárnovedeckým spisom boli *Dopisy nemeckej princeznej* (1768–1772), v ktorých vykladal rôzne otázky z fyziky, filozofie, etiky, teórie hudby a logiky.

Eulerov prínos do matematiky i fyziky je rozsiahly a mnohostranný. Jeho dielo ovplyvnilo celé generácie a je aktuálne i dnes. Systematicky sa venoval teórii čísiel,

študoval rozdelenie prvočísiel, dokázal tzv. malú Fermatovu vetu. Podal riešenie rôznych typov neurčitých rovníc, odhalil ďalšie súvislosti medzi exponenciálnymi a goniometrickými funkciami, zaoberal sa diferenciálnymi rovnicami. Prispel k vybudovaniu variačného počtu i k základom teórie funkcií komplexnej premennej. Mnohé matematické disciplíny získali svoju terajšiu učebnicovú interpretáciu v podobe, akú im dal Euler. *„Euler patrí k tým géniom, ktorých dielo sa stalo majetkom celého ľudstva. Dodnes žiaci vo všetkých krajinách študujú trigonometriu a logaritmy v podobe, akú im dal Euler. Študenti preberajú základy vyššej matematiky podľa príručiek, pre ktoré boli vzorom klasické práce Eulera“* (M. Lavrentiev).



Učebnice rôznych vedeckých oblastí

Eulerove učebnice získali ohromnú autoritu a prispeli k ustáleniu matematickej symboliky. Napísal však aj práce o nebeskej mechanike, dynamike pevných telies, hydraulike, stavbe a riadení lodí, geometrickej optike. Stal sa zakladateľom analytickej mechaniky. Riešil problémy geometrie i algebry, balistiky, astronómie, geodézie i teórie hudby. Celý rad Eulerových matematických výsledkov vyplynul z riešenia fyzikálnych problémov. Celé jeho dielo je hlbokým organickým prepojením matematického myslenia s problematikou prírodovedy a techniky.

Euler neraz zdôrazňoval: *Musíme skôr dôverovať algebraickému výpočtu než nášmu úsudku.* Často staval problémy a úlohy tak, že si žiadali rozvinutie nových metód. Sám mal výborne vycibrenú intuíciu, ktorá často predbiehala dôkazy. Niektoré jeho úsudky, napr. o nekonečných radoch alebo zdôvodnenia v diferenciálnom počte nie sú pre dnešnú matematiku prijateľné. Aj tak urobil Euler z matematickej analýzy najvýznamnejší nástroj ľudského ducha a rozumu. Ukázal jej časté a rôznorodé použitie.



Mohutnosť intelektu i charakteru

Bol neobyčajne usilovný, húževnatý a vytrvalý. Získal široké vzdelanie v jazykoch, literatúre i hudbe. Mal nevyčerpatel'né podnety pre vedeckú prácu. Vedel oceniť zásluhy iných, ale aj neprajníkov a odporcov.

Na svoje výsledky bol primerane hrdý. V osobnom živote bol skromný, nenáročný, málovravný. V rodinnom kruhu, so žiakmi a priateľmi, bol družný. Nedal sa strhnúť do víru zábav. Vždy bol priamy a spravodlivý, slobodomysel'ný, dobroprajný a plný kresťanskej viery. Dokázal prekonávať duševné ťažkosti i fyzické utrpenie.

Tvorivý duch, hlboká a premyslená vedecká koncepcia, mimoriadna pracovitost' zostanú príkladnou charakteristikou Leonarda Eulera. Pestoval matematiku s presvedčením, že zákonitosti prírody môžeme pochopiť cez matematický spôsob myslenia. *„Štúdium Eulerovho diela zostane najlepšou školou pre najrôznejšie oblasti matematiky a nemôže ho nič nahradiť“* (Gauss). Euler obohatil prakticky každú oblasť matematiky a jej aplikácií. Jeho zobrať spisy majú viac než 70 zväzkov. Známy francúzsky matematik a fyzik Laplace nám ponúkal: *„Čítajte Eulera! Je učiteľom nás všetkých.“*

Jacques S. HADAMARD – očarený použitím matematiky

Matematický úspech



Prvočísla sú nielen pomerne jednoduché, ale aj veľmi zaujímavé čísla. Sú to tie prirodzené čísla väčšie než 1, ktoré majú za deliteľa (bezo zvyšku) len číslo 1 a samé seba. To, že počet prvočísiel v množine všetkých prirodzených čísiel nie je ohraničený, sa vie už veľmi dlho (Euklidove *Základy*, okolo roku 300 pred n. l.).

Ale ako sú medzi prirodzenými číslami usporiadané, to sa veru stále nevie. Nepoznáme matematický vzťah, ktorý by generoval postupne všetky prvočísla. V roku 1896 použitím komplexnej analýzy dokázali (nezávisle na sebe) zaujímavé matematické tvrdenie o prvočíslach dvaja matematici: Francúz Jacques Hadamard (1865–1963) a Belgičan Charles de la Vallée

Poussin (1866–1962). Odvtedy sa vie, že počet prvočísiel, ktoré nie sú väčšie než

dané prirodzené číslo n , sa pre veľké n približuje k hodnote výrazu $\frac{n}{\ln n}$ ($\ln n$

znamená prirodzený logaritmus čísla n). Elementárny dôkaz tohto asymptotického

zákona o rozložení prvočísiel vykonali (1949) P. Erdős (1913–1996) a A. Selberg

(1917–2007). Pamätajte si, že pre veľké prirodzené čísla n sa hustota prvočísiel (podiel počtu všetkých prvočísiel nie väčších než n k počtu všetkých prirodzených

čísiel n) sa blíži k hodnote $\frac{1}{\ln n}$. Pre n blížiacie sa k nekonečnu sa hustota prvočísiel

blíži k nule. Hovoríme, že množina prvočísiel vzhľadom k množine prirodzených čísiel je *riedka*.

Cesta životom



Jeho matka bola učiteľkou hry na piano, otec bol učiteľom dejepisu a zemepisu. Jacques Salomon Hadamard (* 8. 12. 1865 Versailles – † 17. 10. 1963 Paríž) bol v škole úspešným žiakom, vynikal v gréčtine a latinčine. Až po stretnutí s dobrým učiteľom matematiky sa začal zaujímať aj o matematické disciplíny. Rozhodol sa pre štúdium na École Normale Supérieure v Paríži (promoval roku 1888). Za prácu o Taylorových radoch ústiacu do teórie analytických funkcií získal (1892) doktorát a za úspešný odborný článok o maticiach a determinantoch dostal i cenu za matematické vedy. V tomto roku sa aj oženil. V roku 1893 získal miesto na

univerzite v Bordeaux. Tam pôsobil štyri roky, narodili sa mu dvaja synovia a napísal asi 29 odborných článkov. V roku 1897 sa presťahoval do Paríža, pôsobil na Sorbonne i College de France. Navštívil veľa štátov (napr. aj Španielsko, Taliansko, Brazíliu, Argentínu, Egypt), bol aj v Československu. Počas prvej svetovej vojny padli jeho dvaja starší synovia, roku 1944 mu zomrel tretí syn a v roku 1962 v horách

zahynul jeho vnuk. Za svojich nedožitých 98 rokov sa dožil mnohých prekvapení osobných i vedeckých.

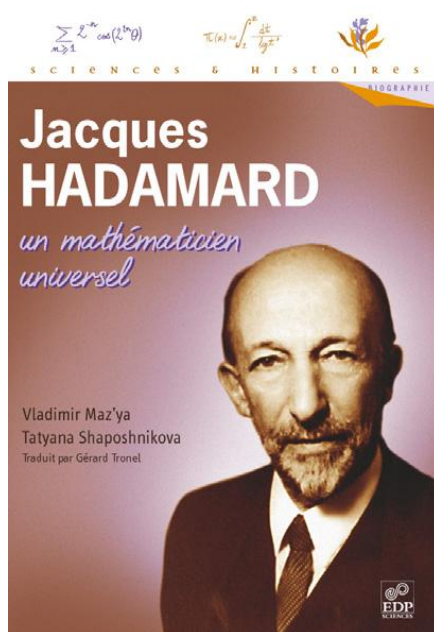
Zasiahnutý politikou

V prípade Dreyfusovej aféry (1894) sa snažil o nápravu nespravodlivosti a očistenie jeho mena (Alfred Dreyfus bol príbuzný jeho manželky). Objavoval a skúmal zabudnuté i nové fakty tohto prípadu, prispel k jeho vyriešeniu (1906). Medzi dvomi svetovými vojnami sa v politike orientoval ľavicovo. Po porážke Francúzska (1940) odcestoval s rodinou do USA. Po skončení 2. svetovej vojny sa cez Anglicko vrátil do Paríža a aktivizoval sa v mierovom hnutí.



Odborné práce

Napísal asi 300 odborných článkov a kníh, nielen z matematiky, ale aj o matematike a všeobecnom vzdelávaní. *Matematická tvorivosť a matematický rozum nemôže byť v nepomere so všeobecnou tvorivosťou a rozumom vôbec.* Zaoberal sa aplikáciou parciálnych diferenciálnych rovníc pre matematickú fyziku. Zaviedol skúmanie okrajových podmienok. Bol prezidentom Francúzskej matematickej spoločnosti (1906). Publikoval (1910) prácu *Lecons sur le calcul des variations*, ktorou položil základy funkcionálnej analýzy. Stal sa členom francúzskej Akadémie vied (1912). Pomerne veľký ohlas mala jeho publikácia o psychológii matematických objavov (1945). *Medzi úsilím študenta, ktorý hľadá riešenie geometrickej úlohy a úsilím génia... je rozdiel iba v miere.* Napísal (1897) aj učebnicu elementárnej geometrie. Hadamard bol čestným predsedom na medzinárodnom matematickom kongrese v Cambridgi (1950). Mal veľký intelektuálny vplyv nielen na významných matematikoch, ale aj na mnohých študentoch.



Gottlob FREGE – nedocenený tvorca rozbúraných základov

Pojem čísla

Čo vlastne znamenajú čísla? Matematici dokážu iba opísať, ako získame predstavu čísla. Počet nie je niečo, čo môžeme pripísať jednotlivým predmetom. Číselné údaje nie sú výpovede o vlastnostiach, ale o pojmoch. Tým istým predmetom môžeme priradovať rozličné čísla podľa toho, pod aký pojem tieto predmety zahrnieme. Pojmy majú aj tú vlastnosť, že im prislúcha číslo, pričom toto číslo nie je vlastnosťou pojmov. Zdá sa, že tu ide o logiku. Počet možno vnímať a zdefinovať ako rozsah pojmu. Tu sa však už spája aritmetika s logikou, aritmetické vety by boli odvodeným logickým zákonom. *Aplikácia aritmetiky na vysvetľovanie prírody by bola logickým spracovaním pozorovateľných faktov; počítanie by bolo odvodzovaním.* Formalizáciou aritmetiky na základe rozšíreného predikátového kalkulu, vykročil za základmi matematiky nemecký matematik, logik a filozof **Gottlob Frege (8. 11. 1848 – 26. 7. 1925).**



O živote a diele

Vyštudoval v Jene, Göttingene, celú svoju akademickú kariéru pôsobil v Jene (r.1873 obhájil matematickú dizertáciu a získal titul doktora filozofie, r.1879 mimoriadny profesor na matematickom ústave univerzity). Nedosiahol významné vedecké uznanie počas svojho života, jeho priekopnícku prácu ocenil až B. Russell aj tým, že poukázal na možné protirečenia v jeho návrhoch. Frege sa zaoberal otázkou vzťahu jazyka a skutočnosti, súvislosťami medzi matematikou, logikou, teóriou poznania i psychológiou. Prvé publikované dielo bolo *Pojmové písmo* -



formalizovaný jazyk čistého myslenia, zostavený podľa jazyka aritmetiky (1879), s cieľom nájsť prostriedky na prehľadný symbolický postup matematických dôkazov. Vydal aj práce *Základy aritmetiky* – logicko-matematické skúmanie pojmu čísla (1884), *Funkcia a pojem* (1891) i *O pojme a predmete* (1892). Fundamentálnym logickým dielom sa stali dvojzväzkové *Základné zákony aritmetiky, odvodené pojmovým písmom* (1893, 1903).

Symbolickou formou sa pokúsil odvodiť podstatné zákony aritmetiky aj s odpoveďami na základné filozofické i metodologické otázky s tým spojené. Jeho logický znakový systém redukoval aritmetiku na logiku, pojem počtu odvodil z logických pojmov. *Nesmieme zamieňať pravdivosť nejakej vety s tým, že ju myslíme.* V rokoch 1918 a 1923 publikoval trojdielne *Logické skúmania*, ale tu už súčasní odborníci nenachádzajú myšlienkový posun. To, čo sa uznáva je, že **Gottlob Frege** prispel od krízy matematiky k novej logike.

Formalizácia logiky

Dnes známu klasickú logiku začal pripravovať **G. Frege**. Ukázal jasný rozdiel medzi premennými a logickými konštantami, formulami a pravidlami odvodzovania.

Zaviedol názov kvantifikátory (pre slová všetci, každý, niektorý, existuje aspoň jeden). Zdôraznil, že musíme rozlišovať medzi vlastnosťami vecí a vlastnosťami pojmov s tým, aby boli zaradované na rozličné stupne. Zmiešavanie úrovní vedie k protirečeniam jazyka. Rozlíšením funkcie a jej priebehu upresnil chápanie pojmu funkcia. Vytvoril aj prvý axiomatický systém klasickej logiky. Vybudoval výrokový kalkul ako formalizovanú deduktívnu teóriu. Svojimi úvahami o zmysle a význame sa zaslúžil o neskorší rozvoj logickej sémantiky. Jazyk umožňuje hovoriť o abstraktných predmetoch, teda abstrahovanie možno chápať ako čisté jazykové operácie. Frege pripravil základy modernej teórie abstrakcie.

Gottlob Frege ovplyvnil rozvoj analytickej filozofie, získal aj spriaznených nasledovateľov (Russell, Wittgenstein). Alfred Tarski (1902–1983), uznávaný svetoznámy logik, zakladateľ formálnej sémantiky, zhrnul:

"Nemecký logik G. Frege je bezpochyby najväčší logik 19. storočia."



Bernard BOLZANO – výnimočná osobnosť i zodpovedný učiteľ

Úvod

Zdá sa mi, že aj v našich postmoderných časoch treba pripomenúť život a dielo významného mysliteľa, filozofa i matematika, spoločenského reformátora a učiteľa náboženskej výchovy, ktorý bol vo svojej dobe starostlivým a citlivým vychovávateľom, prísny a spravodlivým examinátorom, pozoruhodným a úspešným učiteľom s neobyčajnou popularitou i morálnou autoritou. Jeho nedeľné príhovory k študentom boli zamerané nielen na otázky náboženské, ale aj etické, výchovné a sociálne. Preberal problematiku pokroku a osvety, mravný zákon, lásku k vlasti i rovnosť ľudí. Veľmi dobre spoznal, že *viera nás nezbaňuje povinnosti používať vlastný rozum a naopak*. Uznával, že zodpovedný človek je povinný získať zdôvodnené presvedčenie aj o svojej viere. Poslednú prednášku k študentom zakončil známou výzvou Pavla z Tarzu (asi 8–68): *Skúmajte všetko a dobré si podržte* (1Sol 5, 21).



Svedomitý profesor

Už úvodná prednáška presvedčila poslucháčov pražskej univerzity, že mladý, vychudnutý, chorľavý profesor je rozhodnutý odovzdávať filozofické i matematické poznatky s plným nasadením svojich síl a schopností, s láskou i pochopením pre študentské starosti svojich žiakov. Namiesto dohodnutej rebélie sa po jeho prvej prednáške ozval potlesk. Počas celého učiteľského svojho pôsobenia (1806–1819) sa Bernard Bolzano nevyhýbal žiadnym študentským a spoločenským otázkam (poslucháčov bolo postupne okolo päťtisíc). Zdôrazňoval úlohu celoživotného štúdia, lebo vzdelanie považoval za nástroj formovania ľudského rozumu: *Bez toho, že by sme preceňovali hodnotu, ktorú poznanie má, musíme všetci uznať, že nevedomosť a omyl pôsobí celému ľudstvu nesmierne zlo... každý človek, pokiaľ je živý, má pokračovať vo svojom vzdelávaní*. Bolzano neskrýval odhodlanie pre zmenu spoločenských pomerov ani odvahu priekopníka nielen zdôvodnených náboženských predstáv, ale aj príslušných cirkevných premien.



Životný osud

V Čechách prežil celý svoj život. Narodil sa v Prahe 5. októbra 1781 ako štvrté dieťa z dvanástich. Matka bola pražská Nemka, starostlivá a zbožná. Otec pochádzal z Talianska, venoval sa obchodu so starožitnosťami a umeleckými predmetmi. Nadaný Bernard navštevoval nemeckú základnú školu a piaristické gymnázium, súkromne študoval taliančinu, francúzštinu a gréčtinu. Pri štúdiu filozofie (1796–1799) na pražskej univerzite spoznal nový svet. Objavil netradičné súvislosti medzi matematikou, logikou a filozofiou. Všetky školské predmety študoval veľmi

svedomito. Filozofickú fakultu absolvoval s vyznamenaním a rozhodol sa ešte pre štúdium teológie (1800–1804). Absolvoval prísne skúšky z matematiky a fyziky, získal doktorát filozofie, stal sa kňazom (1805). Roku 1806 bol menovaný za univerzitného učiteľa náboženstva, napriek tomu, že mal povest' talentovaného matematika (F.J. Gerstner ho považoval za jedného z najlepších matematikov akých poznal) a uchádzal sa o profesúru v tomto odbore. **Bolzano** aj na poste univerzitného katechéta učil študentov kriticky a nezaujato myslieť. *Omnoho viac ako o šírenie užitočných právd sa musíme usilovať o to, aby sa cvičením u ľudí rozvinula schopnosť úsudku... musíme ich naučiť samostatne rozpoznávať nesprávne úsudky.* Stal sa aj členom matematickej sekcie Kráľovskej českej spoločnosti náuk (1815), neskôr (1841–1848) aj sekretárom jej matematickej a filozofickej sekcie. Bol aj dekanom filozofickej fakulty (1818). Odklon od úradne stanovených osnov ho priviedol k sporu s absolutistickou vrchnosťou v Prahe i vo Viedni. Za bludárske vety (112) z jeho kázni (300), ktoré boli označené za neprispôsobené vieroučným pojmom a potrebám vtedajšej cirkevnej a vládnej moci, získal „prísnu dťtku“ a „nespůsobilost ke každé státní službě“. Zosadili ho z miesta univerzitného učiteľa (1819), poslali ho do výslužby (s ročnou penziou 300 zlatých), zakázali mu verejnú činnosť. Bol prinútený orientovať sa viac na vedné odbory, v ktorých možno slobodne argumentovať a dokazovať – matematiku a logiku. V tichom prostredí Těchobuzi na Pacovsku (1823–1841) žil skromne v rodine priateľa J. Hoffmanna, čo mu umožnilo venovať sa aj úvahám o všeobecnom ľudskom poznaní, o spravodlivejšom spoločenskom poriadku. Písal po nemecky, jeho práce vydali žiaci a prívrženci. Chatrné zdravie a tuberkulózne chrlenie krvi mu sťažovalo život. Z jeho jedenástich súrodencov sa dospelého veku dožil iba jeden. V rodine brata Jána, v pražskej Celetnej ulici, strávil **Bernard Bolzano** posledné roky života. Trápený dlhodobou chorobou, zomrel na ťažký zápal pľúc **18. decembra 1848**. Za veľkej účasti pražského ľudu ho pochovali na Olšanskom cintoríne v Prahe.



Odborné matematické pojednania



Cenil som si na matematike len to, čo je súčasne filozofiou.

Prvá Bolzanova odborná práca z matematiky – *Úvahy o niektorých predmetoch elementárnej geometrie* (1804).

Ďalšie matematické práce *Príspevky k zdôvodnenejšiemu výkladu matematiky* (1810), *Binomická poučka* (1816), *Rýdzo analytický dôkaz* (1817), *Tri problémy rektifikácie, výpočtov plôch a objemov* (1817) a posmrtné objavené práce *Náuka o funkciách* a *Teória čísiel* (dokončené asi v rokoch 1833–1841, vyšli po česky tlačou až v roku 1931) sú výrazom netradičných úvah a prostriedkov, ktorými sa snažil spresniť matematické postupy. Nimi zanechal trvalú stopu pri výstavbe matematickej analýzy. V práci *Rýdzo analytický dôkaz* dokázal vetu: Ak funkcia $f(x)$ je v intervale $\langle a, b \rangle$ spojitá a $f(a) \cdot f(b) < 0$, tak v $\langle a, b \rangle$ existuje aspoň jedno c tak, že $f(c) = 0$.

V práci *Rýdzo analytický dôkaz* dokázal vetu: Ak funkcia $f(x)$ je v intervale $\langle a, b \rangle$ spojitá a $f(a) \cdot f(b) < 0$, tak v $\langle a, b \rangle$ existuje aspoň jedno c tak, že $f(c) = 0$.

= 0. Svojimi prácami bol predchodcom Cauchyho, Cantora, Weierstrassa. Bolzano vyslovil nevyhnutnú a postačujúcu podmienku pre konvergenciu postupností, podal presnú definíciu spojitej funkcie a naformuloval o nej niekoľko dôležitých viet. Popísal konštrukciu spojitej funkcie v uzavretom intervale, ktorá nie je monotónna v žiadnom čiastočnom intervale a ukázal, že body, v ktorých táto funkcia nemá deriváciu, ležia všade husto v danom intervale. Zaoberal sa a mal rozpracovanú teóriu reálnych čísiel, v mladosti sa pokúšal aj o dôkaz axiómy o rovnobežkách. Bolzano vysvetlil pojmy uzavretý, otvorený a polouzavretý interval, presne vymedzil pojmy limity a derivácie. *Matematiku možno definovať ako vedu, ktorá pojednáva o všeobecných zákonoch, podľa ktorých sa veci musia riadiť vo svojej existencii.*

Spoznal, že v matematike sa nemôžeme zaobísť bez dôkazu existencie. Pri každom dôkaze žiadal uviesť všetky predpoklady, používať dané a neuchyľovať sa k cudzorodým pojmom. Naznačil cesty k formalizácii niektorých dôkazových postupov. Mal geniálnu intuíciu, kriticky a originálne zameral svoju pozornosť na precízne definovanie základných pojmov aj v iných vedných odboroch. Pozoruhodným spôsobom predvídal celý rad zásadných problémov modernej formálnej logiky a teórie vedy. *V Bolzanovom diele stále ostáva mnohé, čím by sme mohli po dnes inšpirovať* (P. Zlatoš).

Hra predstáv samých o sebe

Bernard Bolzano ponúkol dôkaz existencie aktuálneho nekonečného množstva právd samých o sebe. Pravda sama o sebe je fakt (výpoveď, poznanie) o tom, ako to skutočne je, bez ohľadu na to, či je to niekým myslené alebo vyslovené. *Niečo je pravda nie preto, že to tak poznáva Boh, ale naopak Boh to tak poznáva, pretože to tak je.* Bolzano vyšiel z tejto predstavy: Existuje aspoň jedna pravda sama o sebe. Ak by to nebola pravdivá výpoveď, tak by bola pravdivá výpoveď: Neexistuje žiadna pravda sama o sebe. Ale to by bola tiež pravda sama o sebe. S tým bude každý súhlasiť, lebo opačné tvrdenie odporuje samé sebe. *Keby neboli pravdy samé o sebe, nemohli by existovať ani žiadne poznané alebo myslené pravdy.* Bolzano tým považoval existenciu aspoň jednej pravdy samej o sebe za rozumovo prijateľnú pre každého. Potom už ľahko ukázal (indukciou, cez výpoveď, že predchádzajúce výpovede samé o sebe sú tiež novou pravdou o sebe), že právd o sebe je možných nekonečne veľa. Pretože kresťanský Boh je vševediaci, obsiahne ich všetky, to znamená nekonečné množstvo právd bude aktuálne (uskutočnené). Božia prozreteľnosť sa tak stala obsiahnutím všetkých právd – uskutočnením (aktualizáciou) nekonečného množstva právd samých o sebe. Nekonečné množstvo právd samých o sebe je vo vedomí Božom (Sensorium Dei). Pre človeka, ktorý sa nedíva Božími očami, strácajú predstavy aktuálneho nekonečna svoje opodstatnenie.



Bolzano prijal názor, že aktuálne (uskutočnené) nekonečné množstvo právd samých o sebe je natrvalo prítomné v Božej obrazotvornosti. Mnohí matematici uverili v bezospornosť pojmu aktuálneho nekonečna, rozpracovali teórie, v ktorých

prijali „zrejmé“ spory za „zdanlivé“ (paradoxy). Nimi konštruované matematicko-logické modely tieto ťažkosti vysvetľujú tak, že ich môžeme intelektuálne prijať ako javy, ktorými sú charakterizované naše predstavy o nekonečných množinách. Rukami to nemožno uchopiť, ale rozum to pochopí.

Prenikavá logika pojmov



Hlbokým odkazom v oblasti sémanticky založenej koncepcie logiky sa stalo monumentálne Bolzanovo *Vedoslovie* (Vědosloví s podtitulem *Pokusy o zevrubné a větší dílem i nové vylíčení logiky se stálým zřetelem k jejímu dosavadnímu zpracování*; štvorzväzkové; hlavné časti: *Fundamentálna náuka* – problematika objektívnych právd, *Elementárna náuka* – poňatie základnej logiky (pojmy, výroky, úsudky), *Náuka o poznani* – analýza procesu myslenia, *Heuristika* – objavovanie vedeckých poznatkov, *Samotné vedoslovie* – metodológia vedeckého postupu a oznamovanie jeho výsledkov; 718 paragrafov),

dokončené asi v rokoch 1829–1830, ktoré vyšlo anonymne až r. 1837. Bolzano, vychádzajúc zo svojich filozofických a etických princípov, snažil sa hľadať postupy pri usporiadaní právd pre jednotlivé vedy a spôsob ich výkladu v učebniciach. *Predovšetkým som si stanovil pravidlo, že ma žiadna zrejmosť predpokladu nedonúti k tomu, aby som sa cítil zbavený povinnosti hľadať preň dôkazy tak dlho, pokiaľ jasne neuvidím, že nemožno a prečo nemožno požadovať žiadny dôkaz*. Napriek nadmernému rozsahu, rozvláčnej forme výkladu i úzkostlivej presnosti argumentácie toto dielo prispieva k pozoruhodnej úprave logicko-metodologických a filozoficko-matematických základov poznávania.

Vykročenie za pochopením uskutočneného nekonečna

Paradoxy nekonečna, napísané v rokoch 1847–1848, ktoré prvý raz vyšli r. 1851, obsahujú základné idey o práci s nekonečnými množinami. Na túto prácu sa odvolával aj tvorca teórie množín Georg Cantor. Bolzano rozlíšil konečnú, spočítateľnú

a nespočítateľnú množinu, uznával aktuálne nekonečno. Dokázal,

že vlastná podmnožina nekonečnej množiny môže byť s ňou samou ekvivalentná.

Bernard Bolzano dospel až k pojmom mohutnosti množiny a mohutnosti kontinua, ale nevyužil ich. Medzi prvými pochopil význam nekonečna v matematike a vytušil dôležitosť presných definícií. Napísal: *Konečné a nekonečné sa vzťahuje na určité vnútorné vlastnosti predmetov a vôbec sa netýka len ich vzťahov k našej poznávacej schopnosti či dokonca k našim zmyslom*. S poznaním Bolzanových filozoficko-matematických predstáv rastie aj naše presvedčenie, že sa dá vystihnúť možné ako skutočné, že je prípustné obmedzenie neukončeného, že aj nekonečnu patrí naprostá určitosť. V dnešnej psychoanalýze matematiky (teórie množín) majú Bolzanove názory o zmysle a význame aktuálneho nekonečna nezanedbateľnú úlohu.



Pozorne vnímal aj spoločenské okolie



Otvorene a netradične sa vyjadroval nielen o problémoch náboženských, mravných, ale aj o sociálnych a národných. Vnímal právo poddaných na odpor proti nespravodlivosti. Svoje utopické predstavy o riadení spoločnosti zverejnil Bolzano v práci *O najlepšom štáte* (prvá verzia bola napísaná v 20. rokoch 19. storočia, v roku 1831 ju venoval svojej priateľke A. Hoffmannovej, neskôr prácu dopĺňal a upravoval, dokončená bola až v prvej polovici 40. rokov, rukopis koloval medzi priateľmi a bol opisovaný; tlačou práca vyšla nemecky v roku 1932 a česky roku 1934). Je odrazom ideí o všeobecnom blahu ako najvyššom

mravnom zákone, uznaním toho, že *podstatné je cítiť v každom človeku dôstojnosť ľudskej prirodzenosti*. Vždy sa snažil ukazovať ako zabrániť neospravedliteľnému zlu a neľudskému trápeniu, ako spojiť tvorivý intelekt, nezištnú spoluprácu a slúžiacu zodpovednosť spoločenskej praxe. *Nič na svete nesmieme mať za istejšiu a nepochybnejšiu ako zásadu, že všetci pozemšťania sa vyznačujú v podstate rovnakou prirodzenosťou a majú podstate rovnaké práva... Každý boháč namiesto toho, aby si robil nárok na zvláštne prejavy úcty, by mal cítiť kvôli svojmu bohatstvu potrebu ospravedlnenia a obhajoby.*

Premýšľavé náboženstvo

Katolícky osvietenec Bolzano vedel, že výchova a vzdelávanie sú užitočným prostriedkom pre zušľachtenie každého človeka i ľudstva ako celku. Chcel ukázať kresťanstvo v súlade s ľudským intelektom a presvedčiť o zmysluplnej spolupráci náboženskej viery a kritického myslenia v živote každej osobnosti. *Při výkladu každé pravdy, která se má státi přesvědčením žáků, je nutně třeba dbáti této zásady: aby všechny námítky, které proti ní vzneseny,, byly aspoň krátce dotčeny, neboť setkali se žák později s některou z těchto námitek, které mu byly zamlčeny, jest jen zřídka to, aby ji bez návodu patřičně rozřešil, a jest pak ve své víře zmaten.* Rozvoj kritického myslenia je aj doménou logiky, metodológie vied i matematiky. V nich sú podnetné impulzy nielen pre vzdelanosť (logická stavba prejavu, znalosť definícií pojmov, argumentmi podložený výklad), ale aj pre mravnosť, múdrosť i cnosť každého človeka v nezištnej činorodej spolupráci celého ľudstva.



Z odkazu a pre spomienku

Pripomeňme si ešte niekoľko myšlienok, ktorými sa učiteľ náboženstva a filozofie B. Bolzano zapísal do srdca svojich kolegov i žiakov:

- *Byť šťastným a iných obšťastňovať – to je pravé poslanie človeka... Priznajme sa pred celým svetom, že potrebujeme lásku, milovať a byť milovaní.*
- *Musíme byť rozhodní. Prilnúť k pravde, k dobrej veci ľudstva a nie sa chcieť zapáčiť nejakej skupine, nejakej súdnej stolici... Odvahu potrebuje aj učiteľ, pretože pravá osveta vždy naráža na odpor: v každej krajine sa nájdu ľudia, pre ktorých je čistá pravda soľou v očiach...*

- *Pravá veselosť nielenže neuberá z ľudskej dôstojnosti, ale je aj podstatnou podmienkou jej dokonalosti... Zo všetkých možných spôsobov jednaní vyber vždy ten, ktorý po uvážení všetkých dôsledkov najviac prispeje k blahu celej spoločnosti.*
- *Múdry človek nie je nikdy pyšný a spupný; skôr o sebe zmýšľa skromnejšie ako iní... nechce panovať nad inými, ale nechce tiež byť ich sluhom...*

Pedagogika ako súlad slov a skutkov

Z odkazu významných učiteľov, ktorí dokázali zosúladiť slová so skutkami a osobným životom zostane vždy niečo pozitívne vo vedomí ich žiakov, aj keď sa ich cesty rozídu. Takou pedagogickou osobnosťou bol bez pochyb aj profesor **Bernard Bolzano**, ktorý si ešte ako začínajúci vychovávateľ predsavzal: *Mojou prvou povinnosťou musí byť, aby som si získal lásku svojich žiakov*. Svojou výchovno-vzdelávacou činnosťou povzbudil mnohých v presvedčení, že pravdivé poznanie, cnostná mravnosť a nezištná osvetová spolupráca prispievajú k dokonalosti ľudského rodu. Pedagogické umenie je aj v tom, systematicky zušľachtovať zároveň ľudský um aj cit. K tomu patrí aj skromné, dôstojné a láskavé vystupovanie v škole aj na verejnosti. Od učiteľov na základných alebo na stredných školách nemusíme vyžadovať nadpriemerné vedomosti, ak *učiteľ bude človek dobrý, so zdravým rozumom a veselou myslou, ak bude mať trochu lásky pre povolanie a ak bude náležite poučený, ako si v učiteľskej službe počínať*.

Dnes je možno zrejmé



Bolzano mal nesporne špekulatívne nadanie a schopnosť kriticky posudzovať logickú argumentáciu. Ponúkal svoje názory, ku ktorým sa dopracoval svojím intelektom sám, aj keď často neboli podporované dôverou všetkých. Napriek tomu, bol svojim okolím považovaný za zbožného, veľmi vzdelaného a duchom osvieteného kňaza, ktorý v nezištnej spolupráci s blízkymi napomáhal blahu celého ľudstva. *Ani v hodinách najťažšej bolesti som nezakolísal vo viere v Boha a jeho prozreteľnosť*. Katolícka kresťanskosť, ale aj duchaplné logicko-matematické predstavy mu prinášali nepochybnú

radosť krehkého tela a povznášajúcej sa duše. Vnímal každú hlbokú náboženskú vieru i rozsiahle logicko-matematické vedomosti ako dve strany univerzálnej mince – ľudskej intelektuálnej schopnosti poznávať pravdu samú o sebe. Dnes je možno zrejmé, že univerzitný učiteľ **Bernard Bolzano** zanechal zmysluplný odkaz láskavej múdrosti nielen v spoločensko-náboženskej oblasti, ale aj na poli vedecko-matematickej metodológie. Možno aj pre nás, učiteľov matematiky na všetkých druhoch a stupňoch škôl, zostanú aspoň trochu inšpirujúce jeho slová: *Slabý matematik nebude nikdy mocným filozofom... aby to, čo možno bolo povedané nejasne, bolo vysvetlené jasnejšie, to, čo je úplne nesprávne, bolo odvolané, ale všetko správne a pravdivé, aby čo najskôr bolo všeobecne prijaté*.

Žije v našich predstavách

Múdry a ušľachtilý Bernard Bolzano zostane dejinách zapísaný ako významný matematik, logik, filozof i sociálny mysliteľ. Ako človek pokrokový, ktorý svoje presvedčenie, vedecké i humanistické, nielen hlásal, ale aj žil. Podarilo sa mu vytvoriť obdivuhodné dielo zjednocujúce morálne ideály s prísnou vedeckou metódou, praktické postupy bádania s teoretickou logikou, oduševnenie pre pojmovú usporiadanosť so skutočnými formami pravdy a sveta. Myšlienka Isokratova, ktorú použil ako motto svojej prvej vedeckej práce, je zaujímavým postrehom, výstižnou charakteristikou i podnetným impulzom: *Vo vedách i vo všetkých ostatných oblastiach neprinášajú pokrok tí, ktorí krčovitě zotrúvajú na ustálenom stave vecí, ale tí, ktorí sa usilujú o lepšie, tí, ktorí sa odvážia stále meniť všetko, čo nie je v poriadku.*

Bernard Bolzano, profesor pražskej univerzity, mimoriadny zjav českej kultúrnej



minulosti, si odžil svoj neľahký osud v silovom poli medzi etikou a matematikou, náboženstvom a logikou. Stal sa príkladom zosúladenia korektného vedeckého záujmu s ušľachtilou ľudskosťou mravnej autority. Prispel k harmonizácii pojmovej usporiadanosť so skutočnými formami pravdy vo svete. Ako nezabudnuteľná učiteľská osobnosť viedol študentov ku kritickému a nezaujatému mysleniu, k odvahe sa slobodne vyjadrovať a správne

argumentovať, aby pravda bola ľahšie nájdená, zrozumiteľnejšie vyložená a účinnejšie pochopená. Zostane zapísaný nielen medzi najprenikavejších mysliteľov 19. storočia v Čechách, ale aj do množiny nezabudnuteľných postáv európskej kultúrnej civilizácie.



Mária G. AGNESIOVÁ – s matematickým talentom v rehoľnej službe



Nadaná na jazyky i matematiku

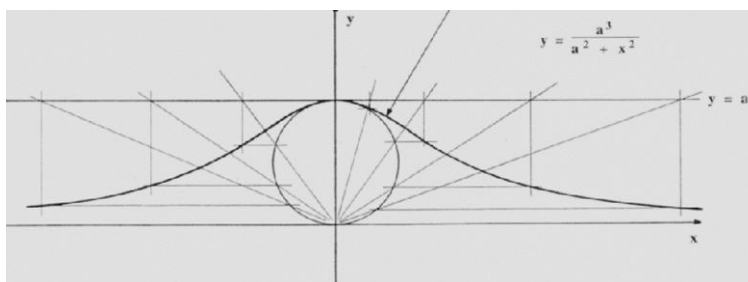
O tejto Talianke sa hovorilo, že už päťročná vedela po francúzsky a ako jedenásťročná už plynulo rozprávala po latinsky i grécky a trinásťročná aj po hebrejsky. Neskôr sa dohovorila španielsky i nemecky. Bola dcérou Pietra Agnesiho, profesora matematiky, ktorý sa postaral o to, aby Mária Gaetana (16. 5. 1718 – 9. 1. 1799), ktorá mala hlboké prirodzené intelektuálne predpoklady, získala všestranné vzdelanie od najlepších domácich učiteľov jazykov, matematiky, fyziky i filozofie. Deväťročná preložila

z taliančiny do latinčiny článok o obhajobe práva žien na vzdelanie. Jej učiteľmi boli hlavne jej otec a rehoľník Rampinelli. Učiteľské schopnosti vyskúšala Mária najskôr v rodine, mladším súrodencom napísala *Počtovnicu*. Už ako 19-ročná študovala matematické práce Fermata, Descarta, Newtona. V rokoch 1748–1749 publikovala v Miláne svoje dielo zo základov matematickej analýzy. Tam vyložila nielen tradičné partie z algebry a analytickej geometrie, ale i vtedajšiu novinku – diferenciálny a integrálny počet. Kniha bola preložená aj do angličtiny a francúzštiny. Dielo vzbudilo ohlas aj u panovníčky Márie Terézie a Mária Gaetana získala aj členstvo v Bolonskej akadémii vied i medailu od pápeža Benedikta XIV. Po smrti svojho otca (1752) vymenila Mária matematiku za teológiu a odriekanie kvôli vede za život podľa evanjelia. Rozhodla sa ponúkať starým a chorým ľuďom v chudobinci nádej na posmrtnú blaženosť. Vstúpila do kláštora a vytrvala v nezištnej ošetrovateľskej službe až do svojej smrti. Ani nebola pochovaná v katedrále, ale v opustenom hrobe.



Čarodejnica

S menom Mária Gaetana Agnesiová je spojené aj pomenovanie zaujímavej krivky, ktorú nazývame **Čarodejnica**. V karteziánskej sústave súradníc má táto krivka rovnicu $y^2x + a^2(x-a) = 0$.



Výklad o tejto krivke začína geometrickým faktom, že ak zodpovedajúce si body krivky a určitej polkružnice majú zhodné súradnice, štvorec súradníc je ku štvorcu polomeru polkružnice v takom istom pomere, v akom by súradnica rozdelila priemer

polkružnice. Krivku predtým študoval aj Fermat (1601–1665) a Newton (1643–1727), ale nikto ju tak dôkladne nepreskúmal ako **Agnesiová**. Neskôr skomolením pomenovaní získala nevinná krivka názov *Agnesiina čarodejnica*. Neskôr sa krivda na zbožnej talianskej matematicke aspoň trochu odčinila, keď jeden z kráterov planéty Venuša dostal (r. 1991) meno **Agnesi**.

Medzi úspešnými

V milánskej Ambroziánskej knižnici sú medzi literárnymi pokladmi od Vergília, Leonarda da Vinci, Karola Boromejského a Galilea Galileiho, uložené aj matematické, teologické a charitatívne rukopisy Márie Gaetany Agnesiovej.



Sophus LIE – vnímal matematické úlohy v ich všeobecnosti

Kto to je?



V odbornej matematickej literatúre sa dozviete: Vo fyzike elementárnych častíc (kalibračné teórie a teória strún) sú Lieove grupy podstatné. „Mimoriadny význam diela S. Lie pre všeobecný rozvoj geometrie nemôže byť precenený; som presvedčený, že v budúcnosti bude stále narastať“ (F. Klein; 1849–1925). Kto bol Sophus Lie (17. 12. 1842 – **18. 2. 1899**)?

Stručne zo života

Bol šiestym a najmladším dieťaťom luteránskeho kňaza v Nórsku. Vyrastal v Mosse neďaleko Kristiánie (dnes Oslo). V Oslo vyštudoval gymnázium aj univerzitu (1859–1865). Ovplynul ho matematik Ludvig Sylow, aj keď neodhalil hneď jeho matematický talent. Marius Sophus Lie mal nielen intelektuálne nadanie, ale bol aj telesne zdatný a vynikal v športoch (napr. v gymnastike). Pre matematiku sa rozhodol (1868) až keď sa zoznámil s dielami Plückera a Ponceleta z modernej geometrie. V Berlíne (1869–1870) sa stretol so známym nemeckým matematikom Felixom Kleinom. V lete 1870 sa stretol v Paríži s francúzskymi matematikmi Darbouxom a Jordanom. Za prusko–francúzskej vojny dočasne zatkli Nóra S.M. Lie ako špióna, lebo si pomyšlili jeho matematické poznámky s tajnými šifrovanými vojenskými správami. Od roku 1872 bol profesorom matematiky v Oslo, v roku 1874 sa oženil (mal dve dcéry a syna). Od roku 1886 pôsobil v Lipsku. Bádal, prednášal, bol unavený z vedenia slabých a nesamostatných doktorandov. Dostal sa aj do konfliktov s kolegami (v roku 1892 aj s F. Kleinom), trpel nespavosťou a depresiami, chýbal mu duchovný vplyv nórskej prírody. V roku 1898 sa Lie vrátil do Nórska. Ochorel zhubnou anémiou. Je pochovaný na cintoríne v Oslo.

Odborné práce

Sophus Lie pochopil, že o priestore možno uvažovať aj tak, že jeho základnými prvkami nie sú body, ale zložitejšie objekty (priamky, krivky i plochy). Usiloval sa porozumieť skúmaným matematickým úlohám v ich všeobecnosti. Spoznal, že medzi transformačnými grupami a všeobecnými symetriami sú podstatné súvislosti. Hneď pochopil, prečo F. Klein definoval geometriu ako skúmanie tých vlastností priestoru, ktoré sú invariantné vzhľadom k nejakej grupe transformácií. *Keby som len vedel, ako vzbudiť záujem matematikov o transformačné grupy a ich aplikáciu na diferenciálne rovnice... Položil som si prirodzený problém: vybudovať všeobecnú teóriu integrácie pre všetky diferenciálne rovnice, ktoré pripúšťajú konečné alebo infinitezimálne transformácie.* Lie vytušil, že jeho teória transformačných grúp sa dá použiť na vybudovanie užitočnej teórie pre riešenie diferenciálnych rovníc. Spolu s G. Scheffersom vydal (1891) *Prednášky o diferenciálnych rovniciach*. Jeho veľké dielo o transformačných grupách bolo publikované (spolu s F. Engelom) v rokoch 1888–1893.

Poznámky na záver



Marius Sophus Lie ovplyvnil diferenciálnu geometriu, prehĺbil výskum teórie diferenciálnych rovníc. Spoznal, že niektoré fyzikálne zákony majú grupový teoretický charakter. *Moje životné dielo prekoná všetky skúšky času a bude stále viac oceňované, o tom nepochybujem.*

Sophus Lie sa stal významným nórskym matematikom a svojim dielom hlboko ovplyvnil celé matematické poznanie. *„Znalosť klasických základov a moderných grupových teoretických metód sa stala dôležitou súčasťou matematickej kultúry pre každého, kto zostrojuje a skúma matematické modely problémov vzatých z prírody“* (N.H. Ibragimov). V roku 1992 vydal Kráľovská nórska

akadémia vied a písomníctva pamätnú medailu s portrétom S. Lie. *„Musíte byť matematikmi, aby ste mohli pociťovať tú zvláštnu krásu, akú môže poskytnúť matematická veta alebo obdivovať línie dovŕšených partií tejto vedy“* (L. Sylow).



Pierre Simon LAPLACE – talent zamilovaný do matematiky

Pojem nielen matematický

Prezývali ho „Newton Francúzska“. S jeho menom sú spojené pomenovania niektorých matematických pojmy (transformácia, rovnica, integrál, operátor, vzorec). Pomenoval základnú dĺžkovú jednotku názvom *meter*. Starostlivo si strážil čo jeho je – peniaze, veci i ženu. Mal rád poriadok a systém. Chcel poznať budúcnosť na základe minulosti. Stal sa zástancom matematickej analýzy a štatistiky. Jeho plné meno aj s titulmi znie: Pierre Simon Count Marquis de Laplace.

V priebehu života



Pozemský svet uvidel na francúzskom vidieku v kraji Calvados (28. 3. 1749 v Beaumont-en-Auge, Normandia). Nemal v rodine akademicky vzdelaných príbuzných. Rodičia chceli z neho mať kňaza. Šesťročný začal chodiť do benediktínskej školy, šesnásťročný bol vynikajúcim študentom u jezuitov a nastúpil na univerzitu v Caen študovať teológiu. Odlákal ho matematický talent spoznaný jeho učiteľmi. Po ukončení dvojročného štúdia odišiel mladý Pierre Laplace do Paríža, aby poznal a mohol študovať

u d'Alamberta. Ten sa postaral o jeho matematické vzdelanie a zabezpečil mu aj miesto profesora na vojenskej škole, kde skúšal (1785–1786) aj Napoleona Bonaparta ako kadeta Kráľovského delostrelectva. Laplace sa oženil (1788) so ženou o 20 rokov mladšou. Mali spolu syna (1789) a dcéru. Bol členom Komisie pre miery a váhy (1790–1793), riaditeľom observatória v Paríži (1795). Získal členstvo v parížskej Akadémii vied (1773) aj v londýnskej Kráľovskej spoločnosti. Zomrel 5. marca 1827 v Paríži.

Vo výročoch pragmatickej politiky

Laplace bol známy aj tým, že upravoval (pomerne rýchlo a ľahko) svoje názory o chode spoločnosti v súlade s jej politickými zmenami. Aj keď sa nenaháňal za verejnými funkciami, získal pocty od Ľudovíta XVIII., aj od Napoleona. Ako krátko pôsobiaci (asi šesť týždňov v roku 1799) minister vnútra za Napoleona mal Laplace veľmi malý zmysel pre vládnutie (Napoleon to neskôr označil slovami: *Do štátnej správy vnášal ducha nekonečne malých veličín*). Bol členom senátu (1803), grófom sa stal v roku 1806 a markýzom v roku 1817. Laplace sa nesnažil ovplyvňovať politické dogmy vedeckými názormi, hľadal akademickú prevahu a odborný vplyv vo vede. Uznával hierarchiu založenú na odbornej inteligencii, konkrétnych vedomostiach a zodpovednej práci. Podporoval obnovenie monarchie (1814), odmietol podpísať dokument francúzskej Akadémie vied, ktorý zvýrazňoval slobodu tlače. Eric Sartori, francúzsky historik a popularizátor vedy, ohodnotil politické víry okolo Laplacea slovami: *Človek, ktorý dokázal, že na*



nebesiach vládne systém, žiadal od vládcov iba to, aby zaistili verejný poriadok bez tyranie, príslušný rešpekt k inteligencii a slobodu nevyhnutnú pre rozvoj vedy.

V osídlach vedy



Prvé matematické príspevky (o extrémoch funkcií a diferenciálnych rovniciach) predniesol (1770) v Akadémii vied v Paríži. Za necelé tri roky ponúkol 13 príspevkov. *Ak sa obmedzujeme len na zhromažďovanie faktov, veda bude iba sterilným záznamom a nikdy nespoznáme veľké zákony prírody. Len porovnávanie javov a hľadanie ich vzájomných vzťahov vedie k objavom zákonov.* Francúzsky matematik, fyzik a astronóm Laplace vysvetlil teóriu o vzniku slnečnej sústavy z mraku chladného plynu a prachu, ktorý sa gravitačným zhustením zohrial a roztočil. Planéty sa zrodili z odtrhnutého pásu žeravého plynu. Laplace pochopil povahu tepla ako energie spojenej s pohybom molekúl. Ovplyvnil fyzikálnu problematiku termiky i akustiky. Skúmal molekulárne sily kvapalín v kapilárnych javoch a pohyb kvapalín prostredníctvom diferenciálnych rovníc hydrodynamiky. Matematicky spracoval teóriu hazardných hier, metódu variácií konštant, metódu štvorcov i teóriu vytvárajúcich funkcií. Zaviedol pojem potencionálu a silového poľa, ponúkol predstavu diferenciálnych operátorov na funkcie a rozvoj funkcií do číselných radov.

Najznámejšie je jeho monumentálne päťzväzkové dielo *Nebeská mechanika* (1799–1825). Boli v ňom zhrnuté výskumy tvaru Zeme, teória pohybu Mesiaca, problém troch telies i názor o poruchách v pohybe planét. K jeho významným publikačným prácam patria: *Výklad systému sveta* (1796), *Analytická teória pravdepodobnosti* (1812), *Filozofická esej o pravdepodobnosti* (1814). Laplace úspešne uplatnil matematické a fyzikálne poznatky pre konkrétnu prax. Spoznal, ako postupovať od javov k ich príčinám a odhadnúť pravdepodobnosť fyzikálneho javu, ktorý vyplýva z určitej príčinnej série udalostí (*Pojednanie o pravdepodobnosti príčin na základe javov*). Skúmal ako možno dôveryhodne usudzovať o budúcnosti na základe minulosti, odhaľoval uplatňovanie matematických závislostí vo vzťahu k fyzikálnej realite.

Poslanie matematiky

Laplace podstatne ovplyvnil aj výučbu a profiláciu *École normale* i *École polytechnique*. Snažil sa o rovnováhu medzi praktickou a teoretickou výučbou. Systematicky podporoval aj školskú matematiku nielen preto, že je matematika nenahraditeľným jazykom vedy, ale aj preto, že matematické metódy umožňujú seriózne dôkazy prírodovedných, technických a technologických projektov. *Pri vyučovaní dávajte prednosť najvšeobecnejším metódam. Prinúťte sa k tomu, aby ste ich vysvetlili čo najjednoduchším spôsobom a hneď uvidíte, že sú skoro vždy najľahšie.*



Laplace, Euler a Lagrange s svojimi matematickými výkonmi vytvorili matematické centrum svojej doby. Zaujímavo vyhodnotil súdobé matematické úsilie F. Arago (1786–1853): *Päť matematikov – Clairaut, Euler, d’Alembert, Lagrange a Laplace – si rozdelilo medzi sebou svet, existenciu ktorého odhalil Newton. Objasnili ho v každom smere, prenikli do oblastí, ktoré boli považované za neprístupné, ... podrobili všetko jednému princípu... Matematika dostala odvahu k úvahám o budúcnosti.*

Z myšlienok a ohlasov

Laplace pochopil význam mohutných síl pôsobiacich v nesmiernych priestoroch aj v neuveriteľne malom svete molekúl. Chápal svet vo svojom bytí ako jednoznačne determinovaný, avšak človeku, v dôsledku jeho obmedzených schopností, prístupný iba v pravdepodobnosti. Spoznal nenahraditeľnú úlohu matematického myslenia vo vzdelávaní nielen vedeckej elity, ale aj pre všeobecné formovanie ľudského ducha. Prispel k vytváraniu vedeckých štruktúr, ktoré sú založené na zmysluplnom rozumovom poznávaní a svedomitej odbornej činnosti. Uvádzame niekoľko jeho postrehov:

- *Štruktúry nášho vesmíru, ktoré obsahujú najviac hmoty, sú možno neviditeľné.*
- *Túto hypotézu som nikde nepotreboval (odpoveď na poznámku Napoleona, že Newton sa zmieňoval aj o Bohu).*
- *Nič by nebolo neistým – budúcnosť i minulosť by sa v jej očiach ako prítomnosť javili (presvedčenie, že tak by to bolo pre inteligenciu, ktorá by poznala všetky sily a postupy matematickej analýzy).*
- *Čo my vieme, je nepatrné, čo nepoznáme je nesmierne.*
- *Objav určitej pravdy patrí iba tomu, kto ju ako prvý dokáže.*



Pierre Simon Laplace nepochybne patrí (aj keď neboli všetky jeho poznatky správne – kalorická teória tepla, vesmír ako dokonalý stroj, bezbrehá mechanická príčinnosť) medzi najznamenitejších vedcov všetkých dôb. Matematickými metódami, v teórii pravdepodobnosti a fyzikálnej astronómii, ovplyvnil celý vedecký svet. Čas a prostredie, v ktorom vo Francúzsku žil, boli už priestorom, v ktorom povolanie úspešných vedcov začínalo prinášať bohatstvo i pocty.

Henri POINCARÉ – psychológ matematiky

Tvorivé sny

Po niekoľkých neúspešných pokusoch o vyriešenie neľahkej matematickej úlohy sa rozhodol ísť skôr večer spať. Urobil to zámerne, lebo vedel, že ráno sa mu pracuje lepšie. Nad ránom sa mu snívalo, že prednáša študentom, práve tú tému, ktorou sa večer zaoberal. Úlohu vo sne vyriešil. Zobudil sa. Vedel, že to bol sen. Na postup riešenia si však spomenul a poznačil si ho na papier. Zistil, že riešenie je správne. A to sa nestalo iba raz.

Univerzálny matematik



Francúzsky matematik a teoretický fyzik Jules Henri Poincaré (1854–1912), jeden z posledných univerzálnych matematikov, člen viac než 35 akadémií vied a vedeckých spoločností, ovládal mimoriadne bohatú oblasť problémov čistej i aplikovanej matematiky. Napísal asi 1300 odborných statí a 30 knižných publikácií. Jeho výskumy ovplyvnili teóriu diferenciálnych rovníc, matematickú fyziku, teóriu pravdepodobnosti. Zaviedol základné pojmy kombinatorickej topológie. Sformoval ideu princípu relativity a rozvinul dôsledky relativistickej koncepcie fyziky. Zo svojich matematických a fyzikálnych štúdií vyvodzoval všeobecné filozofické závery, ktoré ovplyvnili chápanie postavenia prírodných vied.

Rodinné zázemie

Poincaré pochádzal z rodiny s lekárskou a lekárnickou tradíciou. Otec bol profesorom lekárskej fakulty. Jules Henri sa narodil **29. apríla 1854** v Nancy (Lotrinsko). Menom Jules ho neoslovovali. Päťročný ochorel na záškrt, po ktorom stratil reč i pohyblivosť nôh. Našťastie následky neboli trvalé. Práve vtedy získal rozvinutú sluchovú pamäť a schopnosť sústredene premýšľať. Už v detstve veľmi veľa čítal. V lýceu vynikal v dejepise a zemepise, ale mal ťažkosti s krasopisom. Pri riešení geometrických úloh ukázal originálne postupy. Učiteľ matematiky povedal (1868) jeho matke: *Madam, váš syn bude veľkým matematikom.* Poincaré dvakrát zvíťazil v celoštátnych súťažiach v riešení úloh pre žiakov lýceí. V dvojročnej École polytechnique patrila medzi troch najlepších študentov školy. Pre ďalšie štúdium si zvolil Banskú vysokú školu a v roku 1879 sa stal banským inžinierom.



Profesor, akademik

Matematické štúdiá završil prácou, ktorá mu umožnila prednášať na vysokej škole

v Caen. Tam sa intenzívne pustil do vedeckej práce. V roku 1881 bol dvadsaťsedemročný Poincaré povolaný na Parížsku Sorbonnu, kde sa v roku 1885 stal profesorom a viedol katedru matematickej fyziky a počtu pravdepodobnosti. Zároveň aj riadil parížske observatórium. Za člena Akadémie vied bol zvolený v roku 1887. Cenu švédskeho kráľa za práce o probléme troch telies získal v roku 1869.

Vynikajúca pamäť mu umožnila zaujímavý štýl práce. Poincaré si nepísal skoro žiadne poznámky, pomocné výpočty ani náčrty. Vždy si všetko premyslel v hlave a písal pomocné riešenia. Matematiku nechápal ako jednoduchú mechanickú aplikáciu logiky. Veľmi vyzdvihoval úlohu intuície ako nástroja objavu. Tvoriť v matematike znamená vedieť rozpoznať, umenie vedieť vybrať podstatné a dôležité: *...práca matematika nie je mechanická a nemožno ju zveriť žiadnemu stroju, nech by bol akokoľvek dokonalý. Problém nie je v tom, zostaviť pomocou daných pravidiel čo najviac kombinácií. Tieto kombinácie by boli príliš početné, neužitočné... Skutočná práca vedca spočíva vo výbere kombinácií tak, aby sa vylúčili neužitočné, no ešte skôr v tom, aby sa neužitočné vôbec nezostavovali. Pravidlá, ktoré je treba pri tom používať, sú tak jemné a presné i okrajové, že ich takmer nemožno vyjadriť slovami: lepšie sa cítia, než formulujú. Poincaré vytušil dôležitosť matematickej krásy, pôvabu i elegancie. Bol presvedčený, že matematikom sa nemožno stať, matematikom sa treba narodiť.*

Spisy a dielo

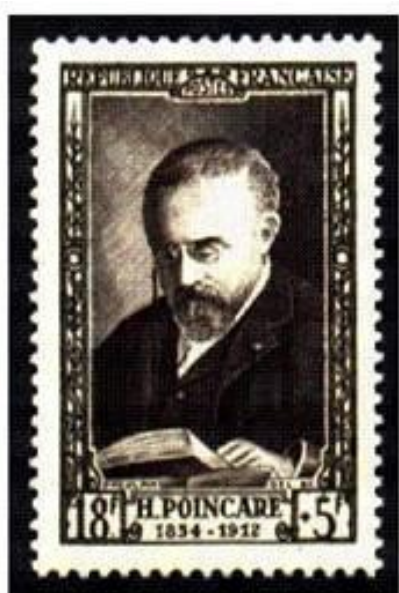
Vymenujme aspoň niekoľko oblastí, ktoré Poincaré obohatil výsledkami svojej práce. Vytvoril modely neeuklidovských geometrií, objavil automorfne funkcie komplexnej premennej, položil základy kvalitatívnej teórie diferenciálnych rovníc, prispel k základom teórie dimenzie topologických priestorov, ovplyvnil predstavy o časopriestore, študoval problémy stability dráh planét. Zaoberal sa aj teóriou potenciálov, optikou, vedením tepla, elektromagnetizmom, hydrodynamikou, nebeskou mechanikou. Veľa síl venoval všestranným úvahám o predpokladoch vedeckého poznania, o metodológii vedy. Napr. diela *Veda a hypotéza* (1902), *Hodnota vedy* (1906), *Veda a metóda* (1908). Jeho zobraté spisy, publikované v rokoch 1916–1954 obsahujú 10 zväzkov.



Spomienka a odkazy

Uvedme niekoľko stručných postrehov, ktorých autorom je Henri Poincaré:

- *Vedec neštuduje prírodu preto, že by to bolo pre neho užitočné, študuje preto, že mu to prináša potešenie, a potešenie mu to prináša preto, že príroda je nádherná. Keby nebola nádherná, nestálo by za to vedieť, a keby nestálo za to vedieť, nestálo by za to žiť.*



- *Veda sa robí z faktov ako dom z tehál, no hromada faktov ešte nie je vedou, tak ako hromada tehál nie je domom.*
- *O všetkom pochybovať alebo všetkému veriť, to sú dva postoje rovnako pohodlné, lebo jedno aj druhé nás oslobodzuje od rozmýšľania.*
- *Medzi vybranými kombináciami najplodnejšie bývajú často tie, ktoré sú tvorené prvkami vzatými zo sfér vzájomne veľmi odľahlých. Nechcem tým povedať, že najlepšie pre vynachádzanie je spájať objekty čím rôznorodejšie; väčšina kombinácií, ktoré sa takto skladajú, bude úplne neplodná. Ale niektoré z nich, zaiste veľmi zriedkavé, sú najplodnejšie zo všetkých.*
- *Logikou sa dokazuje, intuíciou sa vynachádza.*
- *Užitočné kombinácie v matematike sú práve tie najkrajšie. Preto zvláštny estetický cit slúži často ako sito, a to dostatočne vysvetľuje, že nikdy nebude skutočným tvorcom ten, kto ho nemá. Pocit matematickej krásy, harmónie čísel a vzorcov, geometrickej elegancie je skutočne estetický pocit, ktorý dobre poznajú všetci praví matematici.*

Tvorivosťou ducha prekonávame prírodu

Najväčší matematik na prelome storočia zomrel po ľahkej operácii na embóliu 17. júla 1912. Zanechal originálne podnety pre rôzne matematické disciplíny, psychológiu i filozofiu matematiky, teoretickú fyziku i metodológiu vedy. *Nie je možné tvoriť vedu iba pre jej aplikácie. Pravdy sú plodné len vtedy, ak medzi nimi existuje vnútorná súvislosť. Ak hľadáte iba také pravdy, od ktorých možno očakávať bezprostredné praktické závery, spájajúci článok sa stratí a reťaz sa rozpadne. Neúnavne pracujúci vedec Poincaré nám odkázal: Nech je predstavivosť človeka akákoľvek, príroda je tisíckrát bohatšia.*



Stanislaw M. ULAM – dobrodružstvá matematickej činnosti

Pozoruhodná publikácia



Veľmi sympatickou knižkou o matematike je publikácia s názvom *Matematika a logika - retrospektíva a perspektívy* (Praha: SNTL, 1977) z dielne dvojice amerických autorov *M. Kac* a *S. M. Ulam*. Obaja patria k významným matematikom. O jednom z nich sa teraz dozvieme viac.

Životný príbeh

Pochádzal z Ľvova na Ukrajine. Stanislaw Marcin Ulam (13. 4. 1909 – 13. 5. 1984), americký matematik, sa už v mladom veku zaujímal o fyziku i astronómiu (dvanásťročný dostal ďalekohľad). Školskú algebru sa naučil sám z učebnice, zoznámil sa aj s teóriou množín od Sierpiňského.

Vyštudoval na polytechnickom inštitúte (1932) v rodnom meste, kde sa zoznámil so známym poľským matematikom Kuratowskim. *Bol som šťastný, keď som vyriešil problém, ktorý mi predložil.* Ulam rozšíril (1930) Banachove matematické výsledky o probléme hypotézy kontinua. Od roku 1938 pôsobil S. M. Ulam v USA. Postupne pracoval v *Inštitúte perspektívnych štúdií* v Princetone, na Harvardskej univerzite (1940), na univerzite vo Wisconsin. Zúčastnil sa s E. Tellerom na Mannhatanskom projekte výroby vodíkovej bomby v Los Alamos, prispel aj k vývoju nukleárneho pulzného pohonu. Neskôr bol profesorom biomatematiky na univerzite v Colorade. Stal sa členom Národnej akadémie vied USA. Zomrel v Santa Fe.



Z diela

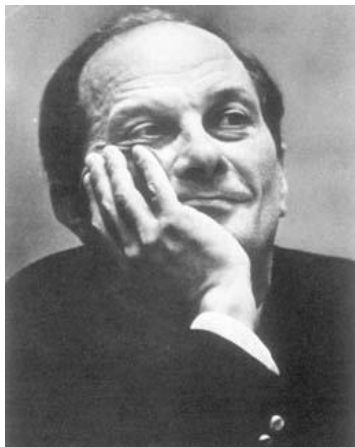


Základné práce S. M. Ulama sú z oblasti topológie, funkcionálnej analýzy, teórie pravdepodobnosti a teórie množín (*Sets, Numbers and Universes*. Cambridge: Massachusetts, 1974). Spolu s J. Neumannom (1903–1957) rozšíril použitie metódy *Monte Carlo* v problematike nukleárnej reťazovej reakcie. Bol horlivým zástancom matematických experimentov pomocou počítačov a prispel k rozvoju flexibilného použitia výpočtovej techniky v matematike i v matematickej fyzike. Stanislaw Ulam mal fenomenálnu pamäť, myslel oveľa rýchlejšie, ako si stihol zapisovať. Vyjadroval sa o rôznych

aspektoch matematiky a jej použitia. *Existenčné dôkazy nie vždy uľahčujú matematikom život... Aj keď možno ľahko dokázať, že prvočísiel existuje nekonečne veľa, bola by potrebná formula pre napísanie ľubovoľne veľkého prvočísla. No tej zatiaľ niet. Ani jeden matematik nemôže na požiadanie napísať prvočíslo, napr. s 10*

miliónmi cifier, nehľadiac na to, že také nepochybne existuje. Pripravil pôsobivú zbierku ešte nevyriešených matematických problémov (A Collection of Mathematical Problems. New York: Interscience Publishers, 1960), popísal dobrodružstvá matematickej práce (Adventures of a Mathematician. New York: Charles Scribner's Sons, 1983). Matematika je často útekom od reality. Matematik hľadá akýsi prísľub šťastia v oblasti, ktorá je odlúčená od reality. Pre niektorých je to ako droga... Vo svojom nešťastí nad udalosťami tohto sveta sa niektorí ponoria do akéhosi sebevystačenia si s matematikou.

Jednoduchý impulz



Nič nové pod slnkom... Všetko má svoje korene u Archimeda a možno dokonca aj skôr. Z pozoruhodnej publikácie, na ktorú sme upozornili už na začiatku tohto medailónu, uvedieme aspoň niekoľko stručných podnetných myšlienok: Matematika je mikrosvet sám pre seba, má však schopnosť odrážať a modelovať všetky procesy myslenia a možno aj celú vedu... Teória množín je nepochybne základ každej matematiky a jej axiomatické základy (úplnosť; kategorickosť; nezávislosť) sú veľmi dôležité... Už nemožno ostro vymedziť hranice medzi matematikou a tými disciplínami, v ktorých sa používa. Niektoré literárne

publikácie sú príjemnou spomienkou na svojich autorov. V tomto prípade aj na zhovorčivého a vtipného matematika s menom S.M. Ulam. Každá dobrá myšlienka sa zmestí do 50 slov. Jeho manželka spomínala: Ulam bol veľmi zhovorčivý. Rád argumentoval, diskutoval o problémoch s priateľmi a kolegami. Spoliehajúc sa na svoju fenomenálnu pamäť, všetko si uchovával v hlave.



Hermann MINKOWSKI – iný pohľad na priestor a čas

Nečakaná predstava



Známym sa stal aj preto, že vytvoril nový pohľad na priestor a čas a tým položil matematické základy teórie relativity. Usúdil (1907) že fyzikálne predstavy Lorentza i Einsteina možno lepšie pochopiť v neeuklidovskom viacrozmernom priestore. Ponúkol predstavu, že priestor a čas nie sú zvláštne od seba nezávislé entity, ale sú spojeným štvorrozmerným časopriestorom. Tieto predstavy využil aj Albert Einstein vo svojej teórii relativity. Nemecký matematik **Hermann Minkowski** (* **22. jún 1864** – † **12. január 1909**) tak umožnil názornú interpretáciu Lorentzových transformácií

a kinematických javov špeciálnej teórie relativity. *Priestor a čas jednotlivo budú v budúcnosti odsúdené na zmiznutie do tieňov, a len spojenie oboch si zachová skutočne nezávislú existenciu.*

Životný osud



Bol druhým synom nemeckej židovskej rodiny žijúcej v Rusku. Do východopruského Königsbergu sa vrátili v roku 1872. Tu mladý **Hermann** absolvoval všetky stupne škôl aj univerzitu. Tri semestre absolvoval (1882–83) v Berlíne, kde sa spoznal s Dávidom Hilbertom (1862–1943) aj s A. Hurwitzom (1859–1919). Minkowski získal doktorát (1885), profesúru (1892) a do roku 1894 pôsobil v Bonne. V rokoch 1896–1902 prednášal v Zürichu (tu jeho prednášky navštívil aj A. Einstein) a od roku 1902 bol vedúcim katedry v Göttingene. V roku 1897 sa oženil a mal dve dcéry. Zomrel náhle na roztrhnutie slepého čreva.

Z vedeckého diela

Devätnásťročný získal Veľkú cenu Akadémie vied v Paríži za prácu o rozložení prirodzených čísiel na súčet štvorcov. Neskôr sa stal zakladateľom geometrickej teórie čísiel a vytvoril teóriu kvadratických foriem n premenných s celočíselnými koeficientmi a odvodil celý rad významných nerovností (vydal *Geometria čísiel*; 1896). Zapojil sa aj do riešenia problémov relativistickej fyziky.

Vo štvorrozmernom Minkowského priestore našli kinematické efekty špeciálnej teórie relativity názornú geometrickú interpretáciu. Napísal a vydal práce *Princíp relativity* (1907), *Základné rovnice elektromagnetických javov v pohybujúcich sa telesách* (1908) a *Priestor a čas* (1908).

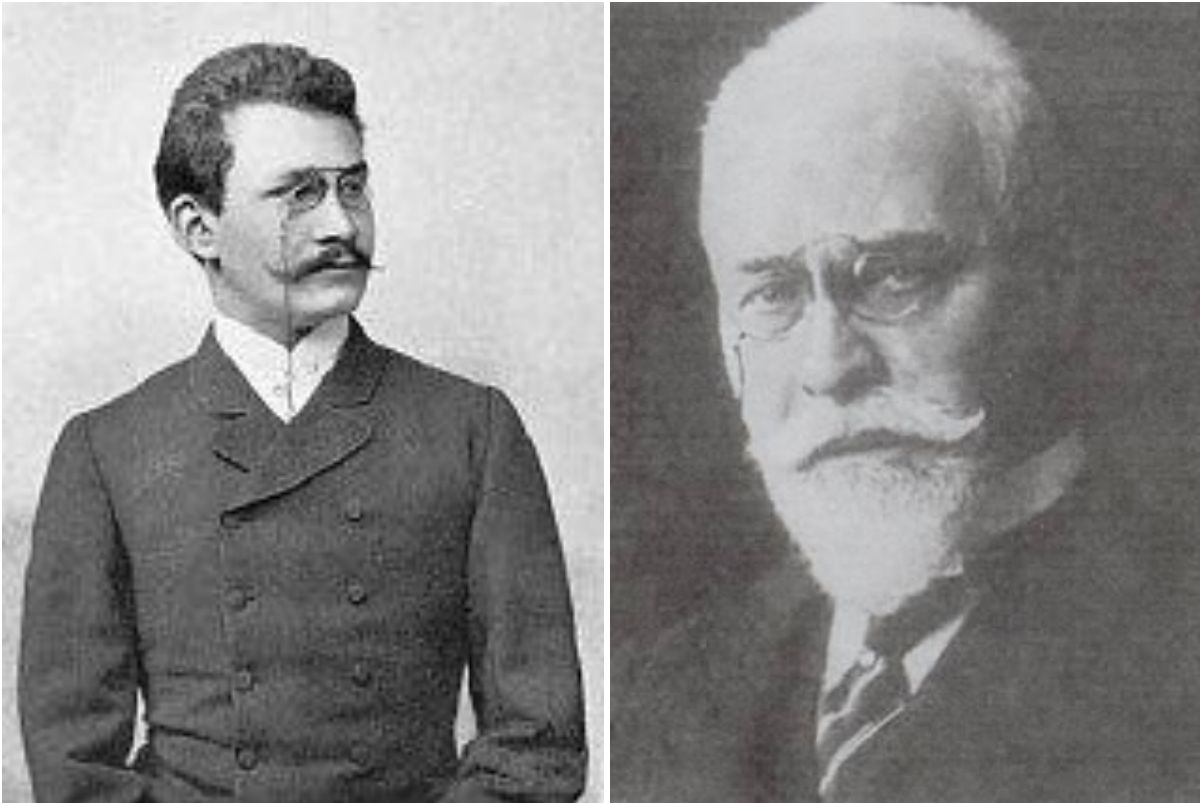


Zaujímavé skutočnosti

Albert Einstein (1879–1955) konštatoval: *Vyjadriť prírodné zákony logicky uspokojivou formou možno len tak, ak ich vyjadríme ako zákony štvorrozmerného*

*priestoročasového kontinua. To je podstata významného metodologického úspechu, za ktorý teória relativity vďaka Minkowskému. Ukázalo sa, že Lorentzove transformácie nadobúdajú geometrickú formu rotácie v štvorrozmernom priestoročase. Minkowski napísal: *Celý svet je rozdelený na svetočiary... fyzikálne zákony by sa dali vyjadriť ako vzájomné vzťahy medzi týmito svetočiarami.**

Minkowski poznal Einsteina ako študenta. Asi je pravdou, že raz sa v debata o teórii relativity Minkowski vyjadril aj takto: *Pravdu povediac, od Einsteina som to nečakal.*



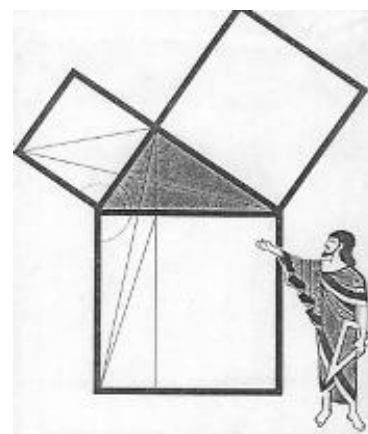
**K výročiam
významných
matematikov**

spomínajte, spomínajte, spomínajte...



Príhovor

Ak sa dôvernejšie zoznámite s tvorcami a šíriteľmi matematickej kultúry, ktorí prispeli k prehĺbeniu a rozšíreniu matematických vedomostí vo svojej dobe a zanechali tým trvalú stopu pre celú históriu ľudstva, možno aj vás podnieti inšpirácia pre šírenie a požívanie matematických poznatkov v súčasnosti.



Uvádzam pomerne krátke životopisné medailóny o významných matematikoch, ktorí majú v jednotlivých mesiacoch školského roka **2019/2020** okrúhle (deliteľné piatimi) výročie narodenia alebo úmrtia. Tieto literárne podobenky nie sú vyčerpávacím pohľadom na život a dielo spomínaných matematikov. Majú za cieľ iba skromne pripomenúť ľudské osobnosti a profesionálne výkony tých, ktorí mali radi matematický spôsob premýšľania. Možno spoznáte, že na odbornej matematickej činnosti sa zúčastňujú aj ľudské sklony a temperament, túžby i predstavy, úsilie aj zásady.

O B S A H

(životopisné medailóny)

Sylvester
Sierpiński
Wiener
Čebyšev
Bolyai
Dirichlet
Cantor
Noetherová
Clairaut
Klein

Príležitostnou spomienkou na životné osudy ľudí spojených s matematickou kultúrou môžeme ako učitelia školskej matematiky prispieť k hlboko ľudskej motivácii našich žiakov pre trvalú výstavbu zušľachtľujúcej civilizácie.

James SYLVESTER – matematik hrdý na svoju poéziu

Plán krásy

Na svete neexistuje taká veda, ktorá dáva do pohybu toľko harmónie ako matematika. Vtipným mužom, ktorý očakával veľkú symbolickú jednotu všetkých matematických disciplín, bol Matematika je najistejšia pôda pre ľudstvo. Zostane nedotknuteľná až kým sa plán univerza, ktorý sa rozprestiera pod našimi nohami ako mapa, nestane súčasťou ľudskej mysle.

J. J. Sylvester (1814–1897), anglický matematik, stelesnená predstava toho, kto žije medzi ideálnymi číslami, vysoko nad problémami všedného dňa. Svet nápadov, ktorý matematika obsahuje, je oslavou božskej krásy. Spôsob, akým matematika spája všetky svoje časti, je nekonečný poriadok a absolútny dôkaz pravdy, ktorou sa zaoberá. Matematika je najistejšia pôda pre ľudstvo. Zostane nedotknuteľná až kým sa plán univerza, ktorý sa rozprestiera pod našimi nohami ako mapa, nestane súčasťou ľudskej mysle.

Osudy žitia



V londýnskej židovskej rodine sa **3. 9. 1814** narodil James Joseph Sylvester. Po vychodení základnej školy navštevoval strednú školu v Liverpoole. V rokoch 1831–1837 študoval na St. John's College v Cambridgi. Potom učil fyziku na univerzite v Londýne. *Objekt čistej fyziky je sledovanie zákonov sveta, objekt čistej matematiky je sledovanie ľudskej inteligencie.* V roku 1841 pôsobil polrok na univerzite vo Virginii (USA). Po návrate do Anglicka študoval právo a pracoval ako matematický štatistik v poisťovacej spoločnosti.

Na súdnom dvore v Londýne sa zoznámil s A. Cayleym (1821–1895) a čínorodo spolupracovali na rozvoji teórie matíc. Do profesionálnej matematiky sa Sylvester vrátil ako profesor na Kráľovskej vojenskej akadémii vo Woolwichi (1854–1870). V rokoch 1877–1883 pôsobil na univerzite J. Hopkinsa v Baltimore (USA). Keď sa vrátil z Ameriky učil v Oxforde na katedre geometrie. V roku 1892 sa vrátil (s poruchami zraku i pamäti) do Londýna, kde 15. marca 1897 zomrel.

Odborné úspechy

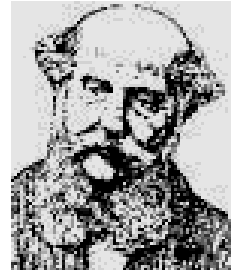
Za svoj dlhý život napísal Sylvester viac než 300 pojednaní z algebry, z teórie matíc a determinantov, z teórie invariantov, pravdepodobnosti, mechaniky a matematickej fyziky. Spolu s A. Cayleym a G. Salmonom (1819–1904) vytvoril Sylvester spolok matematikov, prezývaný „invariantná trojica“. Spolupracovali hlavne na základoch algebraickej teórie invariantov. Uznávali Sylvestrovo presvedčenie: *Matematika je hudbou rozumu... Muzikant cíti matematicky, matematik myslí hudobne. Hudba je sen, matematika je skutočný život.*

Sylvester položil základy teórie elementárnych deliteľov (1851), sformuloval zákon zotrvačnosti kvadratických foriem (1852). Bol úspešným tvorcom matematických termínov (napr. invariant, kovariant a pod.), zaviedol pojem matice,

využíval teóriu matíc na štúdium viacrozmernej geometrie, študoval kanonické tvary kvadratických foriem. Prispel k rozvoju modernej matematike v Amerike (r. 1878 založil prvý americký matematický časopis). Roku 1881 dokázal, že pre každé dostatočne veľké prirodzené číslo n existuje prvočíslo p tak, že platí $n < p < 1,092 \cdot n$. **Sylvester** tak prispel k objasneniu problematiky Bertrandovej hypotézy.

Poet i hádankár

Mal rád riešenie vtipných problémov. Posielal do novín hádanky. S jeho menom je spojená aj táto úloha: Z veľkého počtu poštových známok s hodnotami 5 a 17 sa dajú skladať rôzne hodnoty. Aká je najväčšia hodnota, ktorá sa nedá vytvoriť kombináciou týchto dvoch hodnôt?



Roztržitý profesor Sylvester mal rád aj poéziu, citlivo vnímal zákutia básnického umenia. Sám vydal *Zákony verša* a bol na toto literárne dielo aj príslušne hrdý. Pritom však zostal verný svojmu presvedčeniu, že *matematika zvyšuje ľudské schopnosti postupnými krokmi od začiatku k stále vyšším stupňom intelektuálnej existencie*.

Matematika je príležitosť

Matematika je skúmanie rozdielnosti v podobnom a podobnosti v rozdielnom. James J. Sylvester, vtipný muž matematickej kultúry, tušil, že svet, v ktorom žijeme, je odrazom vyššej zmysluplnosti, ku ktorej sa vierou a rozumom približujeme. *Nepoznám lepšiu možnosť na podporu schopnosti modliť sa, než štúdium matematiky.*



Waclav SIERPIŃSKI – bádateľ nekonečna

Vo svete čísiel

Viete čo sú prvočísla? Prvočíslom nazývame každé prirodzené číslo väčšie ako 1, ktoré nie je súčinom dvoch prirodzených čísel väčších než 1. Tie prvé sú: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ... ale tiež napríklad $2^{127}-1$ alebo $2^{3217}-1$. Už Euklides vedel, že prvočísiel je nekonečne mnoho. Zaujímavé vlastnosti prvočísiel stále udivujú mnohých popredných matematikov na celom svete. Možno sa vám dostane do rúk neveľká knižka s nadpisom *Co víme a co nevíme o prvočíslech* (SNP, Praha 1966). Jej autorom je poľský matematik **Waclaw Sierpiński (1882–1969)**.

Vlastenecký zápal

Vo Varšave sa 14. marca 1882 v rodine lekára K. W. Sierpińského narodil syn



Waclav. Vychodil štátne gymnázium s ruským vyučovacím jazykom. V tom čase nebolo Poľsko samostatné. Mladý Waclav mal rozvinuté sociálne a vlastenecké cítenie. So spolužiakmi založil tajnú prípravku na maturitné skúšky pre chudobných chlapcov, ktorí nemohli navštevovať školu, aby sa tak mohli pripravovať na zloženie maturity. Sierpińského záujem o matematiku prebudil jeho učiteľ matematiky W. Włodarski, ktorý sprístupňoval študentom aj poznatky presahujúce rámec učebných osnov. Po úspešnom štúdiu na fyzikálno-matematickej fakulte univerzity vo Varšave bol Sierpiński vyznamenaný

zlatou medailou a dosiahol hodnosť kandidáta matematických vied. Po ďalšom štúdiu na Jagellonskej univerzite v Krakove získal roku 1906 doktorát filozofie.

Objaviteľ i zakladateľ

Stal sa gymnaziálnym učiteľom, neskôr vyučoval na súkromných školách. V roku 1906 začal prednášať na univerzite vo Lvove, kde sa stal neskôr mimoriadnym profesorom matematiky. Cez vojnu bol internovaný v Rusku (1914–1918). Tam sa zoznámil s ruskými matematikmi, navštevoval moskovskú univerzitnú knižnicu, zúčastňoval sa na schôdzach *Moskovskej matematickej spoločnosti*, uverejnil aj niekoľko odborných prác s N. N. Luzinom. Po návrate do Varšavy organizačne a pedagogicky budoval univerzitu, na ktorej bol profesorom matematiky (1918–1960). Tu založil uznávaný medzinárodný odborný matematický časopis *Fundamenta mathematicae*. V období medzi dvoma vojnami rozvinul úspešnú matematickú bádateľskú a učiteľskú činnosť. Stal sa (1952) členom Poľskej akadémie vied, bol jej (1952–1957) viceprezidentom. Zomrel **21. októbra 1969** vo Varšave.

Waclaw Sierpiński vychoval veľký počet úspešných matematikov, pre ktorých bol vedeckým i mravným príkladom v svedomitej a vytrvalej odbornej činnosti. Vytvoril 724 vedeckých pojednaní, monografií, učebníc i popularizačných prác, z toho je 50 kníh a brožúr. Zaoberal sa teóriou množín, topológiou, teóriou čísel, teóriou reálnych funkcií a matematickou analýzou. V roku 1912 zostrojil zjednodušenú Peanovu



krivku tzv. *Sierpińskiego koberec*. O problematike hypotézy kontinua v teórii množín publikoval roku 1934 obsiahlu knihu. Organizoval matematický život v Poľsku, vytváral odborne veľmi úspešné kolektívy matematikov. Obsah jeho prednášok bol vždy veľmi dobre premyslený, doplnený najnovšími poznatkami, sprístupňovaný originálnymi pohľadmi. Osobné stretnutia so spolupracovníkmi

i žiakmi boli neformálne, plné nadšenia pre pokrok matematiky. Ani strata súkromnej bohatej knižnice s korešpondenciou od vynikajúcich svetových matematikov (Cantor, Lebesgue, Zermelo), ktorá vyhorela vo vojnovej Varšave, neotriasla Sierpińskiego presvedčením o dôležitosti rozvoja matematického poznávania. Na jeho náhrobku je nápis – *bádateľ nekonečna*.

Ocenené zásluhy

Deväť univerzít udelilo Waclawowi Sierpińskému čestný doktorát, desať vedeckých akadémií ho zvolilo za svojho člena. Bol zástupcom predsedu medzinárodného zjazdu matematikov v Bologni (1928), predsedom zjazdu slovanských matematikov vo Varšave (1929), prednášal na medzinárodnom kongrese matematikov v Zürichu (1932) i v Oslo (1936). Čestným členom Jednoty československých matematikov bol od roku 1923, v roku 1948 mu udelila Karlova univerzita v Prahe čestný doktorát, v roku 1960 bol zvolený zahraničným členom Československej akadémie vied. V roku 1971 po ňom pomenovali jeden kráter na Mesiaci. Matematici na celom svete ocenili jeho zásluhy o rozvoj matematickej vedy.



Waclaw Sierpiński

- matematyk, jeden z twórców warszawskiej szkoły matematycznej, autor licznych prac z dziedziny teorii mnogości, teorii liczb, teorii funkcji rzeczywistych i topologii.
- mathematician, one of the founders of the Warsaw school of mathematics, the author of numerous works on set theory, number theory, theory of real functions and topology.



Norbert WIENER – kormidelník zápasu o poznanie

Nadaný pre štúdium

Od útleho veku som mal záujem o to, čo sa okolo mňa deje, čo je toho príčinou. Štvorročný som vedel čítať a skoro ihneď som sa ponoril do čítania vedeckých kníh najrôznejšieho druhu...

Otec ma uviedol do štúdia klasických a moderných jazykov aj do matematiky. Prírodné vedy som študoval, pretože som chcel.

Jeden z najvýznamnejších vedcov 20. storočia americký matematik

Norbert Wiener (26. 11. 1894 – 18. 3. 1964) položil trvalé teoretické základy kybernetiky a vynaložil veľké úsilie o jej oficiálne uznanie.

Abstraktnú matematickú vedu vedel účinne používať pre riešenie reálnych problémov vedeckého a technického sveta. V knižke ***Kybernetika alebo riadenie a prenos informácií v živom organizme a stroji*** odhalil a formoval zákonitosti pre spracúvanie informácií. Objasnil podobnosť medzi systémom počítačích strojov a činnosťou nervovej sústavy. Ukázal význam princípu spätnej väzby pre systémy automatickej regulácie, spoznal dôležitú úlohu plnohodnotných informácií v organizovaných systémoch. Ovládal desať jazykov, napísal viac než dvesto odborných príspevkov a 14 kníh.



Radosť z matematiky



Zaujímavým odkazom Norberta Wienera je pozvanie k matematickému štúdiu: *Jedna z hlavných pohnútok, ktoré ma hnali do matematiky, bol nepríjemný pocit alebo dokonca bolesť, ktorú som cítil, keď niečo v matematike nesúhlasilo, pokiaľ to nebolo vyriešené. Až neskôr som pochopil, že je treba počítať aj s tým, čo nesúhlasí; postupne sa vec rozuzlí a potom je možné pokračovať... Čísla môžu mať kultúrnu a estetickú hodnotu, alebo môžu mať akýsi vzťah k takým pojmom, ako je krása, sila, nadšenie. **Matematika je jedným z druhov umenia...** Tvorba matematikov nenachádza taký ohlas ako diela sochára alebo skladateľa. To je spôsobené tým, že vniknúť aspoň elementárne do podstaty matematiky je oveľa zložitejšie, než dosiahnuť nejaké uspokojenie z hudby... Matematika je veda mladých. Inak to ani byť nemôže, lebo práca v oblasti matematiky je gymnastika mozgu, ktorá vyžaduje naprostú pružnosť a odolnosť mladosti... Najvyššie poslanie matematiky spočíva práve v tom, aby nachádzala skrytý poriadok v chaose, ktorý nás obklopuje.*

diela sochára alebo skladateľa. To je spôsobené tým, že vniknúť aspoň elementárne do podstaty matematiky je oveľa zložitejšie, než dosiahnuť nejaké uspokojenie z hudby... Matematika je veda mladých. Inak to ani byť nemôže, lebo práca v oblasti matematiky je gymnastika mozgu, ktorá vyžaduje naprostú pružnosť a odolnosť mladosti... Najvyššie poslanie matematiky spočíva práve v tom, aby nachádzala skrytý poriadok v chaose, ktorý nás obklopuje.

Aj pre súčasnosť

Pre našu počítačovú éru môžu byť podnetné aj niektoré ďalšie myšlienky, ktorých autorom je Norbert Wiener:

- *Samočinný počítač má práve takú hodnotu, akú kvalitu má človek, ktorý ho používa.*

- *Keď používame „rozumné stroje“, musíme my sami prejavovať ešte viac rozumu a schopností, ako sme prejavili predtým, kým sme ich nepoužívali. Ak však požadujeme „um“ od stroja, musíme od seba samých žiadať ešte viac rozumu.*
- *Dajte človeku čo je ľudské a počítaču to, čo je strojové.*

V zápase sú víťazstvá i prehry

*Vytrvalo sa zamýšľal nad zmyslom vedy a poznania vôbec. Príroda hrá čestnú hru. Sily, s ktorými sa vedec stretá, sú sily zmätku a nie sily vedomej zloby... **Dôležité nie je víťazstvo, ale zápas o poznanie...** Veda je pokus vytvoriť ostrovček organizovanosti zoči-voči základnej tendencii prírody k chaosu. Je to bezočivosť voči bohom, ale zároveň aj železná nevyhnutnosť, ktorú nám ukladajú... Vedec by mal byť hnaný takým neodolateľným tvorivým pudom, aby bol dokonca sám ochotný, ak nie je za svoju prácu platený, zaplatiť, aby mal možnosť ju konať... **Disciplínou vedca je zasvätenie pravde...** Nebojujeme o konečné víťazstvo v nekonečnej budúcnosti. Najväčšie možné víťazstvo je to, že človek je, že v bytí pokračuje a že bol. Žiadna porážka nás nemôže pripraviť o úspech, že sme v určitom okamihu existovali, a to vo vesmíre, ktorý sa zdá byť voči nám ľahostajný.*

Pravda i spravodlivosť

Zaoberal sa nielen matematikou, kybernetikou a ich teoretickými alebo aplikačnými problémami, ale aj otázkami filozofickými. Vedel, že poznanie súvisí s komunikáciou, moc s riadením a hodnotenie s etikou. Norbert Wiener spoznal, že človek nie je otrokom, ale tvorcom. Hlavnú úlohu vedcov videl v hľadaní skrytého poriadku v zdanlivom chaose prírody. Vždy vyhlasoval morálnu zodpovednosť vedeckých pracovníkov za výsledky ich činnosti. *Žijeme však v dobe, kedy formy do značnej miery nahrádzajú výchovný obsah, samotná túžba po poznaní sa zriedka pokladá za dôstojný cieľ, pričom sa dnes považuje získanie vyššieho vzdelania viac za záležitosť spoločenskej vážnosti ako za výraz nejakého hlbokého impulzu... **Je už pokročilá doba a voľba medzi dobrom a zlom búcha na naše dvere.***

Otec kybernetiky Norbert Wiener ponúkol nevšedné riešenia i nové syntetické pohľady nielen na spôsob spracúvania informácií v riadiacich systémoch, ale aj na problémy hlboko ľudské a bytostne spoločenské.



Pafnutij Lvovič ČEBYŠEV – uznaný za ruského Gaussa

Dlhodobá tradícia

Petrohrad v rokoch 1847–1882. Sobota popoludní. K bytu profesora Čebyševa kráčajú mladí ľudia. Sú to budúci matematici, mechanici, priatelia exaktných vied. Človek, ktorého idú navštíviť je ochotný pomôcť radou, dobrým slovom, príkladom. Vždy v sobotu popoludní môžu prísť debatovať o odbornej problematike. Medzi tým sa často vyriešia aj bežné záležitosti študentského života. Vždy mimoriadne zdržanlivý a zdvorilý P.F. Čebyšev usmerní, poradí, pomôže. Ako žil a pracoval významný ruský matematik Pafnutij Lvovič Čebyšev (1821–1894)?



Zmysluplné štúdium prinieslo úžitok

Na panstve Okatovo v Kalužskej gubernii sa málo známemu ruskému šľachticovi L. P. Čebyševovi narodil 16. mája 1821 syn Pafnutij. Vzdelaný otec zabezpečil základnú výchovu doma. Matka učila syna čítať a písať. Sesternica A. K. Sucharevová, vzdelaná dievča, ktorej portrét si Čebyšev chránil s veľkou láskou až do konca svojho života, viedla vyučovanie aritmetiky a francúzskeho jazyka. V roku 1832 sa rodina presťahovala do Moskvy. Pafnutij sa dostal na štúdiá k P.N. Pogorelskému, veľmi obľúbenému učiteľovi súkromného gymnázia, ktorý



vedel vzbudiť záujem žiakov o matematiku. Pôsobenie skúseného pedagóga malo podstatný vplyv na budúceho študenta Moskovskej univerzity. Šestnásťročný vstúpil do matematického a fyzikálneho oddelenia filozofickej fakulty (1837). Štúdium u profesorov N. E. Zernova a N. D. Brašmana, plné jasného a zmysluplného matematického vzdelávania, rozvinulo zárodoky lásky k matematike. Snaživý Čebyšev získal už počas štúdia striebornú medailu univerzity za prácu *Výpočet koreňov rovníc*. Vedecky a pedagogicky začal pracovať na univerzite (1847) v oblasti čistej i aplikovanej

matematiky. Za prácu z teórie čísel získal hodnosť doktora matematiky (1849). V roku 1850 Čebyšev ako prvý dokázal tzv. Bertrandov postulát, tvrdenie, že pre $n > 3$ leží medzi prirodzenými číslami n a $2n-2$ aspoň jedno prvočíslo.

Bol známy aj za hranicami

Prvý raz za hranice Ruska vycestoval v roku 1852, s cieľom riešiť otázky praktickej mechaniky. Za celý život vytvoril asi 40 nových mechanizmov a viac ako 80 ich zdokonalil. Napríklad Čebyšev skonštruoval sčítací stroj s plynulým prenosom desiatok z nižšieho rádu na vyšší (1878). Niektoré mechanizmy vystavoval na výstavách v Paríži (1878) a Chicagu (1893). Napísal pojednania o praktickej mechanike, o koncentrických regulátoroch, o prístroji na konštruovanie

geografických máp a pod. Vypracoval teóriu prevodových mechanizmov parných strojov.

Na univerzite v Petrohrade sa stal (1860) riadnym profesorom matematiky. Prednášal teóriu pravdepodobnosti, diferenciálny a integrálny počet, teóriu čísel. Od roku 1853 pracoval v Akadémii vied v oddelení aplikovanej matematiky. Akademikom sa stal v roku 1859. Spolupracoval predovšetkým s V. Ja. Buňakovským, ktorý ho do akadémie priviedol. Vzhľadom na výsledky svojich matematických prác bol Čebyšev zvolený za člena akadémií v Berlíne (1871), Bologni (1873), Paríži (1874), Londýne (1877), Štokholme (1893). Ďalšie počty získal od mnohých ruských aj cudzích vedeckých a kultúrnych inštitúcií.

Odborné výsledky

Vedeckou prácou zanechal viac ako 70 pojednaní z teórie čísel, teórie pravdepodobnosti, teórie aproximácií, teórie mechanizmov. Čebyšev dosiahol dôležité výsledky v problematike rozloženia prvočísel a stanovil asymptotický zákon ich rozloženia. Tieto poznatky publikoval v prácach *O počte prvočísel neprevyšujúcich dané číslo* (1849) a *O prvočíslách* (1858). Čebyševova učebnica teórie čísel sa používala v Rusku celé polstoročie. V teórii pravdepodobnosti študoval náhodné veličiny, dokázal niektoré zovšeobecnené formy zákona veľkých čísel, zistil nové spôsoby dôkazov limitných viet. Stal sa zakladateľom teórie optimálnej aproximácie funkcií pomocou polynómov. Vyriešil aj niektoré problémy integrácie iracionálnych výrazov z algebrických funkcií a logaritmov. Určil základné smery rozvoja matematiky v Rusku a stal sa jedným zo zakladateľov Petrohradskej matematickej školy.



Pafnutij Lvovič mal vždy veľký sklon pre prácu s mechanizmami. Rád konštruoval technické modely, úžitkové prístroje a rôzne mechanické hračky. Pravidelne premýšľal o praktickom uplatnení matematických poznatkov. Vytušil, že zblíženie teórie s praxou prináša tie najpriaznivejšie výsledky. Nielen prax na tom získava, ale aj veda sa rozvíja: objavujú sa nové objekty pre výskum. Každý vzájomný vzťah medzi matematickými symbolmi, hovoril, zodpovedá vzťahu medzi reálnymi vecami – matematická úvaha je rovnocenná veľa ráz zopakovanému experimentu veľkej presnosti, ktorý treba doviest' k logicky a materiálne bezchybným záverom.

Činnosť učiteľská

V pedagogickej práci vedel Čebyšev zjednotiť náročné požiadavky s láskavým prístupom. Aj keď hovoril rýchlo, vysvetľoval presne a zrozumiteľne. Snažil sa, aby si študenti vytvárali návyk pre samostatné premýšľanie a matematickú tvorivosť. Kládol vysoké požiadavky na vedomostnú úroveň svojich žiakov. Pri skúškach nebol veľmi zhovievavý, ale ani veľmi prísny. Poslucháči sa snažili látku jeho prednášok zvládnuť, lebo neurobenie skúšky u neho považovali za zvlášť veľkú hanbu.

Až na pokraj síl

Pafnutij Lvovič Čebyšev prežil život oddaný tvorivej matematickej činnosti. Kráčaľ životom sám, ale necítil sa osamelým. Bez ohľadu na svoje krívanie, chodil rýchlo a reagoval energicky. Jeho trvalým domovom sa stal Petrohrad.

Ráno **8. decembra 1894** si sadol za písací stôl a požiadal o čaj. Služka ho našla skloneného nad stolom v bezvedomí. Smrť nastala ochrnutím činnosti srdca.

Sympatická poznámka

Túžba, aby sa praktické potreby odrážali v matematickej teórii a prispeli k novým vedeckým objavom, ktoré zasa pomôžu k rozvoju praktickej činnosti, zostane trvalým odkazom života a diela, ktoré ním zanechal P. L. Čebyšev. Veľmi pekne to vyjadril slovami: *Za starých časov zadávali matematike úlohy bohovia. Napr. zdvojenie kocky na vymeřanie rozmeru Delfského obetného kameňa. Potom nastalo druhé obdobie, keď úlohy zadávali polobohovia: Newton, Euler, Lagrange. Teraz je tretia etapa, úlohy zadáva praktická činnosť. Moderná prax žiada vždy to najlepšie a najvýhodnejšie.*



Пафнутий Львович Чебышев (1821 – 1894)

János BOLYAI – súboj zmyslov a rozumu



*Boh zatvoril náš rozum do priestoru
a zotročil ho putom pamäti.
Myšlienka – jastrab sotva obletí
len svoju klietku diamantovo – sporú.*

*Ja, blahorečiac duchu za ten čin
vtákovi, ktorý nazrel tam, kam žiaden,
z ničoho nový svet stvoril za deň
jak väzeň povraz tkaný z pavučín.*

*Úzkoprsému nebu navzdory
pootváral som nekonečnú navždy.
Nehľadiac na to, kto čo hovorí,
vylúpim trezor nemožnosti každý.*

*Smejem sa, Euklides, starý lišiak,
že s bohom o zákony delil si sa.*

(báseň Bolyai od M. Babitsa preložil V. Kondrát)

Piata Euklidova axióma

„Daj pokoj rovnobežkám. Je to bezodná tma, ktorá ťa pohltí. Skúsil som tú cestu, tú bezradnú noc, v ktorej vyhasla všetka radosť a svetlo môjho života. Stráň sa rovnobežiek, tie zhltnú všetok tvoj čas, tvoje zdravie, tvoj pokoj a životné šťastie. Vykonal som obrovskú prácu, aby som geometriu očistil. Vrátil som sa, keď som zistil, že dno tejto tmy z tejto zeme dosiahnuť nemožno. V tomto probléme je večný, do seba zapadajúci cyklus – stály klamlivý labyrint. Ani krok ďalej, ináč si stratený človek.“ Tieto slová napísal otec synovi. Syn však neposlúchol. Stal sa jedným z trojice objaviteľov neeuklidovskej geometrie. Maďarský vojenský inžinier János Bolyai (15. 12. 1802 – 27. 1. 1860), v izolácii od vedeckého sveta, dokázal vybudovať netradičné matematické predstavy, v ktorých neplatilo tvrdenie o existencii práve jednej rovnobežky prechádzajúcej daným bodom k danej priamke.

Životný osud

Bolyaiovci pochádzali zo zemianskych predkov v Sedmohradsku. Chlapec János bol od mladosti veľmi zvedavý. Často kládol otcovi, učiteľovi matematiky, fyziky a chémie, rozmanité otázky. Päťročný poznal súhvezdia oblohy. Pri vychádzke za mesto uvidel planétu Jupiter. Usúdil, že musí byť veľmi ďaleko, lebo aj v meste ju videl na tom istom mieste oblohy. Vplyv starostlivého otca sa prejavil vo vedomostiach a záujmoch syna. Trinásťročný chlapec mal vedomosti na úrovni univerzity, hlavne z matematiky. Poznámky otca o nemožnosti riešenia problémov okolo piateho Euklidovho postulátu vyprovokovali Jánosa k rozhodnutiu vyriešiť úlohu o rovnobežkách za každú cenu. Po úspešnom štúdiu na gymnáziu nešiel pre nedostatok prostriedkov študovať na univerzitu. Absolvoval vojenskú inžiniersku akadémiu vo Viedni (1818 – 1823). Rázny mladý dôstojník Bolyai bol veľmi prchký a vznetlivý. Jedného dňa pristal dokonca až na 13 súbojov. Po každých dvoch žiadal

prestávku, aby si na husliach zahral svoje obľúbené skladby. Všetkých sokov vtedy porazil. Vo vojenských papieroch zostal záznam: *...málovravný, vyhýba sa styku s ostatnými dôstojníkmi, v inžinierskej službe javí nedostatok ochoty, vášnivý šachista...* Predčasnému penzionovaniu sa však pre svoju neznášateľnú povahu a nedostatok vojenskej horlivosti predsa len nevyhol. Ani rodinný život sa mu nevydaril, žena s deťmi od neho odišla. Ľudia sa mu vyhýbali a pohrdali ním. János Bolyai zostal ku koncu života celkom osamelý.

Vášeň objavu

Sústredená práca smelého mladíka, pre ktorého nič nebolo sväté, bola novou výzvou všeobecnej mienke. Viac ako päť rokov spracúval výsledky svojich geometrických predstáv. Už pred rokom 1823 zanechal pokusy o dôkaz piatej Euklidovej axiómy, uvedomil si jej nezávislosť a začal budovať geometriu bez nej. Vtedy písal: *Z ničoho som stvoril nový, iný svet. Ako vám to mám vysvetliť, ako sa mám s vami podeliť s tým, čo len vo mne svieti? Kniha jeho otca Farkaša s 23–stránkovým Jánošovým dodatkom (1832) ponúkala absolútne pravdivú vedu o priestore. Svet sa dozvedel o novom svete, ale odozva nebola veľká.*

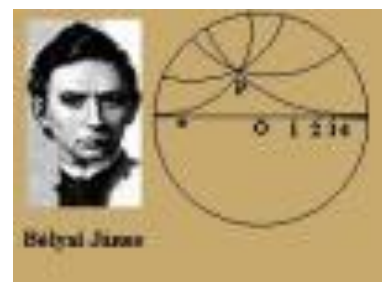
Ocenenie však prišlo od významného nemeckého matematika Gaussa: *„...geometrické myšlienky sú tu veľmi elegantne vyložené, i keď pre nezasvätencov príliš stručne a teda trochu ťažko prístupnou formou... považujem tohto mladého matematika za génia prvého rádu.“* Lenže bolo naštrbené prvenstvo. Gauss napísal, že podobné úvahy urobil skôr, no nikde ich nepublikoval. Bolyai bol rozčarovaný. Neskôr si preštudoval práce ruského matematika Lobačevského a priznal prvenstvo jemu. Trpkou znášal nepochopenie a stratu prvenstva v poznaní novej geometrie. Tragédia stratenej energie a času na riešenie neriešiteľných problémov – všeobecná metóda na riešenie rovníc piateho stupňa a vyšších stupňov, všeobecný vzorec pre prvočísla, premenu kruhu na štvorec s rovnakým obsahom – vyčerpala jeho duševné sily. Z matematiky už viac nič nepublikoval. *Všetko so všetkým sa stretne vo víchrici a strachu v ohnutom priestore.*



Zápas o pravdu

Svet matematickej vedy sa pretavil do snahy o všeobecné blaho. Bolyai vyznáva: *...ten, kto okolo seba nenašiel lásku, skôr či neskôr vyvolí si ľudstvo, svoj osud zviaže s hviezdami a po pravde a kráse bude vyznávať dobro.*

Hľadanie netradičnej pravdy a túžba po všeľudskej spravodlivosti uštedrili nádejnému matematikovi nepochopenie, smútok i žiaľ. Nebál sa napísať: *Blaho pre jednotlivcov možno priniesť a udržať len vtedy, ak sa dostane pre všetkých a nikto nemôže byť dokonale šťastným, ak neuvidí zaistené blaho pre všetkých ostatných.* Veril, že veda prehlbujúc poznanie prírody a spoločnosti, je prostriedkom dosiahnutia ľudského šťastia. Jeho osobné poznámky a listy, ktoré neskôr našli, sú toho dôkazom: *Vo vede práve tak ako v samotnom skutočnom živote, je dôležité, aby to, čo je nutné a všeobecne užitočné, i keď ešte nie je dosť jasné, bolo zodpovedne vysvetľované a aby chýbajúci alebo skôr driemkajúci zmysel pre pravdu a právo bol vyburcovaný, náležite utvrďovaný a podporovaný.* Poznámka *Nie proti pravde rebelujem! Len proti jedinej ceste k nej* – je výkrikom tvorivého ducha, fascinujúcou túžbou človeka po poznaní.



Peter G. Lejeune DIRICHLET – nezabudnuteľný Gaussov nástupca

Známy princíp

Skúste zodpovedne odpovedať na otázku z nasledujúcej úlohy. V našom meste sa narodilo v minulom roku 370 detí. Nájdú sa medzi nimi aspoň dve deti, ktoré sa narodili v rovnaký deň toho roku?

Správna odpoveď je: áno. Ak by sa každý deň roku narodilo najviac jedno dieťa, tak by ich spolu bolo najviac 365 (v priestupnom roku 366). Ale detí sa narodilo 370, teda musí existovať taký deň v roku, kedy sa narodili aspoň dve deti. Je pravda, že nevieme, v ktorý deň sa to stalo, ale je zrejmé, že taký deň nastal.

Vlastne sme použili pomerne známy Dirichletov (zásuvkový) princíp: Ak je viac než n predmetov rozdelených do n skupín (zásuviek), tak existuje aspoň jedna skupina (zásuvka), v ktorej sa nachádzajú aspoň dva predmety. Dokážme túto skutočnosť: Nech po rozdelení je k_i počet predmetov v i – tej skupine (zásuvke) [$i = 1, 2, 3, \dots, n$]. Keby v každej skupine bol najviac jeden predmet, teda k_i by bolo vždy menšie alebo rovné 1, tak potom by všetkých predmetov spolu bolo $k_1 + k_2 + k_3 + \dots + k_n \leq n$, ale to je spor, lebo predmetov na rozdelenie je viac než n , teda v niektorej skupine (zásuvke) musí byť viac než jeden predmet, teda aspoň dva.

Postupnosť života



Má veľmi zaujímavé meno. Je odvodené zo spojenia „Le jeune de Richelet“ (mladík z Richeletu; Richelet je mestečko v Belgicku). Jeho rodina emigrovala z Belgicka do Nemecka.

Peter Gustav Lejeune – Dirichlet (* 13. február 1805

– † 5. máj 1859) začal chodiť (1817) do gymnázia v Bonne, potom doštudoval v jezuitskom gymnáziu v Kolíne nad Rýnom. Bol pozorným študentom, zaujímal sa hlavne o históriu a matematiku (rád si za svoje vreckové kupoval odbornú literatúru). Univerzitu navštevoval v Paríži (od 1822), kde bol aj domácim učiteľom v rodine generála Foya. Spoznal významných francúzskych matematikov (Fourier, Laplace,

Lacroix, Legendre). Do Nemecka sa vrátil v roku 1826. Bol docentom v Breslau (1827), vyučoval (1828) na vojenskej škole a neskôr (1839) bol profesorom na univerzite v Berlíne. Od roku 1855 sa stal nástupcom Gausa na univerzite v Göttingene a vytvoril tam svetové centrum matematického bádania. Oženil sa (1832) so sestrou hudobného skladateľa Felixa Mendelsshona. Mali spolu troch synov a jednu dcéru. Na letnej matematickej konferencii utrpel (1858) srdečný infarkt a po krátkej dobe (asi aj zo smútku za svojou zosnulou manželkou) zomrel.

Matematické záujmy

Hlavné odborné záujmy, na ktoré sa Dirichlet sústredil: teória čísel, matematická analýza (teória potenciálu, nekonečné rady, určitý integrál), matematická fyzika a hydrodynamika. Vybudoval teóriu trigonometrických radov a využitím

analytických funkcií rozvinul analytickú teóriu čísiel, prispel k správne-
 pochopeniu podstaty teórie funkcií. Dokázal Veľkú Fermatovu vetu pre $n = 5$
 a pre $n = 14$. Dirichlet podal dôkaz (1837) vety o prvočíslach v aritmetických
 postupnostiach: V aritmetickej postupnosti $\{a+n \cdot d\}_{n=1}^{\infty}$, kde a, d sú nesúdeliteľné
 prirodzené čísla, sa vyskytuje nekonečne veľa prvočísiel. Vo variačnom počte
 zaviedol princíp, ktorý predpokladá existenciu určitej funkcie, ktorá za predpísaných
 počiatočných podmienok robí určitý integrál minimálnym. Podal (1840) aj kritérium
 pre rovnomernú konvergenciu radov. S Dirichletovým menom sú spojené aj ďalšie
 matematické pojmy. Vo funkcionálnej analýze je to: *Dirichletovo jadro, Dirichletov
 integrál, Dirichletov problém pre eliptické parciálne diferenciálne rovnice,
 Dirichletov rad i Dirichletov vzorec*. Veľmi známa je *Dirichletova funkcia*
 zadefinovaná takto: k je x racionálne číslo, tak $f(x) = 1$;
 ak je x iracionálne číslo, tak $f(x) = 0$. Táto funkcia je v každom
 bode nespojitá. Richard Dedekind (1831–1916) vydal (1862)
 vydal Dirichletove upravené a doplnené prednášky z teórie čísiel
 pod názvom *Vorlesungen über Zahlenheorie*.

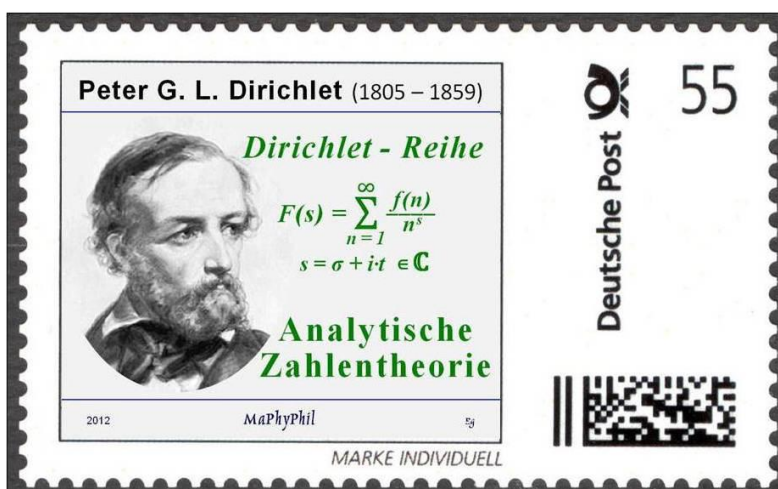


Aktívna skromná spomienka

Dúfam, že ľahko uznáte aj trochu všeobecnejší Dirichletov princíp: Ak je viac než
 $m \cdot n$ predmetov rozdelených do n skupín, tak aspoň v jednej skupine je viac
 než m predmetov. Skúste vyriešiť úlohu: Medzi ľubovoľne zvolenými piatimi
 prirodzenými číslami, sú vždy aspoň dve také, že ich rozdiel je deliteľný štyrmi.
 Ak ste si to niekoľkokrát vyskúšali, zistili ste, že to platí.
 Skúste ukázať všeobecný postup a urobiť dôkaz tohto tvrdenia.



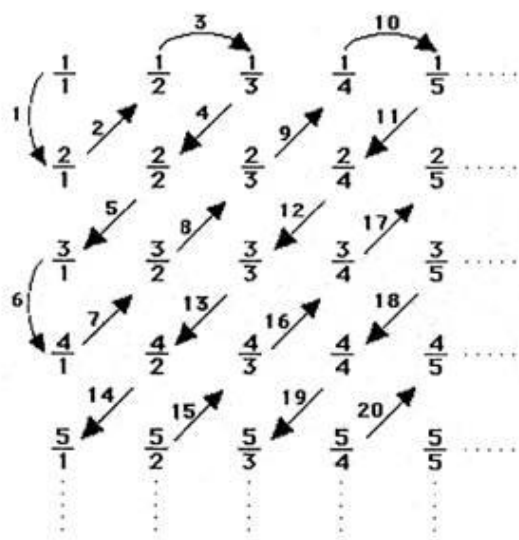
Peter Lejeune Dirichlet šíril a spájal vedomosti európskej
 matematiky, stal sa úspešným nástupcom významných francúzskych
 i nemeckých matematikov. Bol znamenitý učiteľ s jasnou analýzou
 problémov i postupov ich riešenia. Aj hudbu vnímal ako podnetnú
 ideu pre čaro matematiky.



Georg CANTOR – otec teórie množín

Podozrivá skupina prvkov

Množina je skupina určitých objektov, chápaných ako jeden celok. *Množina* je určená svojimi prvkami (vymenovaním jej prvkov) alebo pravidlom, vlastnosťami, ktoré jej prvky majú spĺňať. *Množina* môže mať konečný alebo nekonečný počet prvkov. Určite viete, z akých prvkov sa skladá množina všetkých prirodzených čísiel, ktorá má nekonečne veľa prvkov. Dajú sa postupne počítať. Pomenujme každú množinu, ktorá má toľko prvkov ako množina všetkých prirodzených čísiel, že je *spočítateľná*. To znamená, že množina je *spočítateľná*, ak je nekonečná a možno jej prvky očíslovať pomocou všetkých prirodzených čísiel. Napríklad aj množina všetkých párnych prirodzených čísiel je nekonečná a môžeme ju vhodne očíslovať, napr. takto: $2 \rightarrow 1$, $4 \rightarrow 2$, $6 \rightarrow 3$, atď., všeobecne $2n \rightarrow n$. To znamená, že má „rovnaako veľa“ prvkov ako množina všetkých prirodzených čísiel. Ale to je zrada. Vždy predsa platilo, že časť je menšia ako celok. Množina párnych čísiel je časťou množiny prirodzených čísiel a predsa má „rovnaký počet“ prvkov! Zdá sa, že prirodzený „zákon a úsudok“ stratil pri nekonečných množinách svoju platnosť. Porovnanie nekonečných množín prinieslo prvé prekvapenie.



To nie je všetko. Ukážeme ešte jednu raritu. Aj kladných racionálnych čísiel, teda zlomkov, napr. $1/2$, $1/3$, $2/5$, ..., je toľko ako prirodzených čísiel. Čudujete sa? Ukážme si, že možno priradiť všetky prirodzené čísla, všetkým kladným racionálnym číslam. Pozrite sa na tabuľku vľavo. Určite sú tam všetky kladné zlomky, dokonca aj viackrát (lebo $4/2 = 2$, $6/2 = 3$ a tak ďalej). Očísľujte podľa postupu šípok. Vidíte, že postupne preberieme všetky. To znamená, že ich je toľko ako prirodzených čísiel. Podivné, ale pri dotyku s nekonečnom je to možné. A predsa nie je len jedno nekonečno. Všetkých reálnych čísiel

je „podstatne viac“ ako prirodzených čísiel. Určite sa nedajú všetky reálne čísla očíslovať prirodzenými číslami (dôkaz sa menuje *diagonálna metóda*). Teda nie je nekonečne veľa prvkov ako nekonečne veľa prvkov. Je viac druhov nekonečna!

Videl to a neveril tomu

Nemecký matematik Georg Cantor našiel priradenie, pomocou ktorého bolo možné uznať, že počet bodov na úsečke je rovnaký, ako počet bodov vo štvorci, ktorý zostrojíme nad touto úsečkou. Sám si povedal: *Vidím to, ale neverím tomu*. Ani ďalší matematici nechceli uveriť novým poznatkom pri dotyku s nekonečnom. Napriek tomu sa teória množín, plná paradoxov, stala základným nástrojom pre zmocňovanie

sa nekonečna ako pojmu, s ktorým sa dá úspešne pracovať. Ťažko skúšaným otcom týchto nečakaných predstáv sa stal významný matematik Georg Cantor.

Životné osudy



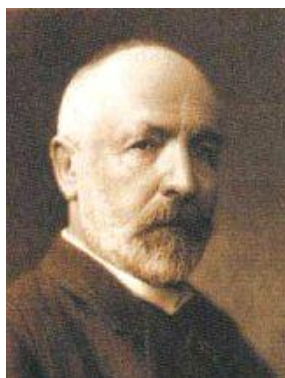
Narodil sa v Petrohrade **3. marca 1845**. Bol prvorođeným synom obchodne zameraného protestantského otca, ktorý pochádzal z Dánska a umelecky orientovanej katolíckej matky z Nemecka. Už v základnej škole vynikal svojím nadaním. Otec chcel, aby bol lodným inžinierom. V roku 1856 sa presťahovali do Nemecka a usídlili sa vo Frankfurte nad Mohanom. Usilovný a pozorný Georg navštevoval priemyslovú školu v Darmstadte, ale túžil po štúdiu matematiky. Otec mu to nakoniec povolil a tak syn odišiel do Zürichu. Po smrti otca študoval Georg na univerzite v Berlíne matematiku, fyziku a filozofiu. Počúval prednášky

Weierstrassa, Kummera a Kroneckera. Začal sa zaujímať o teóriu čísiel i teóriu funkcií. Už pri obhajobe záverečnej práce (1867) vedel, že v matematike je dôležité umenie vedieť postaviť vhodnú otázku, než ju hneď aj vyriešiť. Stal sa učiteľom na strednej škole, bol docentom na univerzite v Halle (od 1869), kde pôsobil až do konca svojho života. Oženil sa (1874) s priateľkou svojej sestry a mali spolu šesť detí. Zaujímavosťou je, že žiadne z nich sa nevenovalo matematike. Ako riadny vysokoškolský profesor (od 1879) aj napriek zdravotným ťažkostiam, prednášal matematiku až do roku 1913. Zomrel 6. januára 1918 v Halle.



Iný spôsob uvažovania

Cantor študoval otázky konvergencie radov s hodnotami goniometrických funkcií. Prišiel na myšlienku porovnávať nekonečné množiny tým, že hľadal vzájomné jednoznačné zobrazenie medzi nimi. Vytušil, že v podstata matematiky je v jej slobode. *Matematika je úplne slobodná vo svojom rozvoji a jej pojmy musia byť bezosporné a musia byť spojené s prv zavedenými pojmami prostredníctvom presných definícií.* Novovytvorenú teóriu množín zverejnil (1878)



v odbornom časopise, pod názvom *Príspevok k teórii množín*. Cantor ukázal (1874), že množina algebraických čísiel (t.j. tých, ktoré sú koreňom nejakého polynómu s celočíselnými koeficientmi) je spočítateľná a množina transcendentných čísiel (t.j. tých, ktoré nie sú algebraické) je nespočítateľná. Podal (1890) aj dôkaz nespočítateľnosti množiny reálnych čísiel *diagonálnou metódou*. *Metóda Cantorovej diagonály sa stala významnou kultúrnou hodnotou a jej poznanie dnes patrí aspoň tak k všeobecnej inteligencii, ako poznanie Bethovenovej hudby, Rembrandtových obrazov, alebo Shakespearových hier* (L. Bukovský: *Množiny a všeličo okolo nich*. Bratislava, Alfa, 1985). Dost' dlho trvalo, kým netradičné

postupy naozaj presvedčili o svojom význame. Dnes vieme, že množinový spôsob nazerania ukázal cesty k ďalšiemu mohutnému rozvoju matematiky. Rozvinuli sa nové matematické disciplíny : topológia, teória reálnych funkcií, funkcionálna analýza. Teória množín sa stala podstatnou zložkou v základoch matematiky, vo filozofii nekonečna a podnietila záujem o štúdium metodologických otázok v matematike. Moderná axiomatická metóda buduje zároveň aj svoj jazyk i logický aparát. Teória množín, ako matematická teória nekonečna, prenikla aj do ďalších matematických disciplín. Množinové pojmy a vyjadrenia ovplyvnili aj jazyk a štýl výkladu elementárnej matematiky. „*Množinový smer dokázal nájsť cesty k ďalšiemu mohutnému rozvoju tam, kde klasické metódy už neponúkali nič nové... aj vo vyučovaní vyššej matematiky stále viac pôdy nadobúda smer, ktorý sa sústreďuje na množinový základ*“ (E. Čech, 1893–1960).

Zložitá osobnosť

Temperamentný, činorodo nepokojný, duchaplný, aktívny a originálny Cantor mal cit pre vtip i romantiku. Posedel aj vo vinárni, rád diskutoval. Napriek tomu, že si veľmi vážil zodpovedný ľudský charakter, neskrýval svoje drobné ľudské slabosti. Po udelení *Sylvestrovej medaily* od londýnskej Royal Society, pred svojimi gratulantmi v Halle úprimne poznamenal:

V súvislosti s touto poctou som pocítil, že už nemôžem Angličanov tak nenávidieť ako predtým. Takí sme my, ľudia. Veľmi ťažko však niesol desaťročné odborné nepochopenie od svojich kolegov. K študentom mal vrelý vzťah a často sa aj stávalo sa, že ich pozval k sebe domov. Spoluprácu medzi matematikmi vnímal v širokom rozsahu a primeranej hĺbke. Zorganizoval vytvorenie matematickej spoločnosti v Nemecku a prispel k zvolaniu svetových kongresov matematikov. Bol členom vedeckých spoločností v Anglicku, Rusku, Taliansku, bol čestným doktorom univerzít v Nórsku a Škótsku.



Georg Cantor často aj psychicky trpel pre nové, ťažko pochopiteľné, matematické pravdy. Obhajoval neohraničené uznanie aktuálneho nekonečna a vytvoril zaujímavú „filozofiu nekonečna“. Vybadal, že ľudský rozum zaujíma v otázkach nekonečna úplne iné stanovisko ako intuícia. Pre hodnotenie svojich prác nežiadal nestranné posúdenie: *Ja pre svoje práce vyžadujem zaujatosť, nie však pre svoju pomínutelnú osobu, ale zaujatosť pre pravdu, ktorá je večná.* Nakoniec sa dočkal toho, že teória množín sa stala účinným nástrojom matematického poznania. Svojimi úsudkami prispel k tomu, že je možné sa dotknúť nedotknuteľného. Mramorová busta v hlavnej budove univerzity v Halle pripomína nielen čaro Cantorovej osobnosti, ale aj trvalosť smeru, ktorým nás uviedol na cestu k aktuálnemu nekonečnu.

Emmy NOETHEROVÁ – život pre matematiku

Ženy a matematika

Pripomeňme si mená žien, ktoré zanechali trvalú stopu v histórii matematiky. *Hypatia* (375? – 415), dcéra alexandrijského matematika Theona, vyučovala matematiku i astronómiu. *Maria Gaetana Agnesi* (1718–1799), profesorka na univerzite v Bologni, napísala ako prvá žena učebnicu matematiky. Francúzka *Sophia Germainová* (1776–1831) prispela k teórii čísel a získala Veľkú cenu matematických vied od Institutu de France. Ruská profesorka *Sofia Vasiljevna Kovalovská* (1850–1891) otvorila ženám dvere do Petrohradskej akadémie. Matematickou 20. storočia sa stala **Emmy Noetherová (1882–1935)**, žena, ktorá žila len pre matematiku. Najväčšie potešenie nachádzala v odbornej práci.

Osudy žitia

Nadanie pre matematiku sa v rodine univerzitného profesora Maxa Noethera (1844–1921) pravdepodobne dedilo. Otec, syn i dcéra sa zapísali medzi významných matematikov. **Amalie Emmy Noetherová** sa narodila 23. marca 1882 v Erlangene,



malom bavorskom mestečku severne od Norimberku. Vychodila vyššiu dievčenskú školu, urobila skúšky pre vyučovanie francúzštiny a angličtiny. po vykonaní maturitnej skúšky (1903) sa však nemohla stať riadnou poslucháčkou vysokej školy. V Nemecku mohli ženy študovať na univerzite až od roku 1904. Emmy napriek tomu pravidelne navštevovala prednášky z histórie, jazykovedy, matematiky i fyziky. Na univerzitách v Erlangene i Göttingene. Od školského roku 1904/1905 bola riadnou poslucháčkou a venovala sa štúdiu matematiky.

Na základe odbornej práce z algebry získala doktorát (1907). Pracovala v matematickom ústave erlangenskej univerzity, neskôr na univerzite v Göttingene. Začala samostatne prednášať a viesť semináre, v roku 1922 bola vymenovaná za univerzitnú profesorku matematiky. Nacizmus, nenávidiaci židovský pôvod, ukončil jej pôsobenie na univerzitách v Nemecku (1933). Odišla do USA, kde vyučovala na dievčenskej škole v Pensylvánii. Po operácii zomrela **14. apríla 1935** v Bryn Mawr.

Duch vedy i ľudskosti

Vedeckým záujmom E. Noetherovej bola abstraktná algebra, teória ideálov, algebraická geometria. Sformulovala pojem grupy s operátormi, študovala problémy kombinatorickej topológie.

Vynikala v abstraktnom pojmovou axiomatizovanom myslení, mala neobyčajnú predstavivosť pre najzložitejšie súvislosti, vedela presne odhaliť nové problémy. Prednášala vo Frankfurte (1928/1929), v Moskve (1930), v Prahe i v Ústave pre pokročilé štúdiá v Princetone (New Jersey, USA). Vytvorila vlastnú vedeckú školu. Veľmi známa publikácia,



dvojdielna učebnica vyššej algebry, napísaná jej spolupracovníkom holandským matematikom B. L. van Waerdenom, má podtitul "*S použitím prednášok Emila Artina a Emmy Noetherovej*".



Profesorka E. Noetherová nevynikala pri vyučovaní elementárnych matematických disciplín určených pre širší okruh študentov. Zaoberala sa výkladom spojeným s jej vlastnou vedeckou prácou. Pozorne, jednoducho a jasne vysvetľovala svoje predstavy a úsudky. O študijné i osobné problémy svojich žiakov prejavovala úprimný záujem. Mala dar humoru i zmysel pre družnosť. V pedagogickej i odbornej práci bola uznávaná od študentov i kolegov. V matematike a jej vyučovaní mala radosť z práce i života.

Život bez predsudkov

Emmy Noetherová pomohla odstraňovať neopodstatnené predsudky o ženskom matematickom myslení. Svojou odbornou prácou sa zaradila k najvýznamnejším ženám - matematickým všetkých dôb. I keď prevaha matematického nadania zatlačila do úzadia niektoré typické ženské zložky jej života, aj tak húževnatá a skromná Emmy bola často šťastná, obklopená prejavmi úcty i priateľstva. Nestarala sa veľmi o hmotné podmienky svojho života, nevynikala ženským pôvabom, ale v jej srdci nemali miesto ani zlomyseľnosť, ani žiadne ľudské zlo. Jej hlbokú ľudskú osobnosť spoznal každý, kto s ňou spolupracoval. Emmy Noetherová a jej odborný prínos boli ocenené aj od *Alberta Einsteina* (1879–1955) slovami: „*Podľa úsudku uznávaných žijúcich matematikov bola Emmy Noetherová najgeniálnejším tvorivým duchom medzi ženami od doby, kedy im bolo umožnené vyššie vzdelávanie. V ríši algebry, kde sa najnadanejší matematici po stáročia snažili preniknúť dopredu, odkryla metódy, ktoré majú netušený význam pre rozvoj matematiky súčasnej doby.*“



Alexis Claude CLAIRAUT – úspešný matematický talent

Osudy života a práce



Už v detstve získaval pevné základy v matematickom poznávaní. Jeho otec bol profesorom matematiky, neskôr aj dopisujúcim členom Akadémie v Berlíne. Alexis už vtedy, keď sa učil čítať spoznával aj Euklidove *Základy*. Už ako deväťročný ovládal základy diferenciálneho a integrálneho počtu aj základy analytickej geometrie. Trinásťročný zaslal svoj prvý príspevok do Akadémie, osobne tam vystúpil (1726) s matematickým pojednaním. V júli 1731 sa Clairaut stal najmladším členom Akadémie vied v Paríži. V roku 1734 študoval v Bazileji u Johanna Bernoulliho (1667–1748). V rokoch 1736 a 1737 sa Clairaut zúčastnil s Maupertiom expedície

do Laponska (severné Švédsko), aby spresnili určovanie zemepisnej dĺžky a overili sploštený tvar zemskej gule.

Výsledky odbornej činnosti

Francúzsky matematik, fyzik, astronóm i geodet Alexis Claude Clairaut

(7. 5. 1713 – **17. 5. 1765**) sa natrvalo zapísal do dejín prírodovedy. Experimentálne ukázal (aj meraním gravitačných síl v rôznych bodoch zemskeho povrchu na základe kyvadla), že tvar Zeme je na póloch sploštený vplyvom rotácie. Hmotnosť mesiaca určil na $1/67$ hmotnosti Zeme. Vypracoval teóriu spomalenia pohybu Halleyovej kométy vplyvom gravitačného pôsobenia Jupitera a Saturna. Študoval problém troch telies, určoval dráhu mesiaca okolo Zeme pod gravitačným vplyvom Slnka. Clairaut prispel k objasneniu aberácie svetla, zostrojil šošovku z dvoch rôznych druhov skla.



V matematike študoval priestorové krivky, venoval sa analytickej a diferenciálnej geometrii. Využíval a rozširoval diferenciálny a integrálny počet, vyslovil podmienky integrácie lineárnych diferenciálnych rovníc prvého rádu. Zaviedol pojem všeobecného a partikulárneho riešenia, pojem totálneho diferenciálu funkcií viacerých premenných i pojem afinného zobrazenia. V roku 1733 napísal Clairaut pojednanie o variačnom počte. Vydal aj úspešné učebnice z algebry (1749) a z geometrie (1765). Za výsledky svojej vedeckej práce bol zvolený do Kráľovskej spoločnosti v Londýne, do berlínskej Akadémie, aj do akadémií v Petrohrade, Bologni a Uppsale.

Felix KLEIN – zjednotiteľ geometrií

Aj matematika sa rozvíja

Ideálom určitej časti antickej matematiky bolo deduktívne odvodenie matematiky z určitých základných predpokladov. Z uvažovania o dejinách matematiky vyplýva, že jej ideálne požiadavky sa vyvíjajú s pokrokom vedy. Je zaujímavé pozorovať ako súčasníci vždy veria, že v tomto smere urobili čo najviac a ako ich potom budúce generácie vo svojich požiadavkách a výkonoch prekonajú. To sa stalo Euklidovi i Gaussovi. Zdá sa, že v tomto smere nie je vývoj ohraničený, lebo tak to už pri tvorivej vynachádzavosti býva. Nemecký matematik Felix Klein (1849–1925) týmito slovami naznačil, že matematická veda sa zo zásady nemôže uspokojiť s dosiahnutým stavom.

Jednoduchý životný príbeh

Felix Klein prišiel na svet v nepokojnej dobe revolučných bojov 25. apríla 1849 v Düsseldorfe, v rodine štátneho úradníka. Prvé vedomosti získal od svojej neobyčajne vzdelanej matky.

Do základnej školy chodil iba dva a pol roka. V osemročnom humanistickom gymnáziu neboli matematika a prírodné vedy v strede záujmu. Vlastným úsilím sa práve tu naučil vedecky pracovať – chcel a vedel systematicky študovať. Šestnásťročný odišiel na univerzitu do Bonnu. Keď sa stal asistentom J. Plückerera jeho záujem o matematiku a fyziku podstatne vzrástol. Promoval u R. Lipschitza v decembri roku 1868. Študijný pobyt v Paríži (1870) prispel k spolupráci s nórskym matematikom Sophusom Lie. Klein úplne pochopil neeuklidovskú geometriu i zásadný význam pojmu grupa v geometrii. V roku 1872 bol povolaný za riadneho profesora matematiky na univerzitu v Erlangene. Pôsobil aj na Vyššej technickej škole v Mníchove, na univerzite v Lipsku. Od roku 1888 bol profesorom na univerzite v Göttingene. Do výslužby odišiel v roku 1913. Zomrel 22. júna 1925 v Göttingene.



Erlangenský program

Úvodná prednáška 23-ročného matematika na univerzite v Erlangene (1872) sa stala



významným zhrnutím i náčrtom perspektív pre rozvoj geometrie. Klein odhalil vnútorné súvislosti medzi jednotlivými odvetvami matematiky, ktoré umožnili nové netradičné prístupy pre riešenie viacerých problémov. V tom čase bola matematika vo víre nových geometrických teórií (Lobačevskij, Cayley, Grassmann, Möbius, Monge, Poncelet, Steiner a ďalší). Chýbal spoločný jazyk, univerzálny uhol pohľadu. Klein charakterizoval geometriu ako súhrn vlastností priestoru, ktoré sú invariantné vzhľadom na grupu

lineárnych transformácií uvažovaného priestoru. Tým usporiadal existujúce geometrické teórie a určil program ďalšieho rozvoja celej geometrie. Neskôr definíciu geometrie ešte zovšeobecnil francúzsky matematik Elie Cartan.

Vedec i redaktor



Felix Klein zavŕšil „zlatý vek“ geometrie. Vytvoril model Lobačevského geometrie a tam dokázal bezospornosť neeuclidovskej geometrie. Pracoval aj v oblasti teórie funkcií, teórie transformácií a teórie algebraických rovníc. Jeho tvorivá činnosť v oblasti teoretickej matematiky skončila v roku 1882. Neustala však práca aplikačná, pedagogická a organizačná.

Na mníchovskej technike pochopil dôležitosť uplatnenia matematiky a fyziky v priemysle. Prehľbil niektoré myšlienky v matematickej fyzike, hlavne v teórii potenciálu. Tu získal podnety k štúdiu tzv. automorfných funkcií komplexnej

premennej. Klein bol od roku 1876 skoro 40 rokov redaktorom *Mathematische Annalen*, jedného z najznámejších matematických časopisov. Redigoval aj objemnú *Encyklopédiu matematických náuk*. V roku 1893 sa zúčastnil matematického kongresu v Chicagu. Pred prvou svetovou vojnou organizoval Medzinárodnú komisiu pre výučbu matematiky. Záujem o vyučovanie matematiky bol u neho obdivuhodný. Tomuto problému sa dovedty nevenoval žiadny matematik takéhoto formátu. Jeho prednášky určované vývojom matematiky 19. storočia sú dodnes využívané. Klein, matematik širokých záujmov vo svojej vede, dokázal z historického vývoja získať poučenie pre pochopenie celistvosti matematiky. Spoznal, že vedecky učiť znamená priviesť človeka k tomu, aby vedecky myslel.



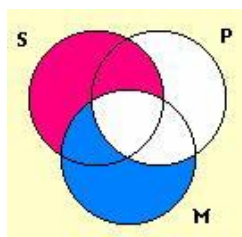
Povzbudenie

Verím, že aj tieto správy o ľudských osudoch význačných matematikov, ktorí zanechali podnetné myšlienky pre všetkých ostatných ľudí, budú impulzom pre hlbšie a trvalejšie poznávanie i šírenie matematických tajomstiev v úsilí našich výchovno–vzdelávacích inštitúcií i každého zodpovedného učiteľa matematiky zvlášť.

Ponúkam učiteľom niekoľko zaujímavých a podnetných myšlienok:

- *Prvou z ľudských vecí je výchova. Lebo aké kto zaseje semeno do zeme, takú aj treba očakávať žatvu.* (Antifon)
- *Dobry učiteľ je ten muž, ktorý podnecuje svojich žiakov pre samostatné myslenie.* (Konfucius)
- *Lepšie je učiť ľudí, ako majú myslieť, a nie čo majú myslieť. Tým sa vyhneme mnohým nedorozumeniam.* (G. Lichtenberg)
- *Všetko vyučujeme a učíme sa príkladom, pravidlami a cvičeniami.* (J.A. Komenský)
- *Pri učení môže byť pre nás knihou všetko, čo sa odohráva pred našimi očami.* (M. Montaigne)
- *Nijaký človek nie je taký hlupák, aby nedospel k úspechu aspoň jednej veci, ak je v nej vytrvalý.* (Leonardo da Vinci)
- *Cieľom výchovy je predovšetkým vypestovať zmysel pre hodnoty a ich systém... Do knihy môžeš uložiť talent, ale lásku je možné vložiť iba do života.* (D. Pecka)
- *Vedomosti bez svedomia – to je skaza duše.* (Rabelais)
- *Ani strach, ani trest nech nie sú hlavnými pohnútkami, pomocou ktorých by sme viedli mládež k tomu, čo je pravé a dobré, ale nech to je prívetivosť a láska... Ak chcete ľudí zmeniť, musíte ich milovať.* (J.H. Pestalozzi)
- *Nič nemôžete nájsť, ak sa z vás stanú lenivci, ktorí považujú uprostred svojich zásob i samých seba za hotovú úrodu. Lebo úroda neexistuje, a kto prestane rásť, ten umiera.* (A. de Saint-Exupéry)

Predhovor



Vyučovanie školskej matematiky nemusí byť iba suchou hrou čísel, početných operácií, deduktívnych zdôvodnení a dôkazov. Úžasnú konštrukciu matematiky a jej užitočných výpočtových postupov vytvárali ľudia, smrteľníci svojej doby.

O niektorých z nich sa môžete dozvedieť v tomto spomienkovom súbore.

Ponúkam **krátke životopisné medailóny** o významných matematikoch, ktorí majú v jednotlivých mesiacoch školského roka **2020/2021** okrúhle (deliteľné piatimi) výročie narodenia alebo úmrtia. Určite tieto literárne podobenky nie sú vyčerpávajúcim prehľadom života a diela spomínaných význačných matematikov. Majú za cieľ iba skromne pripomenúť ľudské osobnosti tých, ktorí mali radi matematický spôsob premýšľania. Aj na profesionálnej matematickej činnosti sa zúčastňujú ľudské sklony a temperament, túžby aj predstavy, úsilie i zásady.

Príležitostnou spomienkou na ľudí spojených s matematickou kultúrou môžeme ako učitelia školskej matematiky prispieť k hlboko ľudskej motivácii našich žiakov pre trvalú výstavbu zušľachtujúcej civilizácie.

O b s a h

(životopisné medailóny)

Hamilton

Weierstrass

Boole

Weyl

Lagrange

Lobačevskij

Descartes

Germainová

Hronec

Regiomontanus

Prajem vám i vašim žiakom radosť z toho, že sa lepšie zoznámite s tvorcami a šíriteľmi matematickej kultúry, ktorí prispeli k zušľachteniu premýšľania vo svojej dobe a zanechali trvalú stopu pre celú históriu ľudstva.

(D. J.)

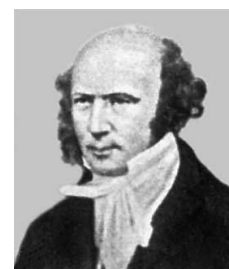
William Rowan HAMILTON – svojrázny talent

Kvaternióny

Výraz tvaru $q = a + bi + cj + dk$ nazveme kvaternión, ak a, b, c, d sú ľubovoľné reálne čísla a i, j, k sú symboly troch imaginárnych veličín. Platí: $i^2 = j^2 = k^2 = -1$, $ij = k = -ji$, $jk = i = -kj$, $ki = j = -ik$. Po zdefinovaní základných operácií sa dá "vznešene" povedať, že množina všetkých kvaterniónov je reálna štvorrozmerná asociatívna a nekomutatívna algebra s jednotkou, v ktorej ku každému nenulovému prvku existuje inverzný prvok, teda množina kvaterniónov tvorí nekomutatívne teleso. Algebru kvaterniónov stanovil írsky matematik W. R. Hamilton (4. 8. 1805 – 2. 9. 1865) v polovici 19. storočia. V jeho zápisníku je zo dňa 16. 10. 1843 poznámka: *Dnes ráno som úvahami došiel k niečomu, čo sa mi javí ako teória kvaterniónov, ktorá asi môže mať zaujímavé rozvinutie. Pomocou kvaterniónov boli nájdené krásne a matematicky dokonalé vzorce, popisujúce celý rad fyzikálnych javov. Ale nádeje Hamiltona a jeho nasledovníkov na rozvinutie matematiky založenej na kvaterniónoch sa nesplnili.*

Životné osudy

Najmladším zo štyroch súrodencov rodiny právnického úradníka v Dubline bol William Rowan Hamilton. Jeho pokrok v učení bol nevýdaný. Trojročný vedel dobre anglicky a bol zručný v aritmetike, päťročný čítal a prekladal latinsky, grécky, hebrejsky. Osemročný vedel po taliansky a francúzsky. Neskôr sa naučil aj arabsky, perzsky, bengálsky, čínsky a sanskrit. A to nie je úplný výpočet jazykov, ktoré ovládal. Vo veľmi mladom veku prečítal Euklidove *Základy*, vedel Homérove verše spamäti, sám skladal básne. Šestnásťročný študoval *Nebeskú mechaniku* od Laplacea a našiel v nej chybu. Pred tým, než sa zapísal na univerzitu nenavštevoval žiadnu inú školu. Celé vzdelanie získal od nadaného strýca a samoštúdiom.



Po skončení štúdia na univerzite sa stal roku 1827 kráľovským astronómom Írska. V tejto funkcii vydržal po celý život, napriek nešťastnému manželstvu a náchylnosti k pitiu alkoholu. Tridsaťdvaročný sa stal prezidentom Írskej kráľovskej akadémie. Skromný a zbožný Hamilton sa nestaral veľmi o svoju vedeckú povesť ani o domácnosť. Posledné dni svojho života prežil ako samotár. Na hrobe chcel mať motto svojho astronomického učiteľa Hipparcha: *Muž, ktorý miloval prácu a pravdu.*

Vo vzťahu k vede

Hamilton napísal viac ako 140 vedeckých prác. Zaoberal sa optikou, mechanikou a aplikáciami variačného počtu. Pracoval aj v oblasti matematickej analýzy, algebry a matematickej fyziky.



Známy je aj Hamiltonov princíp najmenšieho účinku. Jeho meno nesú určité typy diferenciálnych rovníc a funkcií. V rokoch 1843–1865 študoval kvaternióny a rozvinul systematickú prácu dublinskej školy matematikov na tejto problematike. Napísal *Čítanie o kvaterniónoch* (1853), *Prvky kvaterniónov* (1866). Zaviedol pojem **vektor** (1847) a podal formálne presný výklad komplexných čísel (1835–1837). Aritmeticky ich vysvetlil a tak odstránil všetko, čo sa zdalo záhadné a tajuplné na tých "podivných" matematických výrazoch.

Prístupný nadšeniu

Opojenie básňami, filozofiou, ale niekedy aj alkoholom, nezničilo rozvinuté logické myslenie tohto svojhlavého génia. William Rowan Hamilton zostane zapísaný medzi významných predstaviteľov modernej matematiky.



Karl WEIERSTRASS – neobyčajne svedomitý matematik

Študent i učiteľ

Ak sa zahĺbite do riešenia zaujímavého problému, zabudnete aj na čas. Stalo sa to i mladému učiteľovi matematiky. Jedného dňa neprišiel do svojej triedy. Keď ho riaditeľ školy vyhľadal, našiel ho doma zahľbeného v matematických úvahách. Budúci významný nemecký matematik Karl Weierstrass (1815-1897) pracoval v izbe, kde boli zatiahnuté záclony a nezbadal, že už je deň a treba ísť opäť do školy.

Úradníci v štátnej službe boli často prekladaní z miesta na miesto.

Tak aj malý Karl, narodený **31. 10. 1815** v Ostenfelde, úradníkov syn, navštevoval postupne rôzne základné školy. V roku 1829 prišiel na gymnázium v Paderborne. Bol veľmi úspešný študent v rôznych oblastiach. Bol viackrát najlepším žiakom v mnohých predmetoch, napr. v nemčine, latinčine, gréčtine i matematike. V roku 1834, po päť a polročnom štúdiu, namiesto osemročného, zmaturoval s ocenením „prvý zo všetkých“. I keď mladého Weierstrassa zaujímala matematika, otec chcel mať z neho štátneho úradníka a dal ho študovať právo do Bonnu. Syn nezanedbával štúdium, ale povrávalo sa, že ne jeden večer patril v krčmičkách k najveselším. Nechýbal ani na šermiarskom kolbišti. Túžba po matematických vedomostiach preda len prevládla. Štúdium práva zanechal nedokončené a odišiel na akadémiu do Münsteru urobiť učiteľské skúšky z filozofie, pedagogiky a matematiky. Tu ho pre hlbšie štúdium matematiky nadchol a získal dobrý učiteľ K. Gundermann. Ten spoznal, že Weierstrass si samoštúdiom doplnil základné vedomosti a je schopný ďalej rozvíjať teóriu eliptických funkcií.



Prvé gymnaziálne miesto získal Weierstrass v Deutsch-Krone v západnom Prusku. Vyučoval týždenne 30 hodín, učil okrem matematiky a fyziky aj botaniku, zemepis, dejepis, nemecký jazyk, krasopis i telocvik. Pritom študoval diela Abela, rozvíjal nové matematické myšlienky. Od roku 1848 až do 1855 vyučoval na strednej škole v Braunsbergu. Publikovaním niektorých výsledkov svojich prác vzbudil pozornosť matematikov

v samotnom Berlíne. Od roku 1856 začal prednášať matematiku na polytechnike v Berlíne.

Neskôr sa stal profesorom na univerzite a členom berlínskej akadémie (1864). Veľa prednášal, vedecky pracoval od skorého rána do neskorej noci. Bol dekanom filozofickej fakulty (1873–1874) i rektorom univerzity. Posledné prednášky vykonal 75-ročný Karl Weierstrass v školskom roku 1889/90. Zomrel v Berlíne 19. 2. 1897.

Matematické výsledky



Weierstrass

Dôslednými prednáškami Weierstrass prehlboval svoje matematické myšlienky. Pozorne dobudoval základy matematickej analýzy. Presne objasnil pojmy infimum a minimum, funkcia, spojitost', derivácia. Popularizoval $\varepsilon - \delta$ symboliku. Zaviedol absolútnu hodnotu, totálny diferenciál, rovnomernú konvergenciu. Zdôvodnil teóriu komplexných funkcií pomocou mocninných radov. Ukázal príklad funkcie, ktorá je spojitá a nemá v žiadnom bode deriváciu. Z izolovaných výsledkov vybudoval modernú a presne zdôvodnenú teóriu eliptických funkcií na základe teórie funkcií komplexnej premennej. Princípy matematickej analýzy sa snažil transformovať na najjednoduchšie aritmetické pojmy. Výsledkami svojej práce sa natrvalo zapísal do teórie analytických funkcií a variačného počtu. Ovplyvnil teóriu reálnych čísel, lineárnu algebru i diferenciálnu geometriu.

Profesor Weierstrass založil na univerzite v Berlíne prvý čisto matematický seminár. Jeho ozdobou boli aj úspešní žiaci: G. Frobenius, H. A. Schwarz, S. Kovalevská, Mittag-Leffler, G. Cantor, I. Fuchs a ďalší. I keď boli Weierstrassove prednášky niekedy dosť neurovnané, originálne matematické myšlienky produkoval sústavne. Mnohí sa zúčastňovali jeho prednášok a seminárov aj preto, že pre mnohých z nich bol priateľom a spolupracovníkom. Veľmi málo však sám publikoval. Mnohé diela vyšli až posmrtné ako zápisy prednášok, ktoré urobili jeho najlepšie žiaci. Zobraté spisy vyšli až v rokoch 1894 – 1927. Weierstrassove výsledky sa často dostali z prednášok či nepublikovaných spisov na verejnosť a tak sa stalo, že si niektorí matematici privlastnili jeho nápady.



Vedieť študovať

Z vidieckeho učiteľa sa postupne stal významný vysokoškolský profesor a slávny matematik. Jeho matematická tvorivosť pôsobila v hlavných smeroch vtedajšej matematiky. Skromný a usilovný Weierstrass bol zaslúžene ocenený členstvom v akadémiách vied v Miláne (1863), Paríži (1868). Vedel ukazovať cesty k účinným výsledkom, naznačoval body, z ktorých sa možno dostať k novým objavom. Bol presvedčený, že dôležité je – naučiť sa učiť sa.



George BOOLE – húževnatý samouk univerzitným profesorom

Algebra logiky

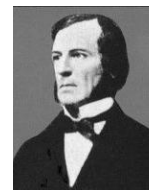
Naznačil postup, pomocou ktorého možno kontrolovať naše úsudky, formalizovať a upraviť do podoby matematických výrokov. Základným logickým pojmom priradil matematické operácie a ukázal, že tieto prvky procesu myslenia možno previesť do matematického jazyka a skúmať metódami algebry. Úvod do jeho teórie sa stal súčasťou modernej elementárnej matematiky.



George Boole (2. 11. 1815 – 8.12.1864), anglický matematik a logik, vytvoril symbolický kalkul umožňujúci, po neskorších úpravách, rozvoj teórie booleovských algebier, ktoré našli uplatnenie v teórii miery a integrálu, v teórii pravdepodobnosti i matematickej štatistike, topológii a inde. S jej modelmi sa pracuje v logike (výroková algebra, teória tried) a teórii počítačov i kybernetike.

Životný osud

George Boole sa narodil v Lincolne ako syn obuvníka. Jeho otec, schopný a ochotný diskutovať o všetkom možnom, mal však okrem remesla aj mimoriadny záujem o optickú techniku i matematiku. Vyučoval aj svojho syna, ktorý dvanásťročný prebásnil latinské Horatiove verše do angličtiny. George neskôr ovládal aj gréčtinu, francúzštinu a nemčinu. Od pätnástich rokov bol pomocníkom v knižnici, neskôr sa stal učiteľom v základnej škole. Pre nedostatok finančných prostriedkov nemohol študovať na vysokej škole. Bol úplným samoukom. Pretože knihy z matematiky boli lacnejšie než jazykovedné publikácie, preštudoval matematické spisy od Newtona, Lagrangea, Laplacea a ďalších. Založil vlastnú súkromnú školu, kde viedol žiakov k samostatným objavom matematických poznatkov. Prvú vedeckú prácu napísal roku 1835. Začal si dopisovať s matematikmi z Cambridgeskej univerzity. Najprv sa zaujíma o diferenciálne rovnice, pri ich riešení ponúkol predstavu operátorov. Získal zlatú medailu univerzity (1844). Svoje práce posielal do časopisu, ktorý založil D. F. Gregory. Originalita Booleových myšlienok presvedčila jeho prívržencov o tom, že patrí na univerzitu. Od roku 1849 sa stal profesorom na novozaloženej Queens College v meste Cork (Írsko), aj napriek tomu, že nemal univerzitné vzdelanie. Oženil sa, mal päť dcér, písal a publikoval aj básne. Za matematické práce bol zvolený za člena Kráľovskej spoločnosti (1857). Zomrel na následky zápalu pľúc.



Z diela



Hlavné odborné práce venoval logike: *Matematická analýza logiky*

(1847), *Logický počet* (1848), *Skúmanie zákonov myslenia* (1854). Boole vyjadril logické zákonitosti a vzťahy rečou aritmetiky, v podobe výpočtov. Uvedomil si, že logické operácie treba skúmať z hľadiska ich formálnych vlastností, čo umožní premieňať výrazy zostavené zo znakov týchto operácií a symbolov premenných, nezávisle od obsahu týchto premenných. Tak získal algebru logiky. Jeho idey rozvinuli A. Morgan, W. Jevons, Ch. S. Peirce, A. N. Whitehead a E. Schröder, ktorý

spracoval zásady systému symbolickej logiky do dnešného tvaru a nazval ich Booleovým menom. George Boole prispel zaujímavými prácami aj do teórie kvaterniónov a teórie pravdepodobnosti. zovšeobecnením dvojhodnotovej logiky výrokov vznikla tzv. teória booleovských algebier, ktorá je dôležitá pri stavbe elektronických počítačov, regulačných systémov a kybernetických zariadení.



Logika aj výpočtom

Matematika je pojednanie o operáciách, nezávislé na tom, na ktoré predmety ich možno aplikovať. Húževnatý samouk, učiteľ, univerzitný profesor George Boole, bol zásadovým demokratom, prekonávajúcim sociálne bariéry anglickej spoločnosti. Zhrnul logické i matematické operácie z hľadiska ich formálnych vlastností a ukázal ich nezávislosť od interpretácie. Odhalil, že možno logické postupy formálne upraviť do schém tak, aby sme mohli robiť úpravy podobné matematickým výpočtom. Neúnavnou prácou sa zapísal medzi slávnych.

Hermann WEYL – symetrické náznaky vedy a umenia

Obraz symetrie

V jaskyniach, skalných útesoch, na starovekých nádobách sa už tisíce rokov nachádzajú ľudské kresby, ornamente. V neskoršej dobe ľadovej vyrábala človek svoje pomôcky v geometrických tvaroch (trojuholník, kosoštvorec, lichobežník). Hrnčiarstvom a tkáčstvom sa rozvinul geometrický zmysel (zložité mozaiky, opakujúce sa špirály a meandre). Harmonické usporiadanie, rytmické pohyby, opakovanie prinášalo symetriu obrazcov. Napríklad staroegyptské ornamente predstavujú 17 druhov symetrií. Zdá sa, že už aj táto tvorivosť ukrýva v sebe matematickú informáciu. Jeden z významných matematikov, ktorý vnútorne prežíval súvislosti vedy a umenia poznamenal: *Umenie ornamentu obsahuje najstaršiu časť nám známej vyššej matematiky... Symetria je idea, pomocou ktorej sa človek po celé stáročia usiloval vysvetliť a vytvoriť poriadok, krásu a dokonalosť.*

Kráša v matematike

Výraznosť a forma má pre mňa možno väčší význam ako obsah...

Vo svojej práci som sa vždy pokúšal zjednotiť pravdu s krásou. Matematikom, ktorý zvlášť intenzívne vnímal krásu ako svetlo pravdy, bol Hermann Weyl (9.11.1885 – 8. 12. 1955). Vyštudoval u matematika Davida Hilberta v Göttingene (1908), bol jeho najbystrejší študent. Dvadsaťosemročný sa stal profesorom polytechniky v Zürichu, neskôr pôsobil v Göttingene. V roku 1933 emigroval do USA a pracoval v Ústave pre pokročilé štúdiá v Princetone. Potom sa vrátil späť do Zürichu (1951).



Zaujímal sa o trigonometrické rady, ortogonálne a periodické funkcie. Rozpracoval teóriu funkcií komplexnej premennej. Vytvoril spektrálnu teóriu diferenciálnych operátorov. Ovplyvnil aditívnu teóriu čísel, rozvinul teóriu spojitých grup. Dokázal aplikovať moderné matematické poznatky na problémy geometrie i fyziky (teória relativity, interpretácia časopriestoru a hmoty). Metódou teórie grup získal výsledky aj v teórii atómových spektier.

Matematický platonista



Nemecký matematik, fyzik a filozof H. Weyl, člen Americkej akadémie vied a umení, bol predstaviteľom umierneného verzie intuicionizmu, smeru v zdôvodňovaní základov matematiky, ktorý chápal matematické entity ako reálne existujúce a prekračujúce ľudský tvorivý proces. Nekonštruktívny dôkaz existencie si cenil len ako list papiera, na ktorom je síce napísané čo je v poklade, aby sa matematika zaoberala len definíciami, ktorým zodpovedá konštruktívny objekt, spochybňoval uplatňovanie zákona vylúčenia tretieho pre prípad nekonečných množín. Weyl raz prirovnal matematiku k mlynčeku na mäso: Ak doň vložíte lobodu, loboda vám z neho aj vyjde. Prehlásil: *Čistá matematika uznáva iba jednu, ale za to nevyhnutne povinnú podmienku pravdy – neprotirečenie.*

Uznával matematiku ako intelektuálne dobrodružstvo ľudského ducha. *Matematika je veda o nekonečne, jej cieľom je, aby človek, ktorý je konečný, vystihol nekonečno pomocou znakov.* Hermann Weyl ponúkal matematické myslenie ako súčasť všeobecnej kultúry: *Zaujatie matematikou sa dá porovnať so záujmom o mytológiu, literatúru alebo hudbu. Je to jedna z najvlastnejších oblastí človeka, v nej sa prejavuje ľudská podstata, túžba po intelektuálnej sfére života, ktorá je jedným z prejavov harmónie sveta.* Schopnosť matematizovať naše skúsenosti nám otvára štruktúru nečakaných súvislostí.

Joseph Louis LAGRANGE – dôsledný analytik

Vzácné hlavy

Do víru spoločenských revolúcií sa niekedy dostanú i vedci, ktorí často zostávajú bokom od politického života. Za francúzskej revolúcie odsúdil v Paríži revolučný tribunál na smrť významného chemika a fyzika A. L. Lavoisiera. Jeho popravu (8.5.1794) smutne komentoval uznávaný matematik J. L. Lagrange slovami: *Stačil moment, aby odsekli hlavu, ale možno nepostačí ani sto rokov, pokiaľ sa objaví podobná.*

Zo služobných pomerov

V životopisoch sa často uvádza, že Joseph Louis Lagrange mal francúzsko–taliansky pôvod. Narodil sa v Turíne **25. januára 1736** ako najstarší z jedenástich detí. Jeho pradedko prišiel z Francúzska a bol v službách savojského kráľa Karola Emanuela II. Lagrangeov starý otec slúžil ako vojak v Taliansku, otec bol vojenským pokladníkom, ale jeho rodina bola chudobná. Neskôr, keď bol **Lagrange** už známym matematikom povedal: *Keby som bol bohatý, nedosiahol by som pravdepodobne svoje postavenie v matematike.*

Lagrange, v mladosti sa v Taliansku menoval Lodovici Lagrangia, tak horlivo študoval na delostreleckom učilišti v Turíne, že sa už ako 19 ročný stal učiteľom matematiky na tejto škole, i keď bol mladší ako väčšina jeho prvých študentov – budúcich ofícierov. Hneď na začiatku svojej vedeckej činnosti Lagrange vytvoril skupinu mladých matematikov a fyzikov, ktorí uverejňovali svoje práce vo vlastných zborníkoch. Dušou turínskeho krúžku bol sám Lagrange. Najprv študoval vlastnosti zvuku (spis *O podstate a šírení zvuku*, 1759). Zistil nové metódy integrácie a hľadania extrémov funkcií. Tieto výsledky oznámil Eulerovi, ktorý ich ocenil návrhom, aby sa ešte len 20 ročný Lagrange stal členom Berlínskej akadémie. V roku 1764 vyhral cenu Parížskej akadémie za teoretické práce o pohybe Mesiaca. Celkove získal 5 prémií tejto akadémie vied.



Krátko v Paríži, dlho v Berlíne

Veľmi podnetným a šťastným obdobím jeho života bol polrok strávený roku 1766 v Paríži. Vtedy sa osobne zoznámil s d'Alembertom, Clairautom, Condorcetom. Samotársky a skromný Lagrange spoznal účinnosť priamych kontaktov medzi vedcami. V novembri roku 1766 prišiel na pozvanie pruského kráľa Fridricha II. do Berlína, aby nastúpil na miesto Eulera za riaditeľa matematickej sekcie Akadémie vied. V pozvaní sa hovorilo že „... je potrebné, aby najväčší matematik Európy žil v blízkosti najväčšieho kráľa.“ Tridsaťročný Lagrange bol už vyzretým matematikom. V Berlíne prežil skoro 21 rokov. Boli najproduktívnejším obdobím jeho života. Nehýril dvorným životom, ale svoj čas obetoval vede: *Zaoberám sa štúdiom matematiky v klúde a tichosti. Pretože ma nič a nikto nenaháňa, pracujem viac pre svoje potešenie ako z povinnosti, staviam, búram, predstavujem až dovtedy kým dostanem niečo, s čím som aspoň trochu spokojný.*

Rozvážne užitočné premýšľanie

Matematika bola jeho vášňou. Zaplnila mu celý život, priniesla mnoho radostných chvíľ. Lagrange založil (1797) pojem derivácie na mocninových radoch, po ňom je pomenovaná známa veta základov matematickej analýzy o existencii bodu, kde má spojité funkcia deriváciu určitej vlastnosti. S Lagrangeovým menom je spojený aj istý interpolačný polynóm. Vyriešil zaujímavé problémy analytického variačného počtu, vytvoril metódy pre separáciu reálnych koreňov algebraickej rovnice a ich aproximáciu reťazovými zlomkami. Študoval racionálne funkcie koreňov



rovníc a ich správanie pri permutáciách koreňov. Dosiahol upevnenie základov diferenciálneho a integrálneho počtu, prispel k rozvoju teórie determinantov a matíc, teórie pravdepodobnosti, aritmetiky i algebry. V teórii čísiel dokázal, že každé prirodzené číslo možno napísať v tvare súčtu najviac štyroch štvorcov, t. j. druhých mocnín iných čísiel. Naznačil veľa nových matematických pojmov, napr. pojem grupy, invariantu, trojný integrál, primitívna funkcia a podobne. Skúmal zákon skladania síl pôsobiacich v rovnakom bode. Formuloval zásady klasickej mechaniky, výsledky svojich prác aplikoval na problémy dynamiky.

Zmierený aj s ocenením

V roku 1787 odišiel Lagrange do Paríža, kde bol (1772) prijatý za akademika a vysoko uznávaný vo vedeckých kruhoch. Od panovníka Ľudovíta XVI. dostal penziu a byt v Louvri. Uverejňoval výsledky predchádzajúcich matematických a fyzikálnych štúdií, napr. *Analytická mechanika* (1788), písal učebnice. Zaoberal sa filozofiou, chémiou, históriou i medicínou. Ani revolučné roky vo Francúzsku (1789–1794) neotriasli jeho pozíciou. Bol „Cheopsovou pyramídou vedy.“ Stal sa profesorom na École Normale (1795) i École Polytechnique (1797). Lagrangeove zobraťé spisy z matematiky, astronómie a mechaniky obsahujú 14 zväzkov. Prispel aj k reforme mier a váh. Za Napoleonovej vlády dostal veľa vyznamenaní i rád Čestnej légie, bol senátorom, dostal grófsky titul. Časté žľčňkové záchvaty však zhoršovali jeho zdravotný stav. Po nešťastnom úraze ochorel. Svoju poslednú hodinku očakával s obdivuhodným zmierením: *Na nikoho som sa nehneval, nikomu som nič zlého neurobil, chcem svoju cestu skončiť...* Zomrel 10. apríla 1813 v Paríži. Pochovaný je v Pantheone – francúzskom národnom pamätníku.

Skromný vedec, láskavý filozof

Lagrange sa vždy snažil pochopiť podstatu vecí a javov, objaviť všeobecné princípy, ktoré vytvárajú vlastnú základňu vedy. Objavoval nové východiská, spresňoval potrebné pojmy a technické prostriedky, vypracoval elegantné a dokonale jasné formy postupov pre riešenie úloh, vytvoril smelé abstraktné teórie. Vytušil, že skrytá harmónia je mocnejšia ako zjavná. „Lagrange bol rovnako filozofom ako matematikom. Dokázal to celým svojim životom, striednosťou nárokov na pozemské dary, hlbokou oddanosťou všeobecným záujmom ľudstva, šľachetnou prostotou svojich zvykov, vznešenosťou svojej duše a hlbokou spravodlivosťou pri oceňovaní svojich súčasných“ (Fourier). Všetko podriaďoval vedeckej práci. Veľké ciele poznania pravdy nespájal s osobnými zásluhami, nesúťažil, vždy vedel oceniť úspechy iných. Nemal rád spory, bol neobyčajne duševne vyrovnaný. Celá jeho bytosť ako keby bola naplnená tichou iróniou. Prekážky prekonával usilovnou prácou.



Nikolaj Ivanovič LOBAČEVSKIJ – odvaha v myslení

Nereálne predstavy?

Zdá sa, že je to jednoduché: byť odvážny iba v myšlienkach. Tak to skúste. Predstavte si, že bodom P , ktorý neleží na danej priamke p , v rovine určenej priamkou p a bodom P , prechádzajú aspoň dve rôzne priamky b , c , ktoré nemajú s priamkou p žiadny spoločný bod. A uvažujte ďalej! Vychádza vám z toho, že súčet vnútorných uhlov v trojuholníku by bol potom menší ako dva pravé uhly? Zdá sa vám, že súčet vnútorných uhlov v rôznych trojuholníkoch by tiež bol všeobecne rôzny? Ukazuje sa vám, že pri takto zavedenej predstave už neexistujú podobné obrazce a každá úsečka vlastne definuje určitý uhol?



K jedným z prvých, ktorí sa vedeli odtrhnúť od bežných navyknutých predstáv, že euklidovská geometria nie je jedinou formou pre odraz priestorových vzťahov sveta, ktorý skúmame, patril Nikolaj Ivanovič Lobačevskij (1. 12. 1792 – 24. 2. 1856), ruský matematik, profesor na univerzite v Kazani, dekan matematicko-fyzikálnej fakulty. Prednášal matematiku, fyziku, astronómiu. Od roku 1827 bol nepretržite 19 rokov rektorom kazanskej univerzity. Uznávaný kolegami, ctený študentmi.

Zaujímavé stretnutie

V roku 1845 sa s profesorom Lobačevským stretol na kazanskej univerzite aj mladý študent Lev Tolstoj a takto si na neho spomína: *Pamätám si na neho výborne. Vždy bol takým vážnym a skutočným vedcom. To, čo v geometrii robil, som vtedy vôbec nechápal. Dostal som sa s ním do rozhovoru ako s rektorom. Správal sa ku mne dobrosrdečne, i keď ja som bol študentom, a veľmi mizerným. Lobačevskij mal povest' energického človeka, prísneho examinátora. Jeho pomer k študentom bol však naplnený priamo otcovskou starostlivosťou.*

Zdôvodňovane neskutočného

Aká bola história Lobačevského cesty k neeuklidovskej geometrii?

V rokoch 1823–1826 rozvíjal základy geometrie s novým piatym postulátom rovnobežnosti. Vedel, že Euklidova piata axióma sa nedá z predchádzajúcich presne odvodiť. *Všetkým je známe, že teória rovnobežiek je teóriou doposiaľ neuzavretou. Márne úsilie, ktoré od Euklidových čias venovali vedci tomuto problému, vzbudilo vo mne podozrenie, že v samotných pojmoch nie je tá pravdivosť, ktorú chceli doposiaľ všetci dokazovať.* 24. februára 1826 predložil Lobačevskij na univerzite v Kazani vedeckej rade matematicko-fyzikálnej fakulty prácu *Stručný výklad základov geometrie s presným dôkazom vety o rovnobežkách*. V rokoch 1829 – 1830 publikoval v univerzitnom časopise Kazaňskij vestnik po rusky *O základoch geometrie*. Idea neeuklidovskej geometrie sa stretla s nepochopením a posmechom. Lobačevskij neustupuje od svojej "zdanlivej, pomyselnej geometrie".



Odvodil s novým piatym postulátom reťazec viet neobsahujúcich žiadne protirečenie. V roku 1835 publikoval prácu *Zdanlivá geometria*, ktorá vyšla v roku 1837 po francúzsky, v časopise Crelle Journal pod názvom *Géométrie imaginaire*. V nemčine vyšla v roku 1840 aj Lobačevského knižka *Geometrické pojednanie teórie rovnobežiek* a vzbudila pozornosť K. F. Gaussa, ktorý odporučil N. I. Lobačevského za korešpondujúceho člena Kráľovskej spoločnosti vied v Göttingene. Verný svojim ideám, tridsať rokov rozvíjal a objasňoval logický systém neeuklidovskej geometrie. Posledná práca *Pangeometria*, nadiktovaná v roku 1855, vyšla až po jeho smrti a obsahovala zmienku o uplatnení novej geometrie v kozmických súvislostiach. Výsledky práce Nikolaja Ivanoviča Lobačevského boli pochopené a uznané až po roku 1868, po zovšeobecnení neeuklidovskej geometrie do uceleného systému, ktorý sa dá názorne modelovať. V ňom sú Lobačevského predstavy zahrnuté do hyperbolickej geometrie.



Lobačevskij dobre vedel, že *matematika je jazyk, ktorým hovoria všetky presné vedy*. Spoznal, že za základ matematiky môžu byť prijaté všetky pojmy získané z prírody. Pocítil spor medzi zmyslami a rozumom. Vytušil, že *nie je žiaden rozpor v tom, ak pripustíme, že niektoré sily v prírode sa riadia tou, iné zasa inou geometriou*. Po zodpovednej vedeckej práci dospel k novej pravde: *sú dve rôzne geometrie a rovnako oprávnené. Zanechajte zbytočnú námahu získať z jedného rozumu všetku múdrosť. Opýtajte sa prírody, ona chráni všetky poklady a na všetky vaše otázky bude odpovedať určite uspokojujúco*.

Netradičný odkaz

Odborná činnosť profesora Lobačevského nebola vyplnená iba výskumom v neeuklidovskej geometrii. Rozvíjal poznatky a publikoval aj z oblastí matematickej analýzy, algebry, teórie pravdepodobnosti, mechaniky, fyziky a astronómie. Založil univerzitný vedecký časopis. Bol dobrým pedagógom. Mal schopnosť prebúdať a rozvíjať v mladých ľuďoch samostatnosť myslenia: *Čomu sa treba učiť? Aké schopnosti treba odkryť a zdokonaľiť? Môj názor: nič nezlikvidovať, všetko zdokonaľiť. Rozum patrí iba človeku, rozum znamená určité poznania, v ktorých akoby sa odtlačili prvé platné príčiny vesmíru, ktoré dávajú do súladu všetky naše úsudky s javmi v prírode, kde nemôžu existovať protirečenia*. Nepodľahol komplexu neuznaného génia. Neochvejne uplatňoval široký rozhľad, skúsenosti, organizačný talent a silnú vôľu. Pozorne vysvetľoval, mal schopnosť hovoriť jednoducho, jasne a pútavo. Často prízvukoval: *Človek obohacujúc svoj um vedomosťami sa ešte potrebuje učiť vnímať život. Žiť znamená pociťovať, tešiť sa zo života, mať stále zmysel pre nové, ktoré pripomína, že žijeme*.



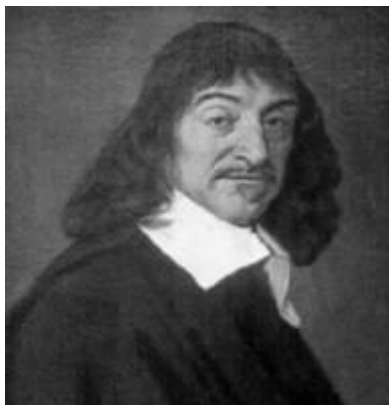
Myšlienková skutočnosť je úžasná

Lobačevskij ukázal, že možno vybudovať bezospornú geometriu aj vtedy, ak nahradíme piaty Euklidov postulát o rovnobežkách novým tvrdením o existencii aspoň dvoch rôznych priamok prechádzajúcich daným bodom, ktoré nemajú spoločný bod s danou priamkou, ktorá týmto bodom neprechádza. Nová geometria priniesla celý rad nových netradičných tvrdení, ktoré sa ťažko dali predstaviť v bežnej rovine. Musel sa presne vymedziť význam názoru pre geometriu i matematiku vôbec. Spory medzi predstavami a definíciami rozriešila myšlienka vytvárania modelov, ktoré spĺňajú základné postuláty. Ukázalo sa, že Lobačevského geometriu možno realizovať veľmi názorne na vhodných modeloch, napr. *Beltramiho - Kleinov model*. Problémy bezospornosti a úplnosti axiomatického systému spolu so zmenami matematického geometrického myslenia vyvolali vznik nových odvetví matematiky. Neeuklidovská geometria sa stala účinným matematickým aparátom vo všeobecnej teórii relativity i v súčasnej kozmológii. N.I. Lobačevskij je príkladom vedca, ktorý mal odvahu hlásať nové netradičné nepredstaviteľné názory. S odhodlaním hodným génia tridsať rokov rozvíjal a objasňoval svoje idey. Pritom kormidloval tvrdou mužnou rukou univerzitu, prebúdzal a rozvíjal samostatnosť a zdatnosť myslenia vo svojich študentoch, žil dôstojným rodinným životom. Vyzdvihoval slobodu ducha a premýšľania, ukázal vedeckú i občiansku smelosť a odvahu, podporil statočnosť i dobrotu ľudského srdca.



René DESCARTES – premýšľajúci gavalier hľadajúci pravdu

K základnej pravde



Čo znamená „*Je pense, donc je suis*“ vo francúzštine? To, čo latinské „*Cogito ergo sum*“. Túto myšlienku ponúkol svetu francúzsky filozof, matematik a prírodovedec René Descartes (31.3.1596 – 11.2.1650). Znamená: „*Myslím, teda som*“. K tomuto, prvému a najistejšiemu, záveru prichádza každý, kto sa zamyslí nad svojim myslením. *Všetko, čo svojimi zmyslami prijímam z vonkajšieho sveta, by mohol byť klam, všetko, čo môžem myslieť, môže byť nesprávne – ale v pochybovaní som si istý sebou ako myšliacou bytosťou...* Túto pravdu pokladal Descartes za nepochybnú, jasnú a zreteľnú. Pre jeho filozofiu sa stala najvyšším princípom a kritériom pravdivosti. Z toho odvíjal svoj rozumový prístup k štúdiu prírody, sveta i človeka. Odhodil záťaž minulého tisícročia a vykročil novým smerom – hľadať zdroj istoty a poznania v premýšľajúcom rozume. Vytvoril most medzi stredovekým a novovekým myslením. Pochopil a zdôraznil význam myšlienkovvej aktivity človeka a jeho rozumových schopností v procese utvárania pravdivých predstáv o prírode a svete.

Životný osud

V zámožnej meštianskej rodine v mestečku La Haye neďaleko Tours v západnom Francúzsku narodil sa ako tretie dieťa. Jednoročný stratil matku. Osemročný odišiel na štúdiá do kolégia La Flèche v Anjou. Bol vedený k odporu proti ľži a pretvárke. Dostal výborné vzdelanie a dosiahol dobrú úroveň vedomostí z matematiky. Potom študoval právo a medicínu v Poitiers. Na otcovu radu vstúpil ako dobrovoľník do armády. Viac ako desať rokov slúžil jazdecký dôstojník Descartes vo vojskách rôznych potentátov. Pravdepodobne sa zúčastnil bitky na Bielej hore (8.11. 1620), po ktorej pobudol niekoľko mesiacov aj v Prahe. Prešiel veľa miest v Čechách, na Morave i v Uhorsku. Cestoval po Nemecku, Švajčiarsku a Taliansku. Poznával prostých ľudí i panovníkov. Od roku 1629 sa usadil v Holandsku (Amsterdam, Leyden, Endegeest a ďalšie). Tam vznikli jeho najvýznamnejšie diela z filozofie, matematiky a fyziky. Na pozvanie švédskej kráľovnej Kristíny odišiel v roku 1649 do Švédska, aby sa zúčastnil na zakladaní Švédskej akadémie vied. Ochorel však na zápal pľúc a v Štokholme zomrel. Jeho pozostatky sa do Francúzska dostali až po 17 rokoch.

System a metóda

Ani počas vojenskej služby nezanedbal svoj záujem o vedu a filozofiu. Udržoval písomný styk s francúzskymi učencami, najmä s M. Mersenom, ktorý organizoval vedecké diskusie. V noci 10.11. 1619 vo vojenskom tábore v Nemecku si Descartes poznamenal do denníka: *...dnes som plný nadšenia objavil princípy ohromujúcej vedy...* Svoju racionalistickú analytickú metódu rozpracoval do novej metodológie a teórie vedy. Vyvrcholením sa stala slávna *Rozprava o metóde*, ktorá vyšla v Leydene roku 1637. Plný názov tejto práce je *Rozprava o metóde ako dobre viesť svoj rozum a hľadať pravdu v prírodných vedách + Dioptrika, Meteóry a Geometria, ktoré sú ukázkami tejto metódy*. Štyri základné pravidlá karteziánskej metódy boli:

pravidlo metodickéj pochybnosti – za pravdivé považovať iba to, čo je v mysli jasné, zreteľné a evidentné; chrániť sa pred prenáhlením a predpojatosťou.

pravidlo analytického postupu – rozkladať veci zložité na čo možno najjednoduchšie.

pravidlo syntézy – postupovať v správnom poriadku od ľahšieho k ťažšiemu, zhrnúť vzťahy a závislosti od jednoduchých až k poznaniu najzložitejších javov.

pravidlo kontroly – dbať pri riešení každej otázky na to, aby sa čo možno najúplnejšie prihliadalo na jej rozličné súvislosti a aspekty; zaistiť úplnosť skúmania.

Tak **Descartes** pomohol vytvoriť pomôcky pre lepšiu schopnosť správneho myslenia, pre uľahčenie skúmania prírody a poznanie vedeckej pravdy. Nech majú výhodu tí, ktorí správne premýšľajú.

Dôraz na matematiku

Aritmetika, geometria sú oveľa spoľahlivejšie než ostatné náuky, pretože jedine tieto sa zaoberajú takým jasným a jednoduchým predmetom, že vôbec nepripúšťajú, čo sa skúsenosťou ukázalo ako neisté, ale úplne spočívajú na dôsledkoch vyvedených rozumovým zdôvodnením. **Descartes** sa hlbšie zaujímal o matematiku od roku 1618. Považoval ju za skvelú ukážku toho, ako môže veda hľadať pravdu presvedčivým usudzovaním. Zaslúžil sa o zdokonalenie algebraickej symboliky. Navrhol označovať známe aj neznáme veličiny písmenami, napr. $a, b, c, \dots x, y, z$. Zaviedol označovanie mocnín tak, že mocniteľa písal vpravo hore od mocnenca, napr. a^3, a^4 ; rovnosť značil znakom ∞ . Ukázal geometrické konštrukcie, ktoré zodpovedajú operáciám $+, -, \cdot, :, ()^2, \sqrt{\quad}$. Priradil dĺžku ku každému číslu, bez ohľadu na to ako vzniklo. Zaviedol do geometrie algebraické metódy. Dal mocný impulz riešiť geometrické úlohy počítaním a skúmať vlastnosti rôznych kriviek a priestorových útvarov algebraicky. Popísal napr. tzv. *Descartov list*, krivku s rovnicou $x^3 + y^3 = 3 \cdot a \cdot x \cdot y$. Tretia časť jeho diela *Geometria* obsahuje algebraickú teóriu rovníc s tvrdením o počte koreňov. Veľa zaujímavých matematických výsledkov nachádzame v jeho dopisoch. Mierne provokujúce sú slová, ktoré **Descartes** napísal v závere: *Dúfam, že naši vnuci mi budú vďační nielen za veci, ktoré som tu vyložil, ale aj za tie, ponad ktoré som úmyselne prešiel, aby som im ponechal zásluhu, že ich objavili.* I keď jeho *Geometria* neobsahuje priame systematické použitie dnešnej metódy súradníc – analytickú geometriu, aj tak bola inšpirujúcim podnetom pre spojenie algebry a geometrie.



Zaoberal sa fyziológiou oka a videnia. Sám brúsil šošovky, poznal zákon lomu svetla. Skúmal meteorologické javy, vyložil vznik dúhy. Vytvoril mechanickú teóriu svetla i sveta. Pochopil, že podstatu vecí spoznávame lepšie, ak ich skúmame v postupovom vývoji.

Z myšlienok

- *Poznávanie pravdy je zdravie ľudského ducha.*
- *Nesmieme predpokladať, že všetko je tu kvôli nám.*
- *Jedine príroda robí veľké veci zadarmo.*
- *Mám v sebe ideu Boha ako nekonečnej, všemohúcej a vševedúcej bytosti...
Je nemysliteľné, aby ma chcel pravdu milujúci Boh klamať a podvádzať pred
mojim zrakom tento svet len ako klamný prelud...*
- *Ideu Boha alebo najvyššieho dokonalého bytia som našiel v sebe s rovnakou istotou ako
ideu nejakého tvaru alebo čísla.*
- *Tých, čo odhaľujú vedecké pravdy, možno porovnať s boháčmi, ktorí tým rýchlejšie bohatnú,
čím sú bohatší.*
- *Chcem nájsť novú cestu poznania. Tá cesta je: pokus a úvaha.*
- *Až vtedy, keď začnem premýšľať, nachádzam seba a svoje myslenie ako niečo veľmi
zodpovedné, ale i slobodné, ale aj isté.*
- *Porovnával som tajomstvá prírody so zákonmi matematiky. Bol som a som presvedčený,
že ten istý kľúč otvára dvere k pochopeniu jedného aj druhého.*

- *Je v povahe nekonečného, že nemôže byť pochopené nami, ktorí sme koneční.*
- *Iba tých pokladám za svojich priateľov, ktorí sú takí smelí, že ma upozornia na moje chyby.*
- *Som poverčivý: verím vo veľ duchov ľudstva.*

René Descartes považoval ľudský rozum za rozhodujúci zdroj poznania. Celým svojím dielom



zdôraznil jeho autoritu. Uznával ideu Boha, nekonečna, dokonalosti. Prírodné javy zodpovedne pozoroval, meral a na vysvetlenie používal matematické úvahy. Snažil sa vytvoriť "univerzálnu matematiku", ktorou by exaktne vystihol všetky stránky skutočnosti. V jeho predstavách sa algebraická rovnica stala základným pilierom analytickej geometrie, pomocou rovníc možno riešiť otázky geometrie. Nezaujímal sa o jednotlivé objavy alebo výsledky, ale o zdokonalenie nástrojov poznania. Chcel zjednotiť štruktúru vedy jedinou metódou. Z problémov svojej doby vykročil smerom k novovekej vede, filozofii i matematike, napriek tomu, že kráčať v temnotách sám.



Sophie GERMAINOVÁ – pochopila aj matematickú krásu

Revolučné štúdium

V čase zápasov francúzskeho ľudu proti feudálnemu zriadeniu (pád Bastily roku 1789) na začiatku francúzskej buržoáznej revolúcie mladá Sophie nevychádzala do ulíc, ale usilovne študovala v otcovej knižnici. Najviac ju zaujali otcove knižky. Z príbehu o Archimedovi (hrdinská obrana Syrakúz) usúdila, že matematické poznatky môžu byť aj prakticky užitočné. Postupne naštudovala mnohé partie vtedajšej matematiky.

Osud netradičnej ženy



Sophie Germainová (1.4.1776–26.6.1831) žila v období, keď štúdium žien nebolo v móde. Jej rodičia neboli netradičným záujmom svojej dcéry nadšení. Považovali to za prejav duševnej choroby. Talentovaná Sophia sa vedela neskôr vtipne vynájsť. Pod pseudonymom Monsier Le Blanc (v skutočnosti to bolo meno študenta parížskeho polytechnického inštitútu, ktorý opustil školu bez vedomia administratívy) riešila zadávané matematické úlohy. Joseph Louis Lagrange chcel poznať osobne tohto študenta. Stal sa však učiteľom i priateľom Sophie Germainovej.

V rokoch 1811 až 1816 pracovala Sophie Germainová na matematickom vyjadrení vzťahov pre kmitavý pohyb pružných doštičiek. Získala postupne nielen čestné uznanie, ale aj cenu vypísanú francúzskou Akadémiou vied za najlepšiu prácu o matematickej teórii elastických plôch. Z tejto problematiky napísala tri úspešné vedecké práce.

Úloha Sophie Germainovej

Nebýva zvykom, aby do tajomstiev náročnej teórie čísel prenikal niekto bez odvahy, talentu a vytrvalosti. Sophie Germainová dokázala, že každé prirodzené číslo tvaru $a^4 + 4$ je pre prirodzené $a > 1$ vždy číslom zloženým. Podstatou dôkazu je trochu netradičný rozklad výrazu $a^4 + 4$ na súčin činiteľov nižšieho stupňa:

$$\begin{aligned} a^4 + 4 &= a^4 + 4 + 4a^2 - 4a^2 = a^4 + 4a^2 + 4 - 4a^2 = \\ &= (a^2 + 2)^2 - 4a^2 = (a^2 + 2 + 2a) \cdot (a^2 + 2 - 2a) = \\ &= (a^2 + 2a + 2) \cdot (a^2 - 2a + 2) \end{aligned}$$

Pretože pre $a > 1$ sú to vždy dva rôzne činitele (nerovnajúce sa jednej), tak každé prirodzené číslo tvaru $a^4 + 4$ (pre $a > 1$) je číslom zloženým.

V teórii čísiel dokázala Sophie Germainová aj tzv. veľkú Fermatovu hypotézu pre niektoré čísla menšie ako 100. Tieto čísla (sú to také nepárne prvočísla p , pre ktoré je $2p + 1$ tiež prvočíslom) nazývame na jej počesť *prvočísla Sophie Germainovej*.

Skromná spomienka

Napriek pochybnostiam niektorých známych matematikov o úrovni matematického vzdelania a presnosti úvah, získala táto nevšedná žena Sophie Germainová prezývku *Hypatia 19. storočia*. Dopisovala si s Legendrom, Lagrangeom i Gaussom. Vynikla aj v chémii, fyzike a geografii. Niektoré jej historické a filozofické úvahy boli považované za elegantné. Naznačila úspešnú cestu ku krásam matematiky aj pre ďalšie ženy.



Jur HRONEC – citlivý pedagóg vyššej matematiky

Výrazná postava



K významným osobnostiam na poli matematickej kultúry na Slovensku nesporne patrí Juraj Hronec (17. 5. 1881 – 1. 12. 1959), známy vysokoškolský profesor matematiky. Prispel k vybudovaniu viacerých vysokých škôl (SVŠT, Prírodovedeckej fakulty UK, Vysokej školy obchodnej a Pedagogickej fakulty), položil základy matematickej tvorby a vyučovania matematiky na Slovensku. Jeho vedeckou oblasťou boli diferenciálne rovnice. Napísal 24 samostatných vedeckých prác s touto problematikou. Bol autorom prvých vysokoškolských učebníc vyššej matematiky napísaných po slovensky. [*Lineárne diferenciálne rovnice obyčajné* (Praha, 1938), *Diferenciálny a integrálny počet I, II* (Martin 1941, 1946) *Diferenciálne rovnice I, II* (Bratislava 1956, 1958)] Spolu napísal 11 odborných knižných publikácií a 15 článkov o pedagogike i organizácii školstva.

Osobnosť učiteľa

Profesor Hronec bol vždy presvedčený o tom, že len učiteľia charakterní a pevní si príkladným životom a premysleným vystupovaním získajú vážnosť a úctu. Neustále si uvedomoval nenahraditeľnú dôležitosť učiteľovej osobnosti pri ľudskej i odbornej orientácii študentov. Dôstojnosť vyučovania prehlboval súladom citu i rozumu, vytváraním vonkajšej nevyhnutnosti a vnútornej náklonnosti k štúdiu. Chcel charakterom rozvíjať charakter, duchom oživovať ducha. Spoznal, že pri každom vyučovaní má ísť výchova pred učením. Podporoval trpezlivú a vytrvalú povahu, nestranné mravné názory, zúšľacht'ovanie rozumu i citu. Hronec veľmi vážne skúmal vlastnosti, ktoré má mať kvalitné a úspešné vyučovanie i dobrý učiteľ. Hľadal pedagogické pravidlá ako prírodovedecké zákony, metódami podobnými matematickým úsudkom. Zavčasu spoznal, že *kde niet zdravého zrna, tam niet dobrého klasu*. Vedel, že v škole sa má podnecovať a rozvíjať študentský záujem. V školskom prostredí sa žiak nielen vyučuje, ale aj učiteľ sa ďalej učí. Uznával, že presvedčivý kantor vždy získa nadšených žiakov.

Hronec presvedčoval svojou učiteľskou osobnosťou o tom, že z prostredia našich škôl zostane živou len tá predstava, ktorú sme pochopili, precítili, prežili, zapojili do vnútorných myšlienkových súvislostí. Odhalil hlboký vzťah medzi vyučovaním matematiky a pedagogikou. Zvýraznil zásadný podiel osobnosti učiteľa matematiky, jeho spravodlivosti, uznanlivosti, šľachetnosti, činnej energie, silnej vôle, presnosti i svedomitosti v procese štúdia matematiky. Hlásal i žil matematiku ako prostriedok výchovy charakteru.

Zodpovedná ľudskosť

Naznačme si niekoľkými myšlienkami pedagogický odkaz, ktorý nám zanechal profesor Hronec:

- *Byť učiteľom, byť formujúcim činiteľom ľudského ducha je veľmi krásne a vznešené poslanie.*
- *Hľadať spôsob vyučovania znamená hľadať dobrých učiteľov, a tak aj vnútorná reforma závisí najmä na osobnosti učiteľa.*
- *Ak chce učiteľ, aby jeho vyučovanie bolo čím úspešnejšie, musí poznať individuálne osobitosti žiakov a musí sa usilovať len tie vlastnosti učiva nechať pôsobiť, ktorým zodpovedajúce zmyslové schopnosti žiakov sa už dost' vyvinuli, sú už dost' intenzívne, aby pôsobenie vnímali a spracovali.*
- *Vyučujúci môže oduševnenie u žiakov nižších tried povzbudiť vľúdnosťou, úprimnosťou a taktnosťou, u žiakov vyšších tried zasa vedomosťami, skúsenosťou, vzdelanosťou, zvlášť vynikajúcim charakterom. Učiteľ s týmito vlastnosťami imponuje žiakom, žiaci cítia,*

že učiteľ s nimi žije, a oni sa mu odplácajú usilovným učením, čo však znova povzbudzuje učiteľa k práci a tak oduševnenie sa stane nevyčerpatelným prameňom učiteľovej sily.

- *Dobrý učiteľ je vždy živou bytosťou, ktorá sa úplne oddá práci, výchove a vyučovaniu, ktorá nehľadá na vlastný záujem, ale pred očami má len objekt vyučovania: tento ju zaujíma a oduševňuje.*
- *Treba napísať dobré učebnice a treba určiť dobrý spôsob vyučovania. Dobré účinkovanie učebnice závisí predovšetkým na dobrom učiteľovi a len potom na autorovi učebnice.*
- *Každý profesor môže toľko vložiť do jednotlivých predpisov, koľko sám chce a bude vkladat', lebo učiteľa budú posudzovať podľa toho, koľko vedia jeho žiaci.*
- *Vedomosti sa dajú dosiahnuť po prvé veľkými požiadavkami učiteľovými, ktoré sú spojené s jeho prítomnosťou, po druhé dobrým spôsobom vyučovania.*
- *V každom žiakovi, v každom človeku má byť vychovávaná osobnosť ľudská, humanitná, t. j. taká, ktorá svoju silu, svoju energiu podľa možnosti čo najekonomickjšie venuje prospechu a dobru celého národa, celého ľudstva. Toto má byť konečný a veľkolepý cieľ každého vyučovania.*
- *Za učiteľa treba pripustiť len mladíka ideálne zmýšľajúceho, ktorý pozná ťažkú úlohu pedagóga, kto má srdce vrelo spolucítiace s mládežou, kto sa činne a energicky chce chytiť do vyučovania a kto subjektívne pôsobí na city mládeže.*
- *Keby som si mal znova voľiť povolanie, chcel by som byť len profesorom matematiky. Je to veda, ktorej zásady platili včera, platia dnes a budú platiť aj zajtra.*

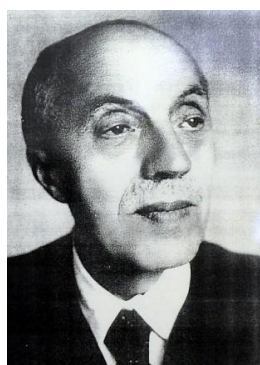
U nás doma

*My Slováci sme malý národ, a preto aj naši mladí matematici nemajú také možnosti rozvoja, ako majú príslušníci veľkých národov Túto nevýhodu možno vyvážiť jedine zvýšeným úsilím pri sebazdokonaľovaní, vlastnom štúdiu a zabezpečovaní všestranného rastu. Profesor Hronec, šľachetný a múdry človek, sa vždy hlásil k svojmu ľudu. Chcel na základe exaktného vedeckého modelu formovať človeka, učiteľov i matematikov. Mladým ľuďom, študentom odkázal: *Verte mi, milí priatelia, niet nič krajšieho, vznešenejšieho, ako práca. Práca vám vyplní váš život, bez nej je život prázdny, obsah života trvanlivo nevyplní nijaká zábava. V práci nájdete vždy útechu a zabudnutie po neúspechoch, bojoch a sklamaníach. V práci hľadajte útočisko a potom vám bude vždy dobre. Pracujte, tvorte, pritom vždy dúfajte a buďte šťastní!**



Vyučovanie školskej matematiky je vždy aj prístupom k ideálom. K tým matematickým, ale aj hlboko ľudským. V každej dobe platia pre nevďačné učiteľské povolanie aj slová, ktorých autorom je prof. J. Hronec: *My učelia sme povinní vždy a za všetkých okolností usilovať sa urobiť, viac, než sa od nás očakáva. Len tak zabezpečíme, že sa staneme nasledovniahodnými vzormi pre našu mládež.* Hlbokou motivačnou zásadou pre učiteľov matematiky je Hroncov apel:

Prvou a najhlavnejšou povinnosťou každého vyučujúceho je získať žiaka pre prácu pri vnímaní pojmov a predstáv, priviesť ho k tomu, aby sa aj on pričínal, aby pracoval a učil sa. Matematická kultúra je aj pre radosť ducha.



Matematika je veda, ktorej zásady platili včera, platia dnes a budú platiť aj zajtra.

- Juraj Hronec -

Johannes MÜLLER (Regiomontanus) – systematik rovinnej a sférickej trigonometrie

Úlohy aj v listoch

Ľudia si v dopisoch oznamujú rôzne správy. Matematici si posielajú úlohy. Taliansky astronóm Giovanni Bianchini dostal v liste úlohu: *Vypočítajte obsah štvoruholníka vpísaného do kruhu s polomerom 60, ak strany štvoruholníka sú v pomere 4:7:13:17.* Zvedavý pisateľ bol mladý nemecký matematik a astronóm Johannes Müller–Regiomontanus (1436–1476). V záznamoch o ňom sa vyskytujú rôzne mená: *Joannes de Monte Regio, Hans von Köninsperk, Königsberger, Molitor, Moller* a podobné ďalšie obmeny. Druhé prírmenie – *Regiomontanus* je zlatinizovaný názov rodiska – Königsbergu, mestečka neďaleko Coburgu (dnes Bavorsko v Nemecku).

Cesty životom

Jeden z najlepších stredovekých astronómov a matematikov 15. storočia sa narodil **6. júna 1436**. Dvanásťročný začal študovať na univerzite v Lipsku, štúdiá dokončil vo Viedni u významného



astronóma a matematika Georga Peurbacha (1423–1461). Od roku 1458 tu začal aj prednášať matematiku a astronómiu. Niekoľkoročný pobyt v Taliansku mu umožnil zdokonaľiť sa v gréčtine a vyučovať astronómiu v Padove. Na pozvanie kráľa Mateja Korvína sa zúčastnil a možno aj krátko prednášal od roku 1467 na novozałożenej univerzite *Academia Istropolitana* v Pressburgu, dnešnej Bratislave. Pôsobil aj v Ostrihome, Rábe, v Budíne bol správcom kráľovskej knižnice. V roku 1471 odišiel Regiomontanus do Norimbergu. Tu vo vlastnej tlačiarni vydával vedeckú literatúru a riadil astronomické observatórium. V roku 1475 odišiel na pozvanie pápeža Sixta IV. do Ríma, aby sa zúčastnil prác na reforme juliánskeho kalendára. Morová epidémia zasiahla aj jeho. Zomrel 6. júla 1476 v Ríme.

Odborné práce

Regiomontanus preložil veľa odborných prác z gréčtiny, dokončil po Puerbachovi z arabštiny preklad slávnej astronomickej knihy Klaudia Ptolemaia *Velká skladba*. Preštudoval práce arabského učenca al–Battáního (okolo 858–929) a v jeho diele našiel a zdôraznil kosínusovú vetu pre sférickú trigonometriu. V rokoch 1462–1464 napísal Regiomontanus dielo *Päť kníh o všetkých druhoch trojuholníkov*, ktoré však vyšlo tlačou až neskôr (1533). Je to prvá práca, v ktorej bola trigonometria jasne oddelená od astronómie, zároveň bol vyložený celý systém viet rovinnej a sférickej trigonometrie. V roku 1467 spísal prvé desiatinné trigonometrické tabuľky, ktoré vyšli až roku 1490. Regiomontanus neriešil trigonometrické úlohy iba konštruktívne, ale aj algebraicky, t.j. výpočtom. Okrem astronomickej teórie a pozorovania komét sa venoval aj popisu a konštrukcii astronomických prístrojov.

Johannes Müller–Regiomontanus rozvinul astronomické i matematické bádanie svojej doby. Medzi prvými v Nemecku počítal s arabskými číslicami, bol vynikajúcim znalcom antickej gréckej matematiky, systematicky študoval trigonometriu a ukázal ju ako samostatnú matematickú disciplínu. Stal sa pozoruhodným astronómom európskej tradície medzi Ptolemaiom a Koperníkov. I keď Regiomontanus zomrel veľmi mladý, získal si svojimi odbornými prácami autoritu medzi matematikmi i v radoch astronómov.



Zaujímavý je úryvok z listu, ktorý poslal Regiomontanus rektorovi univerzity v Erfurte: *I keď iní chcú riešiť svoje problémy svoje problémy vojnami, my chceme zápasit' inými prostriedkami,*

nie v bitkách, ale pomocou vydávania kníh, treba aby našimi zbraňami neboli zbrane vrhačské, bodáky a baranidlá na búranie pevnosti, ale prístroje Hipparcha a Ptolemaia, ktoré som zostrojil z kovu, obrovské a vhodné pre pozorovanie hviezd. V roku 1474 vydal J. Müller tabuľky polôh Slnka, Mesiaca a planét na každý deň pre roky 1475–1506. Na 896 stranách obsahovali 30000 číselných údajov spolu s návodom ako prepočítať tieto údaje pre rôzne miesta v Európe. Regiomontanove tabuľky používal aj Krištof Kolumbus a ďalší moreplavci.

Objavil ďalšiu dokonalosť

Nikomachos z Gerasy (1. – 2. stor. n. l.) sa vyjadril: *Dokonalé čísla sú krásne a krásne veci bývajú zriedkavé.* Dokonalé čísla sú tie prirodzené čísla, ktoré sa rovnajú súčtu všetkých svojich deliteľov, menších ako oni samé. Prvé štyri dokonalé čísla sú $6 = 1 + 2 + 3$, $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$, **496**, **8128**. Už Euklides dokázal, že ak je $2^n - 1$ prvočíslo, tak $2^n \cdot (2^n - 1)$ je dokonalé číslo. Traduje sa, že piate dokonalé číslo **33550336** asi objavil Johannes Müller–Regiomontanus.

Úloha pre spomienku

Z Regiomontanovho pera je aj táto úloha: *Tyč dlhá 10 stôp je zavesená zvisle tak, že k podlahe zostávajú štyri stopy. V akej vzdialenosti od jej spodného konca sa nachádza na podlahe bod, z ktorého je vidieť tyč pod najväčším uhlom?*

Dokážete túto úlohu vyriešiť?



Záverečný odkaz

Ponúkaným výberom medailónov zaujímavých osobností, ktoré nesporne ovplyvnili rozvoj našej matematickej kultúry, chcem podporiť nefalšovaný obdiv k ľuďom odkrývajúcim myšlienkové štruktúry, ktoré sa odrážajú v základoch celého nášho poznávania. Matematika ako mohutná stavba ľudskej tvorivosti prispieva k trvalým základom pravdy o svete, v ktorom žijeme. Matematické myslenie ponúka netušené možnosti pre objasnenie doteraz nepochopiteľnej skutočnosti. Naznačuje, že za pozorovanými javmi je často trvalý poriadok matematickej podstaty. Matematika je jazyk, ktorým hovoria nielen prírodné vedy. Nekonečne malé i nekonečne veľké nás ohromuje svojou matematickou štruktúrou. Matematika je na ceste v službe ducha, ktorý vníma konkrétne na pozadí abstraktného. Analýza prírody a ľudského myslenia nám ponúka stále jemnejšie perspektívy matematickej reality.

Verím, že aj neúplné správy o ľudských osudoch význačných matematikov, ktorí zanechali podnetné myšlienky pre všetkých ostatných, budú impulzom pre hlbšie a trvalejšie poznávanie skrytých matematických štruktúr v úsilí našich výchovno–vzdelávacích inštitúcií i každého učiteľa matematiky zvlášť.

Dušan Jedinák

