O rozličných radostech života matematikova

Luboš Pick (KMA MFF UK Praha)

Cesty k matematice, 25.9. 2014

Něco jako úplný začátek

Něco jako úplný začátek

Známý bonmot praví:

Něco jako úplný začátek

Známý bonmot praví:

Na světě existují tři typy lidí: ti, kteří dovedou počítat, a ti, kteří počítat nedovedou.

IT verse téhož (pocta místu)

IT verse téhož (pocta místu)

Tentýž bonmot, avšak upravený pro sídlo informatické sekce MFF UK:

IT verse téhož (pocta místu)

Tentýž bonmot, avšak upravený pro sídlo informatické sekce MFF UK:

Na světě existuje 10 typů ajťáků: ti, kteří rozumí binárnímu zápisu čísel a ti, kteří mu nerozumí.

Jak nás vidí učenci

MOTTO 1 (propagace matematiky):

MOTTO 1 (propagace matematiky):

Každý dobrý křesťan by se měl mít na pozoru před matematiky, kteří již po staletí pomáhají ďáblu zatemnit lidem ducha.

(Svatý Augustin, 390)

Jak nás vidí velikáni

MOTTO 2 (propagace matematiky):

MOTTO 2 (propagace matematiky):

Matematikové jsou jako Francouzi. Cokoli jim řeknete, přeloží si do svého vlastního jazyka, čímž vznikne něco jiného.

(J.W. Goethe)

Jak nás vidí studenti

MOTTO 3 (propagace matematické analýzy):

Jak nás vidí studenti

MOTTO 3 (propagace matematické analýzy):

Milý Bože, kdyby mi zbývala už jen jediná hodina života, dej, ať ji mohu strávit na přednášce z matematické analýzy. Pak mi bude tato hodina připadat jako věčnost.

(student MFF UK, jenž si nepřál být jmenován)

Co si z hodin matematiky a fyziky odnese umělec

MOTTO 4 (udržování matematicko-fyzikálního povědomí):

MOTTO 4 (udržování matematicko-fyzikálního povědomí):

Textař pop music praví toto:

MOTTO 4 (udržování matematicko-fyzikálního povědomí):

Textař pop music praví toto:

Ten okamžik trval snad celý světelný rok . . .

(Lenka Filipová)

MOTTO 4 (udržování matematicko-fyzikálního povědomí):

Textař pop music praví toto:

Ten okamžik trval snad celý světelný rok ...

(Lenka Filipová)

PRO SROVNÁNÍ:

MOTTO 4 (udržování matematicko-fyzikálního povědomí):

Textař pop music praví toto:

Ten okamžik trval snad celý světelný rok . . .

(Lenka Filipová)

PRO SROVNÁNÍ:

Dnes ráno jsem uběhl patnáct kilogramů.

(Luboš Pick)

MOTTO 4 (udržování matematicko-fyzikálního povědomí):

Textař pop music praví toto:

Ten okamžik trval snad celý světelný rok . . .

(Lenka Filipová)

PRO SROVNÁNÍ:

Dnes ráno jsem uběhl patnáct kilogramů.

(Luboš Pick)

OTÁZKA FILOSOFICKÁ:

MOTTO 4 (udržování matematicko-fyzikálního povědomí):

Textař pop music praví toto:

Ten okamžik trval snad celý světelný rok . . .

(Lenka Filipová)

PRO SROVNÁNÍ:

Dnes ráno jsem uběhl patnáct kilogramů.

(Luboš Pick)

OTÁZKA FILOSOFICKÁ: Kdo vypadá jako větší blbec?

Jak nás vidí veřejnost

Jak nás vidí veřejnost

V balóně

Historka "V balóně"

Historka “V balóně” (nemáme obrázek).

Poučení:

Poučení:

Studujme a rozvíjejme matematiku, antož se hodí všude!

Richard Nixon řekl v roce 1972 v kampani za své znovuzvolení prezidentem USA toto:

Richard Nixon řekl v roce 1972 v kampani za své znovuzvolení prezidentem USA toto:

“Rychlost růstu inflace se zpomaluje”.

Richard Nixon řekl v roce 1972 v kampani za své znovuzvolení prezidentem USA toto:

"Rychlost růstu inflace se zpomaluje".

Komentář z tisku následujícího dne: Jde o první historicky doložený případ využití *třetí derivace* ve vrcholné politice.

Matematika v politice - pokračování

Ronald a Nancy Reaganovi si nechali změnit adresu

Ronald a Nancy Reaganovi si nechali změnit adresu

ze St. Cloud Road 666

Ronald a Nancy Reaganovi si nechali změnit adresu

ze St. Cloud Road 666

na St. Cloud Road 668

Ronald a Nancy Reaganovi si nechali změnit adresu

ze St. Cloud Road 666

na St. Cloud Road 668

(na základě přesvědčení, že 666 je ďáblovo číslo).

A co naše alma mater?

A co naše alma mater?

VÝPOČET:

A co naše alma mater?

VÝPOČET:

$$2014 - 1348 = 666.$$

A co naše alma mater?

VÝPOČET:

$$2014 - 1348 = 666.$$

Sám pan rektor UK

A co naše alma mater?

VÝPOČET:

$$2014 - 1348 = 666.$$

Sám pan rektor UK nechal při letošních oslavách 666. výročí založení UK zahrát píseň

VÝPOČET:

$$2014 - 1348 = 666.$$

Sám pan rektor UK nechal při letošních oslavách 666. výročí založení UK zahrát píseň

Number of the Beast

VÝPOČET:

$$2014 - 1348 = 666.$$

Sám pan rektor UK nechal při letošních oslavách 666. výročí založení UK zahrát píseň

Number of the Beast

od **Iron Maiden**.

Ďáblovo číslo nemusí nutně být 666

Ďáblovo číslo nemusí nutně být 666

Pohled lidstva na **ďáblovo číslo** prošel jistým vývojem.

Ďáblovo číslo nemusí nutně být 666

Pohled lidstva na ďáblovo číslo prošel jistým vývojem.

V dřevních dobách starých Keltů byla ďáblovým číslem **devítka**.

Ďáblovo číslo nemusí nutně být 666

Pohled lidstva na **ďáblovo číslo** prošel jistým vývojem.

V dřevních dobách starých Keltů byla ďáblovým číslem **devítka**.

Příklad: úryvek z písně **The Devil's Courtship** (Ďáblovy námluvy, překlad do češtiny Jan Lašťovička):

Ďáblovo číslo nemusí nutně být 666

Pohled lidstva na **ďáblovo číslo** prošel jistým vývojem.

V dřevních dobách starých Keltů byla ďáblovým číslem **devítka**.

Příklad: úryvek z písně **The Devil's Courtship** (Ďáblovy námluvy, překlad do češtiny Jan Lašťovička):

Svou krásnou píšťalku ti dám,
hraje devět tónů na devět stran,
když půjdeš se mnou, jásko má,
a když mě budeš chtít …

Originál

"I'll buy you a braw snuff box
Nine times opened, nine times locked
If ye'll gang alang wi' me m'dear, if ye'll gang alang wi' me?"

Originál

"I'll buy you a braw snuff box
Nine times opened, nine times locked
If ye'll gang alang wi' me m'dear, if ye'll gang alang wi' me?"

"You can hae your braw snuff box
Nine times opened, nine times locked
For I'll never gang wi' you m'dear, I'll never gang wi' you."

Originál

"I'll buy you a braw snuff box
Nine times opened, nine times locked
If ye'll gang alang wi' me m'dear, if ye'll gang alang wi' me?"

"You can hae your braw snuff box
Nine times opened, nine times locked
For I'll never gang wi' you m'dear, I'll never gang wi' you."

"I'll buy you a silken goon
Wi' nine stripes up and nine stripes doon
If ye'll gang alang wi' me m'dear, if ye'll gang alang wi' me?"

Originál

"I'll buy you a braw snuff box
Nine times opened, nine times locked
If ye'll gang alang wi' me m'dear, if ye'll gang alang wi' me?"

"You can hae your braw snuff box
Nine times opened, nine times locked
For I'll never gang wi' you m'dear, I'll never gang wi' you."

"I'll buy you a silken goon
Wi' nine stripes up and nine stripes doon
If ye'll gang alang wi' me m'dear, if ye'll gang alang wi' me?"

"You can hae your silken goon
Wi' nine stripes up and nine stripes doon
For I'll never gang wi' you m'dear, I'll never gang wi' you."

Podivuhodná záliba v číslech

Proč jsou některá čísla oblíbená?

Proč jsou některá čísla oblíbená?

Protože jsou zajímavá!

Čísla jsou ohromně zajímavá

VĚTA 1 (o zajímavosti čísel):

Čísla jsou ohromně zajímavá

VĚTA 1 (o zajímavosti čísel):

Všechna přirozená čísla jsou zajímavá.

VĚTA 1 (o zajímavosti čísel):

Všechna přirozená čísla jsou zajímavá.

Důkaz.

Čísla jsou ohromně zajímavá

VĚTA 1 (o zajímavosti čísel):

Všechna přirozená čísla jsou zajímavá.

Důkaz.

Předpokládejme pro spor, že tvrzení věty neplatí.

VĚTA 1 (o zajímavosti čísel):

Všechna přirozená čísla jsou zajímavá.

Důkaz.

Předpokládejme pro spor, že tvrzení věty neplatí.
To znamená, že existují přirozená čísla, která nejsou zajímavá.

VĚTA 1 (o zajímavosti čísel):

Všechna přirozená čísla jsou zajímavá.

Důkaz.

Předpokládejme pro spor, že tvrzení věty neplatí.
To znamená, že existují přirozená čísla, která nejsou zajímavá.
Pak ale mezi nimi existuje *nejmenší* takové, tedy nezajímavé přirozené číslo.

VĚTA 1 (o zajímavosti čísel):

Všechna přirozená čísla jsou zajímavá.

Důkaz.

Předpokládejme pro spor, že tvrzení věty neplatí.
To znamená, že existují přirozená čísla, která nejsou zajímavá.
Pak ale mezi nimi existuje *nejmenší* takové, tedy nezajímavé přirozené číslo.
Je to nejmenší číslo s jistou netriviální vlastností.

Čísla jsou ohromně zajímavá

VĚTA 1 (o zajímavosti čísel):

Všechna přirozená čísla jsou zajímavá.

Důkaz.

Předpokládejme pro spor, že tvrzení věty neplatí.
To znamená, že existují přirozená čísla, která nejsou zajímavá.
Pak ale mezi nimi existuje *nejmenší* takové, tedy nezajímavé přirozené číslo.
Je to nejmenší číslo s jistou netriviální vlastností.
To jej činí zajímavým.

VĚTA 1 (o zajímavosti čísel):

Všechna přirozená čísla jsou zajímavá.

Důkaz.

Předpokládejme pro spor, že tvrzení věty neplatí.
To znamená, že existují přirozená čísla, která nejsou zajímavá.
Pak ale mezi nimi existuje *nejmenší* takové, tedy nezajímavé přirozené číslo.
Je to nejmenší číslo s jistou netriviální vlastností.
To jej činí zajímavým.
Dostáváme spor.

Záliba v číslech

Záliba v číslech

Viděli jsme, že ďábel má svá oblíbená čísla, zatímco president Reagan měl své neoblíbené číslo.

Záliba v číslech

Viděli jsme, že ďábel má svá oblíbená čísla, zatímco president Reagan měl své neoblíbené číslo.

Svá oblíbená či neoblíbená čísla mají i jiní.

Bacha na věc!

Bacha na věc!

V roce 1994 získal **Roger Schlafly** patent USA číslo 5,373,560 na dvě prvočísla

Bacha na věc!

V roce 1994 získal **Roger Schlafly** patent USA číslo 5,373,560 na dvě prvočísla

7,994,412,097,716,110,548,127,211,733,331,600,522,933,
776,757,046,707,649,963,673,962,686,200,838,432,950,239,
103,981,070,728,369,599,816,314,646,482,720,706,826,018,
360,181,196,843,154,224,748,382,211,019

a

103,864,912,054,654,272,074,839,999,186,936,834,171,066,
194,620,139,675,036,534,769,616,693,904,589,884,931,513,
925,858,861,749,077,079,643,532,169,815,633,834,450,952,
832,125,258,174,795,234,553,238,258,030,222,937,772,878,
346,831,083,983,624,739,712,536,721,932,666,180,751,292,
001,388,772,039,413,446,493,758,317,344,413,531,957,900,
028,443,184,983,069,698,882,035,800,332,668,237,985,846,
170,997,572,388,089

V roce 1994 získal **Roger Schlafly** patent USA číslo 5,373,560 na dvě prvočísla

7,994,412,097,716,110,548,127,211,733,331,600,522,933,
776,757,046,707,649,963,673,962,686,200,838,432,950,239,
103,981,070,728,369,599,816,314,646,482,720,706,826,018,
360,181,196,843,154,224,748,382,211,019

a

103,864,912,054,654,272,074,839,999,186,936,834,171,066,
194,620,139,675,036,534,769,616,693,904,589,884,931,513,
925,858,861,749,077,079,643,532,169,815,633,834,450,952,
832,125,258,174,795,234,553,238,258,030,222,937,772,878,
346,831,083,983,624,739,712,536,721,932,666,180,751,292,
001,388,772,039,413,446,493,758,317,344,413,531,957,900,
028,443,184,983,069,698,882,035,800,332,668,237,985,846,
170,997,572,388,089

Bez jeho svolení s nimi nikdo nesmí pracovat!

Oblíbená čísla

Máte vy nějaké oblíbené číslo?

Oblíbená čísla

Máte vy nějaké oblíbené číslo?

A v čem spočívá jeho obliba?

Číslo 41

Číslo 41

Moje oblíbené číslo je 41.

Číslo 41

Moje oblíbené číslo je 41.

Důvod pramení z následující úlohy.

Číslo 41

Moje oblíbené číslo je 41.

Důvod pramení z následující úlohy.

ZADÁNÍ:

Moje oblíbené číslo je 41.

Důvod pramení z následující úlohy.

ZADÁNÍ:

Najděte alespoň jedno **přirozené číslo** $n < 41$ tak, aby

$$n^2 + n + 41$$

nebylo prvočíslo.

Číslo 41

Moje oblíbené číslo je 41.

Důvod pramení z následující úlohy.

ZADÁNÍ:

Najděte alespoň jedno **přirozené číslo** $n < 41$ tak, aby

$$n^2 + n + 41$$

nebylo prvočíslo.

Poznámka: toto je moje modifikace dřevní úlohy:

Číslo 41

Moje oblíbené číslo je 41.

Důvod pramení z následující úlohy.

ZADÁNÍ:

Najděte alespoň jedno **přirozené číslo** $n < 41$ tak, aby

$$n^2 + n + 41$$

nebylo prvočíslo.

Poznámka: toto je moje modifikace dřevní úlohy:

Najděte alespoň jedno **přirozené číslo** $n < 41$ tak, aby

$$n^2 - n + 41$$

nebylo prvočíslo.

Číslo 41 - řešení

Řešení původní úlohy:

Řešení původní úlohy:

Žádné takové číslo neexistuje (!)

Číslo 41 - řešení

Řešení původní úlohy:

Žádné takové číslo neexistuje (!)

Polynom

$$n^2 - n + 41$$

Řešení původní úlohy:
Žádné takové číslo neexistuje (!)

Polynom

$$n^2 - n + 41$$

totiž dává pro $n = 1, \dots, 40$ následující seznam:

Řešení původní úlohy:

Žádné takové číslo neexistuje (!)

Polynom

$$n^2 - n + 41$$

totiž dává pro $n = 1, \dots, 40$ následující seznam:

$$41, 43, 47, 53, 61, 71, 83, 97, 113, 131,$$
$$151, 173, 197, 223, 251, 281, 313, 347, 383, 421,$$
$$461, 503, 547, 593, 641, 691, 743, 797, 853, 911,$$
$$971, 1033, 1097, 1163, 1231, 1301, 1373, 1447, 1523, 1601.$$

Řešení původní úlohy:
Žádné takové číslo neexistuje (!)

Polynom
$$n^2 - n + 41$$
totiž dává pro $n = 1, \ldots, 40$ následující seznam:

$$41, 43, 47, 53, 61, 71, 83, 97, 113, 131,$$
$$151, 173, 197, 223, 251, 281, 313, 347, 383, 421,$$
$$461, 503, 547, 593, 641, 691, 743, 797, 853, 911,$$
$$971, 1033, 1097, 1163, 1231, 1301, 1373, 1447, 1523, 1601.$$

POZOROVÁNÍ: *Všechna tato čísla jsou prvočísla.*

Řešení původní úlohy:
Žádné takové číslo neexistuje (!)

Polynom

$$n^2 - n + 41$$

totiž dává pro $n = 1, \ldots, 40$ následující seznam:

$$41, 43, 47, 53, 61, 71, 83, 97, 113, 131,$$
$$151, 173, 197, 223, 251, 281, 313, 347, 383, 421,$$
$$461, 503, 547, 593, 641, 691, 743, 797, 853, 911,$$
$$971, 1033, 1097, 1163, 1231, 1301, 1373, 1447, 1523, 1601.$$

POZOROVÁNÍ: *Všechna tato čísla jsou prvočísla.*

A navíc: 41 je největší číslo s touto vlastností.

Číslo 41 - řešení

Číslo 41 - řešení

Jak to?

Jak to?

Prostě náhodou víme, že:

Jak to?

Prostě náhodou víme, že:

• Pro $k > 1$ dává polynom $n^2 - n + k$ prvočíselné hodnoty pro všechna $n = 1, 2, \ldots, k-1$ právě tehdy, když $4k - 1$ je takzvané **Heegnerovo číslo**;

Jak to?

Prostě náhodou víme, že:

• Pro $k > 1$ dává polynom $n^2 - n + k$ prvočíselné hodnoty pro všechna $n = 1, 2, \ldots, k - 1$ právě tehdy, když $4k - 1$ je takzvané **Heegnerovo číslo**;

• Heegnerových čísel je jenom *devět* (ďábelský počet);

Jak to?

Prostě náhodou víme, že:

- Pro $k > 1$ dává polynom $n^2 - n + k$ prvočíselné hodnoty pro všechna $n = 1, 2, \ldots, k-1$ právě tehdy, když $4k - 1$ je takzvané **Heegnerovo číslo**;

- Heegnerových čísel je jenom *devět* (ďábelský počet);

- a jsou to náhodou zrovna čísla 1, 2, 3, 7, 11, 19, 43, 67, 163.

Jak to?

Prostě náhodou víme, že:

• Pro $k > 1$ dává polynom $n^2 - n + k$ prvočíselné hodnoty pro všechna $n = 1, 2, \ldots, k - 1$ právě tehdy, když $4k - 1$ je takzvané **Heegnerovo číslo**;

• Heegnerových čísel je jenom *devět* (ďábelský počet);

• a jsou to náhodou zrovna čísla 1, 2, 3, 7, 11, 19, 43, 67, 163.

Odtud již vše snadno plyne.

Číslo 41 - řešení modifikované úlohy

Řešení modifikované úlohy ...

Řešení modifikované úlohy ...

(najděte alespoň jedno **přirozené číslo** $n < 41$ tak, aby

$$n^2 + n + 41$$

nebylo prvočíslo)

Řešení modifikované úlohy ...

(najděte alespoň jedno **přirozené číslo** $n < 41$ tak, aby

$$n^2 + n + 41$$

nebylo prvočíslo)

...vám ponechám za cvičení.

Řešení modifikované úlohy ...

(najděte alespoň jedno **přirozené číslo** $n < 41$ tak, aby

$$n^2 + n + 41$$

nebylo prvočíslo)

...vám ponechám za cvičení.

Doufám, že je vám jasné, jak na to!

Pro ty, jejichž oblíbeným číslem je jednička

Matematika a podvodníci

OTÁZKA: Jaká je pravděpodobnost, že ve velkém souboru náhodných dat **bude určité číslo začínat jedničkou**?

OTÁZKA: Jaká je pravděpodobnost, že ve velkém souboru náhodných dat **bude určité číslo začínat jedničkou**?

Příklady takových souborů dat:

OTÁZKA: Jaká je pravděpodobnost, že ve velkém souboru náhodných dat **bude určité číslo začínat jedničkou**?

Příklady takových souborů dat:

- fyzikální konstanty

Matematika a podvodníci

OTÁZKA: Jaká je pravděpodobnost, že ve velkém souboru náhodných dat **bude určité číslo začínat jedničkou**?

Příklady takových souborů dat:

- fyzikální konstanty
- plocha jednotlivých ostrůvků v rozsáhlém souostroví

OTÁZKA: Jaká je pravděpodobnost, že ve velkém souboru náhodných dat **bude určité číslo začínat jedničkou**?

Příklady takových souborů dat:

- fyzikální konstanty
- plocha jednotlivých ostrůvků v rozsáhlém souostroví
- ceny zboží v supermarketu

OTÁZKA: Jaká je pravděpodobnost, že ve velkém souboru náhodných dat **bude určité číslo začínat jedničkou**?

Příklady takových souborů dat:

- fyzikální konstanty
- plocha jednotlivých ostrůvků v rozsáhlém souostroví
- ceny zboží v supermarketu

Je zřejmé, že **odpověď je** $\frac{1}{9}$?

OTÁZKA: Jaká je pravděpodobnost, že ve velkém souboru náhodných dat **bude určité číslo začínat jedničkou**?

Příklady takových souborů dat:

- fyzikální konstanty
- plocha jednotlivých ostrůvků v rozsáhlém souostroví
- ceny zboží v supermarketu

Je zřejmé, že **odpověď je** $\frac{1}{9}$?

Pozor, jak víme, devítka je ďáblovo číslo, ta se leckam vloud9!

Benfordův zákon

ŘEŠENÍ: Odpověď ale **není** $\frac{1}{9}$.

ŘEŠENÍ: Odpověď ale **není** $\frac{1}{9}$.

Benfordův zákon (Newcombe 1881, Benford 1934):

ŘEŠENÍ: Odpověď ale **není** $\frac{1}{9}$.

Benfordův zákon (Newcombe 1881, Benford 1934):

Pravděpodobnost, že určité číslo bude začínat číslicí n, kde $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, je dána vzorcem

ŘEŠENÍ: Odpověď ale **není** $\frac{1}{9}$.

Benfordův zákon (Newcombe 1881, Benford 1934):

Pravděpodobnost, že určité číslo bude začínat číslicí n, kde $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, *je dána vzorcem*

$$log(n+1) - \log n.$$

ŘEŠENÍ: Odpověď ale **není** $\frac{1}{9}$.

Benfordův zákon (Newcombe 1881, Benford 1934):

Pravděpodobnost, že určité číslo bude začínat číslicí n, kde $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, *je dána vzorcem*

$$log(n+1) - \log n.$$

Tedy například:

pravděpodobnost, že číslo začne *jedničkou*	$= 30,1\%$
pravděpodobnost, že číslo začne *dvojkou*	$= 17,6\%$
pravděpodobnost, že číslo začne *trojkou*	$= 12,5\%$
pravděpodobnost, že číslo začne *devítkou*	$= 4,6\%$

Poučení pro nás:

Poučení pro nás:

Bořme mýty!

Poučení pro nás:

Bořme mýty!

A zejména **mýty o matematice**

Mýtus: matematika = čísla

Mýtus: matematika = čísla

Správně má být:

Mýtus: matematika = čísla

Správně má být:

matematika $\supset$ čísla

Otázky filosofické a jiné

Otázky filosofické a jiné

- Odkdy lidstvo počítá?

Otázky filosofické a jiné

- Odkdy lidstvo počítá?
- Objevily se nejprve číslovky **základní** nebo **řadové**?

Otázky filosofické a jiné

- Odkdy lidstvo počítá?
- Objevily se nejprve číslovky **základní** nebo **řadové**?

pro **základní**: každodenní potřeby

Otázky filosofické a jiné

- Odkdy lidstvo počítá?
- Objevily se nejprve číslovky **základní** nebo **řadové**?

pro **základní**: každodenní potřeby

pro **řadové**: rituály s daným pořadím prvků

Radikální duchovní skoky v nazírání na čísla

- *rozdíly* nutné pro přežití: jeden vlk nebo smečka vlků?

Radikální duchovní skoky v nazírání na čísla

- *rozdíly* nutné pro přežití: jeden vlk nebo smečka vlků?
- *společné prvky:* dvě ruce, dvě nohy, dvě tělesa na nebi

První neoblíbené číslo

První neoblíbené číslo

- Prvním neoblíbeným číslem se stalo číslo *dvě*.

První neoblíbené číslo

- Prvním neoblíbeným číslem se stalo číslo *dvě*.
- Pythagorejci: *dvě* je ženským číslem, číslem názorů, rozdělování a svárů

První neoblíbené číslo

- Prvním neoblíbeným číslem se stalo číslo *dvě*.
- Pythagorejci: *dvě* je ženským číslem, číslem názorů, rozdělování a svárů
- příklady z mnoha jazyků: *dvojí tvář, dvojí jazyk*

Tři už jsou dav

Tři už jsou dav

první rozlišení: jeden - dva - mnoho

Tři už jsou dav

první rozlišení: jeden - dva - mnoho

Číslo 3: sumersky: ‘es’ (mnoho)

Tři už jsou dav

první rozlišení: jeden - dva - mnoho

Číslo 3: sumersky: ‘es’ (mnoho)

etnika v Torresově průlivu: dvojková soustava:

Tři už jsou dav

první rozlišení: jeden - dva - mnoho

Číslo 3: sumersky: ‘es’ (mnoho)

etnika v Torresově průlivu: dvojková soustava:
1 = urapun

Tři už jsou dav

první rozlišení: jeden - dva - mnoho

Číslo 3: sumersky: ‘es’ (mnoho)

etnika v Torresově průlivu: dvojková soustava:
1 = urapun
2 = okosa

Tři už jsou dav

první rozlišení: jeden - dva - mnoho

Číslo 3: sumersky: ‘es’ (mnoho)

etnika v Torresově průlivu: dvojková soustava:
1 = urapun
2 = okosa
3 = okosa-urapun

Tři už jsou dav

první rozlišení: jeden - dva - mnoho

Číslo 3: sumersky: 'es' (mnoho)

etnika v Torresově průlivu: dvojková soustava:
1 = urapun
2 = okosa
3 = okosa-urapun
4 = okosa-okosa

Tři už jsou dav

první rozlišení: jeden - dva - mnoho

Číslo 3: sumersky: ‘es’ (mnoho)

etnika v Torresově průlivu: dvojková soustava:
1 = urapun
2 = okosa
3 = okosa-urapun
4 = okosa-okosa
5 = ras (= mnoho)

Matematika a historie

TVRZENÍ:

TVRZENÍ:

Číslo $\frac{1}{2}$ bylo pochopeno mnohem dříve než ostatní převrácené hodnoty celých čísel. Ty se pravděpodobně vyvinuly až poté, kdy počítání překonalo hranici “tři už jsou dav".

Něco jako důkaz

Něco jako důkaz

Ilustrace: **množné číslo a zlomek** v evropských jazycích

Něco jako důkaz

Ilustrace: **množné číslo a zlomek** v evropských jazycích

tři-třetina	dvě-polovina
three-third	two-half
šaloš-šliš	štajim-hetsi
három-harmad	kettö-fél
trei-treilea	doi-jumate
tair-trydydd	dau-hanner

Další méně oblíbená čísla

- čísla 13 a 17

Další méně oblíbená čísla

- čísla 13 a 17
- pátek třináctého

Pátek třináctého

Pátek třináctého

V roce 1998 jsem dostal dotaz z MF Dnes: kolik bude pátků třináctého ve 21. století?

Pátek třináctého

V roce 1998 jsem dostal dotaz z MF Dnes: kolik bude pátků třináctého ve 21. století?

Definice: Měsíc, v němž datum *třináctého* připadá na *pátek*, nazveme *šťastným měsícem*.

Pátek třináctého

V roce 1998 jsem dostal dotaz z MF Dnes: kolik bude pátků třináctého ve 21. století?

Definice: Měsíc, v němž datum *třináctého* připadá na *pátek*, nazveme *šťastným měsícem*.

Typy roků:

Pátek třináctého

V roce 1998 jsem dostal dotaz z MF Dnes: kolik bude pátků třináctého ve 21. století?

Definice: Měsíc, v němž datum *třináctého* připadá na *pátek*, nazveme *šťastným měsícem*.

Typy roků:

N_1	N_2	N_3	P_4
N_6	N_7	N_1	P_2
N_4	N_5	N_6	P_7
N_2	N_3	N_4	P_5
N_7	N_1	N_2	P_3
N_5	N_6	N_7	P_1
N_3	N_4	N_5	P_6

Pátek třináctého

Pátek třináctého

Pátek třináctého

Počty šťastných měsíců:

Pátek třináctého

Počty šťastných měsíců:

Typ roku	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7
Počet šťastných měsíců	2	2	1	3	1	1	2

Typ roku	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
Počet šťastných měsíců	2	1	2	2	1	1	3

Počty šťastných měsíců:

Typ roku	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7
Počet šťastných měsíců	2	2	1	3	1	1	2

Typ roku	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
Počet šťastných měsíců	2	1	2	2	1	1	3

ODPOVĚĎ: V 21. století máme **172** pátků třináctého.

Pátek třináctého

Pátek třináctého

Zajímavost: Pravděpodobnost výskytu šťastného měsíce *není* rovna jedné sedmině,

Pátek třináctého

Zajímavost: Pravděpodobnost výskytu šťastného měsíce *není* rovna jedné sedmině, nýbrž číslu

$$\frac{43}{300} = \frac{1}{7} \times \left(1 + \frac{1}{300}\right).$$

Pátek třináctého

Zajímavost: Pravděpodobnost výskytu šťastného měsíce *není* rovna jedné sedmině, nýbrž číslu

$$\frac{43}{300} = \frac{1}{7} \times \left(1 + \frac{1}{300}\right).$$

Závěr: Žijeme ve *šťastné době*.

Mýtus o neomylnosti intuice

Mýtus o neomylnosti intuice

Další mýtus: naše **matematická** (nebo jiná - dosaďte si libovolnou vědeckou či uměleckou disciplínu) **intuice je neomylná**.

Další mýtus: naše **matematická** (nebo jiná - dosaďte si libovolnou vědeckou či uměleckou disciplínu) **intuice je neomylná**.

Správně má být:

Mýtus o neomylnosti intuice

Další mýtus: naše **matematická** (nebo jiná - dosaďte si libovolnou vědeckou či uměleckou disciplínu) **intuice je neomylná**.

Správně má být:

Naše intuice často vede na scestí!

Další mýtus: naše **matematická** (nebo jiná - dosaďte si libovolnou vědeckou či uměleckou disciplínu) **intuice je neomylná**.

Správně má být:

Naše intuice často vede na scestí!

Uvedeme několik příkladů.

Provázek kolem Země

Provázek kolem Země

OTÁZKA: Kolem (ideálně kulaté) zeměkoule (poloměr 6378 km) je těsně omotán provázek. O kolik je nutné provázek prodloužit, aby se vznášel metr nad povrchem?

OTÁZKA: Kolem (ideálně kulaté) zeměkoule (poloměr 6378 km) je těsně omotán provázek. O kolik je nutné provázek prodloužit, aby se vznášel metr nad povrchem?

ODPOVĚĎ: 2π

Provázek kolem Země

OTÁZKA: Kolem (ideálně kulaté) zeměkoule (poloměr 6378 km) je těsně omotán provázek. O kolik je nutné provázek prodloužit, aby se vznášel metr nad povrchem?

ODPOVĚĎ: 2π (nezáleží na poloměru (!))

Já jsem na roztažnost chyběl (student zhulenec, film Gympl)

Já jsem na roztažnost chyběl (student zhulenec, film Gympl)

Máme dvě koleje, každá má délku 1 km, položené těsně za sebou a dotýkající se. Na volných koncích jsou ukotveny pevně a při eventuálním prodloužení je jim dovolen pohyb *pouze nahoru* (nikoli do stran).

Já jsem na roztažnost chyběl (student zhulenec, film Gympl)

Máme dvě koleje, každá má délku 1 km, položené těsně za sebou a dotýkající se. Na volných koncích jsou ukotveny pevně a při eventuálním prodloužení je jim dovolen pohyb *pouze nahoru* (nikoli do stran).

OTÁZKA: Každá z kolejí se teplem roztáhne o 1 mm. O kolik se koleje zvednou v místě dotyku?

Já jsem na roztažnost chyběl (student zhulenec, film Gympl)

Máme dvě koleje, každá má délku 1 km, položené těsně za sebou a dotýkající se. Na volných koncích jsou ukotveny pevně a při eventuálním prodloužení je jim dovolen pohyb *pouze nahoru* (nikoli do stran).

OTÁZKA: Každá z kolejí se teplem roztáhne o 1 mm. O kolik se koleje zvednou v místě dotyku?

ODPOVĚĎ: O $1,41$ **metru** (!)

Já jsem na roztažnost chyběl (student zhulenec, film Gympl)

Máme dvě koleje, každá má délku 1 km, položené těsně za sebou a dotýkající se. Na volných koncích jsou ukotveny pevně a při eventuálním prodloužení je jim dovolen pohyb *pouze nahoru* (nikoli do stran).

OTÁZKA: Každá z kolejí se teplem roztáhne o 1 mm. O kolik se koleje zvednou v místě dotyku?

ODPOVĚĎ: O $1,41$ **metru** (!) (Pythagorova věta).

Odhad pravděpodobnosti

Odhad pravděpodobnosti

Odhadněte, jaká je pravděpodobnost, že *na fotbalovém hřišti mají alespoň dvě osoby narozeniny ve stejný den*!

Odhad pravděpodobnosti

Odhadněte, jaká je pravděpodobnost, že *na fotbalovém hřišti mají alespoň dvě osoby narozeniny ve stejný den*!

Výsledek: **51%**

Odhad pravděpodobnosti

Odhadněte, jaká je pravděpodobnost, že *na fotbalovém hřišti mají alespoň dvě osoby narozeniny ve stejný den*!

Výsledek: **51%**

(samozřejmě za předpokladu, že zatím nebyla vytažena červená karta)

Odhad pravděpodobnosti - tipujeme

Odhad pravděpodobnosti - tipujeme

Kolik přátel musíme pozvat na mejdan, aby pravděpodobnost, že *alespoň dvě osoby budou mít narozeniny ve stejný den*, činila

Odhad pravděpodobnosti - tipujeme

Kolik přátel musíme pozvat na mejdan, aby pravděpodobnost, že *alespoň dvě osoby budou mít narozeniny ve stejný den*, činila

- 50 %?

Odhad pravděpodobnosti - tipujeme

Kolik přátel musíme pozvat na mejdan, aby pravděpodobnost, že *alespoň dvě osoby budou mít narozeniny ve stejný den*, činila

- 50 %? **23**

Odhad pravděpodobnosti - tipujeme

Kolik přátel musíme pozvat na mejdan, aby pravděpodobnost, že *alespoň dvě osoby budou mít narozeniny ve stejný den*, činila

- 50 %? **23**
- 80 %?

Odhad pravděpodobnosti - tipujeme

Kolik přátel musíme pozvat na mejdan, aby pravděpodobnost, že *alespoň dvě osoby budou mít narozeniny ve stejný den*, činila

- 50 %? **23**
- 80 %? **35**

Odhad pravděpodobnosti - tipujeme

Kolik přátel musíme pozvat na mejdan, aby pravděpodobnost, že *alespoň dvě osoby budou mít narozeniny ve stejný den*, činila

- 50 %? **23**
- 80 %? **35**
- 90 %?

Odhad pravděpodobnosti - tipujeme

Kolik přátel musíme pozvat na mejdan, aby pravděpodobnost, že *alespoň dvě osoby budou mít narozeniny ve stejný den*, činila

- 50 %? **23**
- 80 %? **35**
- 90 %? **41**

Odhad pravděpodobnosti - tipujeme

Kolik přátel musíme pozvat na mejdan, aby pravděpodobnost, že *alespoň dvě osoby budou mít narozeniny ve stejný den*, činila

- 50 %? **23**
- 80 %? **35**
- 90 %? **41**
- 100 %?

Odhad pravděpodobnosti - tipujeme

Kolik přátel musíme pozvat na mejdan, aby pravděpodobnost, že *alespoň dvě osoby budou mít narozeniny ve stejný den*, činila

- 50 %? **23**
- 80 %? **35**
- 90 %? **41**
- 100 %? **367**

Kolik přátel musíme pozvat na mejdan, aby pravděpodobnost, že *alespoň dvě osoby budou mít narozeniny ve stejný den*, činila

- 50 %? **23**
- 80 %? **35**
- 90 %? **41**
- 100 %? **367**

Jde to strašně rychle!

Odhad pravděpodobnosti - tipujeme

Kolik přátel musíme pozvat na mejdan, aby pravděpodobnost, že *alespoň dvě osoby budou mít narozeniny ve stejný den*, činila

- 50 %? **23**
- 80 %? **35**
- 90 %? **41**
- 100 %? **367**

Jde to strašně rychle!

Při kolika lidech na to vsadíte hypotéku?

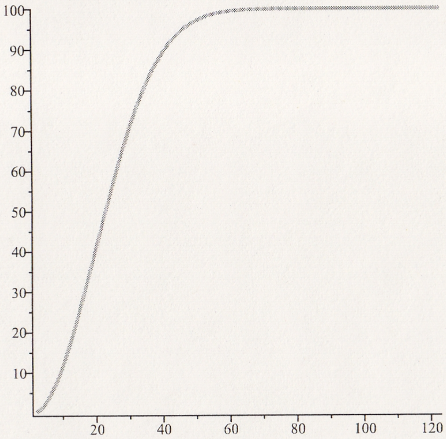
Společné narozeniny - tabulka pravděpodobnosti

Výsledky: [počet osob, pravděpodobnost v procentech]

[2, 0.27397260] [3, 0.82041658] [4, 1.63559123] [5, 2.71355734] [6, 4.04624833] [7, 5.62357027]
[8, 7.43352921] [9, 9.46238337] [10, 11.69481775] [11, 14.11413781] [12, 16.70247885] [13, 19.44102748]
[14, 22.31025115] [15, 25.29013192] [16, 28.36040047] [17, 31.50076647] [18, 34.69114173] [19, 37.91185255]
[20, 41.14383830] [21, 44.36883345] [22, 47.56953071] [23, 50.72972337] [24, 53.83442573] [25, 56.86997033]
[26, 59.82408195] [27, 62.68592816] [28, 65.44614718] [29, 68.09685370] [30, 70.63162422] [31, 73.04546333]
[32, 75.33475275] [33, 77.49718539] [34, 79.53168644] [35, 81.43832387] [36, 83.21821062] [37, 84.87340081]
[38, 86.40678210] [39, 87.82196643] [40, 89.12318098] [41, 90.31516114] [42, 91.40304715] [43, 92.39228556]
[44, 93.28853685] [45, 94.09758994] [46, 94.82528433] [47, 95.47744028] [48, 96.05979728] [49, 96.57796093]
[50, 97.03735796] [51, 97.44319933] [52, 97.80045093] [53, 98.11381135] [54, 98.38769628] [55, 98.62622888]
[56, 98.83323549] [57, 99.01224593] [58, 99.16649794] [59, 99.29894484] [60, 99.41226609] [61, 99.50887988]
[62, 99.59095749] [63, 99.66043868] [64, 99.71904790] [65, 99.76831073] [66, 99.80957046] [67, 99.84400430]
[68, 99.87263913] [69, 99.89636663] [70, 99.91595760] [71, 99.93207532] [72, 99.94528806] [73, 99.95608056]
[74, 99.96486444] [75, 99.97198782] [76, 99.97774375] [77, 99.98237792] [78, 99.98609546] [79, 99.98906684]
[80, 99.99143319] [81, 99.99331085] [82, 99.99479529] [83, 99.99596457] [84, 99.99688221] [85, 99.99759973]
[86, 99.99815870] [87, 99.99859254] [88, 99.99892802] [89, 99.99918647] [90, 99.99938484] [91, 99.99953652]
[92, 99.99965207] [93, 99.99973977] [94, 99.99980607] [95, 99.99985602] [96, 99.99989349] [97, 99.99992151]
[98, 99.99994237] [99, 99.99995784] [100, 99.99996928] [101, 99.99997769] [102, 99.99998387]
[103, 99.99998837] [104, 99.99999166] [105, 99.99999403] [106, 99.99999575] [107, 99.99999698]
[108, 99.99999787] [109, 99.99999850] [110, 99.99999895] [111, 99.99999926] [112, 99.99999949]
[113, 99.99999965] [114, 99.99999976] [115, 99.99999983] [116, 99.99999988] [117, 99.99999992]
[118, 99.99999995] [119, 99.99999996] [120, 99.99999998] [121, 99.99999998] [122, 99.99999999]

Společné narozeniny - graf pravděpodobnosti

Společné narozeniny - graf pravděpodobnosti



Pravděpodobnost stejných narozenin pro *n* osob.

Něco je špatně?

Něco je špatně?

Posuďme následující výpočet:

$$-1 = (-1)^3 = (-1)^{\frac{6}{2}} = \sqrt{(-1)^6} = \sqrt{1} = 1$$

Něco je špatně?

Posuďme následující výpočet:

$$-1 = (-1)^3 = (-1)^{\frac{6}{2}} = \sqrt{(-1)^6} = \sqrt{1} = 1$$

Samozřejmě, že je to *špatně*.

Něco je špatně?

Posuďme následující výpočet:

$$-1 = (-1)^3 = (-1)^{\frac{6}{2}} = \sqrt{(-1)^6} = \sqrt{1} = 1$$

Samozřejmě, že je to *špatně*.

Ale **kde** je to špatně?

Něco je špatně?

Posuďme následující výpočet:

$$-1 = (-1)^3 = (-1)^{\frac{6}{2}} = \sqrt{(-1)^6} = \sqrt{1} = 1$$

Samozřejmě, že je to *špatně*.

Ale **kde** je to špatně?

Úloha: rozhodněte, *která* z uvedených pěti rovností je nesprávná.

Problém kapelníka dechovky

Problém kapelníka dechovky

Kapelník připravuje dechovku na pochod po promenádě.

Problém kapelníka dechovky

Kapelník připravuje dechovku na pochod po promenádě.

Kapela je seřazena do obdélníkového tvaru o m řadách a n sloupcích.

Problém kapelníka dechovky

Kapelník připravuje dechovku na pochod po promenádě.

Kapela je seřazena do obdélníkového tvaru o m řadách a n sloupcích.

Na zkoušce si kapelník všimne, že při pohledu zleva (kde je hlavní tribuna) jsou někteří menší hudebníci zakryti svými vyššími kolegy.

Problém kapelníka dechovky

Kapelník připravuje dechovku na pochod po promenádě.

Kapela je seřazena do obdélníkového tvaru o m řadách a n sloupcích.

Na zkoušce si kapelník všimne, že při pohledu zleva (kde je hlavní tribuna) jsou někteří menší hudebníci zakryti svými vyššími kolegy.

Provede tedy v každé řadě takzvané *nerostoucí přerovnání*.

Problém kapelníka dechovky

Kapelník připravuje dechovku na pochod po promenádě.

Kapela je seřazena do obdélníkového tvaru o m řadách a n sloupcích.

Na zkoušce si kapelník všimne, že při pohledu zleva (kde je hlavní tribuna) jsou někteří menší hudebníci zakryti svými vyššími kolegy.

Provede tedy v každé řadě takzvané *nerostoucí přerovnání*.

Když se však potom postaví před kapelu, vidí, že z čelního pohledu opět někteří menší hudebníci nejsou vidět.

Problém kapelníka dechovky

Kapelník připravuje dechovku na pochod po promenádě.

Kapela je seřazena do obdélníkového tvaru o m řadách a n sloupcích.

Na zkoušce si kapelník všimne, že při pohledu zleva (kde je hlavní tribuna) jsou někteří menší hudebníci zakryti svými vyššími kolegy.

Provede tedy v každé řadě takzvané *nerostoucí přerovnání*.

Když se však potom postaví před kapelu, vidí, že z čelního pohledu opět někteří menší hudebníci nejsou vidět.

Provede tedy nerostoucí přerovnání ještě také v každém sloupci.

Problém kapelníka dechovky

Kapelník připravuje dechovku na pochod po promenádě.

Kapela je seřazena do obdélníkového tvaru o m řadách a n sloupcích.

Na zkoušce si kapelník všimne, že při pohledu zleva (kde je hlavní tribuna) jsou někteří menší hudebníci zakryti svými vyššími kolegy.

Provede tedy v každé řadě takzvané *nerostoucí přerovnání*.

Když se však potom postaví před kapelu, vidí, že z čelního pohledu opět někteří menší hudebníci nejsou vidět.

Provede tedy nerostoucí přerovnání ještě také v každém sloupci.

Kapelník se nyní bojí jít se podívat doleva, jestli nové uspořádání ve sloupcích nezničilo jeho předchozí pečlivé uspořádání v řadách.

Problém kapelníka dechovky

Kapelník připravuje dechovku na pochod po promenádě.

Kapela je seřazena do obdélníkového tvaru o m řadách a n sloupcích.

Na zkoušce si kapelník všimne, že při pohledu zleva (kde je hlavní tribuna) jsou někteří menší hudebníci zakryti svými vyššími kolegy.

Provede tedy v každé řadě takzvané *nerostoucí přerovnání*.

Když se však potom postaví před kapelu, vidí, že z čelního pohledu opět někteří menší hudebníci nejsou vidět.

Provede tedy nerostoucí přerovnání ještě také v každém sloupci.

Kapelník se nyní bojí jít se podívat doleva, jestli nové uspořádání ve sloupcích nezničilo jeho předchozí pečlivé uspořádání v řadách.

Otázka: *Bojí se kapelník oprávněně?*

Monty Hall aneb Jak přeskočit kozu?

Monty Hall aneb Jak přeskočit kozu?

Monty Hall aneb Jak přeskočit kozu?

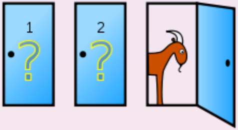
Monty Hall (nar. 1921)

Monty Hall aneb Jak přeskočit kozu?

Moderátor umístí hlavní soutěžní cenu – auto – za jedny ze tří dveří. Za každými ze zbývajících dveří je cena útěchy – koza. Úkolem soutěžícího je zvolit si jedny dveře. Poté moderátor otevře jedny ze dvou zbývajících dveří, ale jen ty, za nimiž je koza. Teď má soutěžící možnost buď ponechat svou původní volbu, nebo změnit volbu na zbývající dveře.

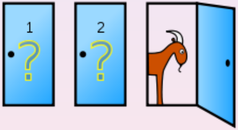
Monty Hall aneb Jak přeskočit kozu?

Moderátor umístí hlavní soutěžní cenu – auto – za jedny ze tří dveří. Za každými ze zbývajících dveří je cena útěchy – koza. Úkolem soutěžícího je zvolit si jedny dveře. Poté moderátor otevře jedny ze dvou zbývajících dveří, ale jen ty, za nimiž je koza. Teď má soutěžící možnost buď ponechat svou původní volbu, nebo změnit volbu na zbývající dveře.



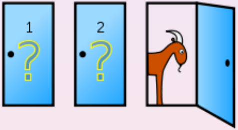
Monty Hall aneb Jak přeskočit kozu?

Moderátor umístí hlavní soutěžní cenu – auto – za jedny ze tří dveří. Za každými ze zbývajících dveří je cena útěchy – koza. Úkolem soutěžícího je zvolit si jedny dveře. Poté moderátor otevře jedny ze dvou zbývajících dveří, ale jen ty, za nimiž je koza. Teď má soutěžící možnost buď ponechat svou původní volbu, nebo změnit volbu na zbývající dveře.



Otázka: *Má soutěžící měnit?*

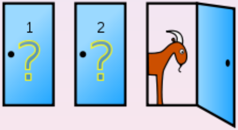
Moderátor umístí hlavní soutěžní cenu – auto – za jedny ze tří dveří. Za každými ze zbývajících dveří je cena útěchy – koza. Úkolem soutěžícího je zvolit si jedny dveře. Poté moderátor otevře jedny ze dvou zbývajících dveří, ale jen ty, za nimiž je koza. Teď má soutěžící možnost buď ponechat svou původní volbu, nebo změnit volbu na zbývající dveře.



Otázka: *Má soutěžící měnit?*

ODPOVĚĎ: **ANO**

Moderátor umístí hlavní soutěžní cenu – auto – za jedny ze tří dveří. Za každými ze zbývajících dveří je cena útěchy – koza. Úkolem soutěžícího je zvolit si jedny dveře. Poté moderátor otevře jedny ze dvou zbývajících dveří, ale jen ty, za nimiž je koza. Teď má soutěžící možnost buď ponechat svou původní volbu, nebo změnit volbu na zbývající dveře.



Otázka: *Má soutěžící měnit?*

ODPOVĚĎ: **ANO** (jeho šance na výhru auta se tím zdvojnásobí (!))

Komunikace matematika s odborníkem

Základním nástrojem matematické analýzy je *teorii posloupností*.

Komunikace matematika s odborníkem

Základním nástrojem matematické analýzy je *teorii posloupností*.

Ta se hodí i jinde.

Komunikace matematika s odborníkem

Základním nástrojem matematické analýzy je *teorii posloupností*.

Ta se hodí i jinde.

Například při interakci matematika s psychologem.

Komunikace matematika s odborníkem

Základním nástrojem matematické analýzy je *teorii posloupností*.

Ta se hodí i jinde.

Například při interakci matematika s **psychologem**.

V krajním případě s **psychiatrem**.

Pozor, někdo nám chce měřit IQ!

Pozor, někdo nám chce měřit IQ!

Uhodnete následující člen posloupnosti, je-li zadáno několik prvních členů?

Pozor, někdo nám chce měřit IQ!

Uhodnete následující člen posloupnosti, je-li zadáno několik prvních členů?

První příklad:

Pozor, někdo nám chce měřit IQ!

Uhodnete následující člen posloupnosti, je-li zadáno několik prvních členů?

První příklad:

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$$

Pozor, někdo nám chce měřit IQ!

Uhodnete následující člen posloupnosti, je-li zadáno několik prvních členů?

První příklad:

$$1, \; 2, \; 3, \; 4, \; 5$$

Kolik je a_6?

Pozor, někdo nám chce měřit IQ!

Uhodnete následující člen posloupnosti, je-li zadáno několik prvních členů?

První příklad:

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$$

Kolik je a_6?

ODPOVĚĎ: $a_6 = 6$.

Druhý příklad:

Druhý příklad:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21$$

Druhý příklad:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21$$

Kolik je a_9?

Druhý příklad:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21$$

Kolik je a_9?

ODPOVĚĎ: $a_9 = 34$

Druhý příklad:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21$$

Kolik je a_9?

ODPOVĚĎ: $a_9 = 34$

Jde o tzv. **Fibonacciovu posloupnost** (každý člen je součtem dvou předcházejících).

Fibonacci špatně spal,
králíky si počítal.

(Katherine O'Brien)

Odbočka: matematika v poezii

Fibonacci špatně spal,
králíky si počítal.

(Katherine O'Brien)

Fibonacci, ten si žil,
pět manželek uživil.
Každá těžká, jak dvě před ní,
ten se prohnul pod poslední!

(J.A.Lindon)

Třetí příklad:

Třetí příklad:

$$1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, 13112221, 1113213211$$

Třetí příklad:

$$1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, 13112221, 1113213211$$

Kolik je a_9?

Třetí příklad:

$$1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, 13112221, 1113213211$$

Kolik je a_9?

ODPOVĚĎ: $a_9 = 31131211131221$

Třetí příklad:

$$1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, 13112221, 1113213211$$

Kolik je a_9?

ODPOVĚĎ: $a_9 = 31131211131221$

Jde o tzv. **look-and-say sequence**.

Čtvrtý příklad:

Čtvrtý příklad:

$$1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16$$

Čtvrtý příklad:

$$1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16$$

Kolik je a_6?

Čtvrtý příklad:

$$1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16$$

Kolik je a_6? Nápověda: $a_{10} = \mathbf{256}$.

Čtvrtý příklad:

$$1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16$$

Kolik je a_6? Nápověda: $a_{10} = \mathbf{256}$.

ODPOVĚĎ: $a_6 = 31$

Vysvětlení

Vysvětlení

Posloupnost je definována jako *počet oblastí v kruhu rozděleném spojnicemi n bodů*.

Obrázek

Obrázek

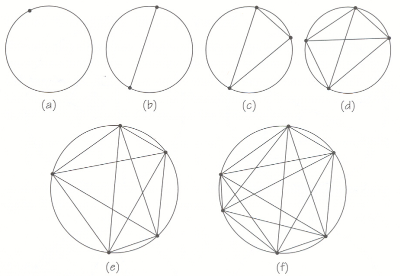
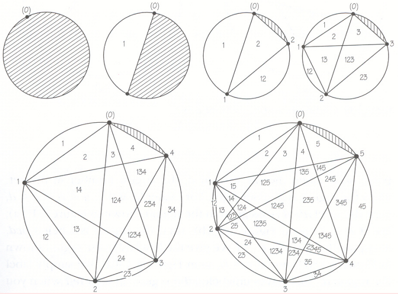


FIGURE 3.11 *A deceptive sequence.*



Je na to dokonce vzorec

Je na to dokonce vzorec

Jenomže tento vzorec nezní

$$2^{n-1},$$

Je na to dokonce vzorec

Jenomže tento vzorec nezní

$$2^{n-1},$$

jak si možná někdo myslel,

Je na to dokonce vzorec

Jenomže tento vzorec nezní

$$2^{n-1},$$

jak si možná někdo myslel,

nýbrž

$$\frac{1}{24}\left(n^4-6n^3+23n^2-18n+24\right)$$

A jak to bylo s tou nápovědou?

A jak to bylo s tou nápovědou?

Mohli jste to vědět?

A jak to bylo s tou nápovědou?

Mohli jste to vědět?

ANO!

A jak to bylo s tou nápovědou?

Mohli jste to vědět?

ANO!

Je třeba si neplést

$$1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 31,\ 57,\ 99,\ 163,$$
$$\mathbf{256},\ 386,\ 562,\ 794,\ 1093,\ \dots$$

A jak to bylo s tou nápovědou?

Mohli jste to vědět?

ANO!

Je třeba si neplést

$$1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 31,\ 57,\ 99,\ 163,$$
$$\mathbf{256},\ 386,\ 562,\ 794,\ 1093,\ \dots$$

a

$$1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 32,\ 64,\ 128,\ \mathbf{256},$$
$$512,\ 1024,\ 2048,\ 4096,\ \dots$$

Ještě jednou se vraťme k první úloze

Ještě jednou se vraťme k první úloze

Uhodnete následující člen posloupnosti, je-li zadáno několik prvních členů?

Ještě jednou se vraťme k první úloze

Uhodnete následující člen posloupnosti, je-li zadáno několik prvních členů?

První příklad:

Ještě jednou se vraťme k první úloze

Uhodnete následující člen posloupnosti, je-li zadáno několik prvních členů?

První příklad:

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$$

Ještě jednou se vraťme k první úloze

Uhodnete následující člen posloupnosti, je-li zadáno několik prvních členů?

První příklad:

$$1, \; 2, \; 3, \; 4, \; 5$$

Kolik je a_6?

Ještě jednou se vraťme k první úloze

Uhodnete následující člen posloupnosti, je-li zadáno několik prvních členů?

První příklad:

$$1, \ 2, \ 3, \ 4, \ 5$$

Kolik je a_6?

ODPOVĚĎ: $a_6 = 2014$.

Uhodnete následující člen posloupnosti, je-li zadáno několik prvních členů?

První příklad:

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$$

Kolik je a_6?

ODPOVĚĎ: $a_6 = 2014.$

Vzorec:

$$a_n = n + 2008 \cdot \frac{(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{5!}.$$

OTÁZKA: Obejde se fyzika bez berličky matematiky?

OTÁZKA: Obejde se fyzika bez berličky matematiky?

NE

O princezně a housence

O princezně a housence

ÚLOHA: *Princezna proběhne dveřmi, které se zabouchnou a přiskřípnou její závoj. Princezna si toho nevšimne a běží dál rychlostí V. Závoj je nekonečně pružný a při běhu se neustále natahuje. Na závoji sedí housenka a pohybuje se po něm směrem k princezně rychlostí v.*

ÚLOHA: *Princezna proběhne dveřmi, které se zabouchnou a přiskřípnou její závoj. Princezna si toho nevšimne a běží dál rychlostí V. Závoj je nekonečně pružný a při běhu se neustále natahuje. Na závoji sedí housenka a pohybuje se po něm směrem k princezně rychlostí v.*

OTÁZKA: *Dožene housenka princeznu nebo ne?*

ÚLOHA: *Princezna proběhne dveřmi, které se zabouchnou a přiskřípnou její závoj. Princezna si toho nevšimne a běží dál rychlostí V. Závoj je nekonečně pružný a při běhu se neustále natahuje. Na závoji sedí housenka a pohybuje se po něm směrem k princezně rychlostí v.*

OTÁZKA: *Dožene housenka princeznu nebo ne?*

MOŽNÁ ŘEŠENÍ:

ÚLOHA: *Princezna proběhne dveřmi, které se zabouchnou a přiskřípnou její závoj. Princezna si toho nevšimne a běží dál rychlostí V. Závoj je nekonečně pružný a při běhu se neustále natahuje. Na závoji sedí housenka a pohybuje se po něm směrem k princezně rychlostí v.*

OTÁZKA: *Dožene housenka princeznu nebo ne?*

MOŽNÁ ŘEŠENÍ:

- **ANO**, dožene

ÚLOHA: *Princezna proběhne dveřmi, které se zabouchnou a přiskřípnou její závoj. Princezna si toho nevšimne a běží dál rychlostí V. Závoj je nekonečně pružný a při běhu se neustále natahuje. Na závoji sedí housenka a pohybuje se po něm směrem k princezně rychlostí v.*

OTÁZKA: *Dožene housenka princeznu nebo ne?*

MOŽNÁ ŘEŠENÍ:

- **ANO**, dožene
- **NE**, nedožene

O princezně a housence

ÚLOHA: *Princezna proběhne dveřmi, které se zabouchnou a přiskřípnou její závoj. Princezna si toho nevšimne a běží dál rychlostí V. Závoj je nekonečně pružný a při běhu se neustále natahuje. Na závoji sedí housenka a pohybuje se po něm směrem k princezně rychlostí v.*

OTÁZKA: *Dožene housenka princeznu nebo ne?*

MOŽNÁ ŘEŠENÍ:

- **ANO**, dožene
- **NE**, nedožene
- výsledek **závisí na rychlostech** v a V

Poučení

Poučení

Tuto úlohu nelze vyřešit žádnou fyzikální úvahou.

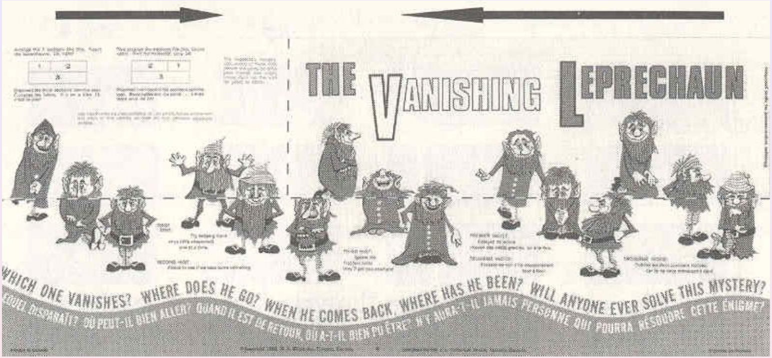
Poučení

Tuto úlohu nelze vyřešit žádnou fyzikální úvahou.

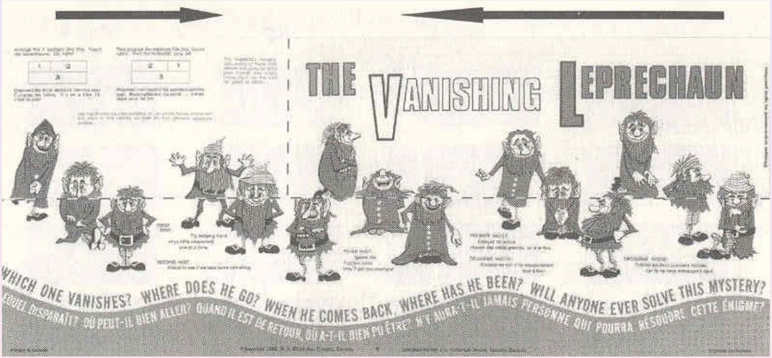
Bez matematiky to prostě nejde!!

Zmizelý pidižvýk

Zmizelý pidižvýk



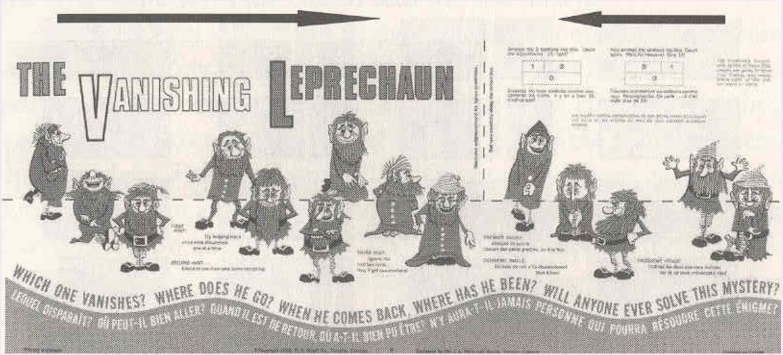
Zmizelý pidižvýk



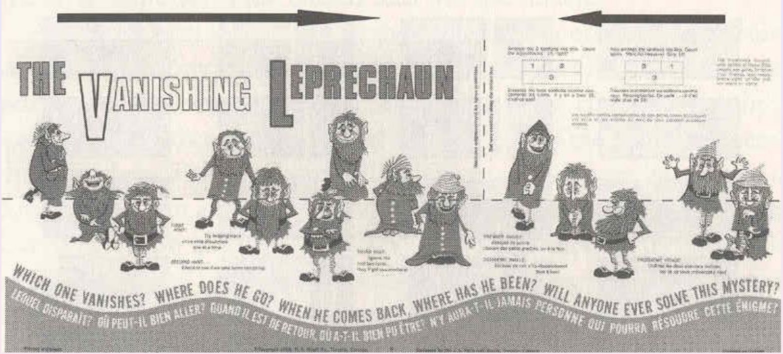
Máme patnáct pidižvýků.

Zmizelý pidižvýk

Zmizelý pidižvýk



Po záměně horních dílů jich je jen 14.

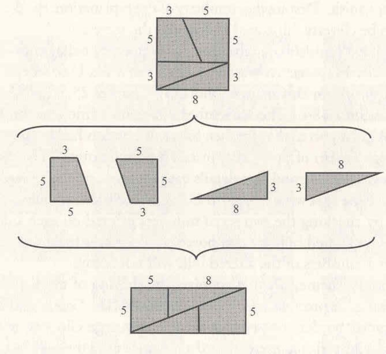


Po záměně horních dílů jich je jen 14.

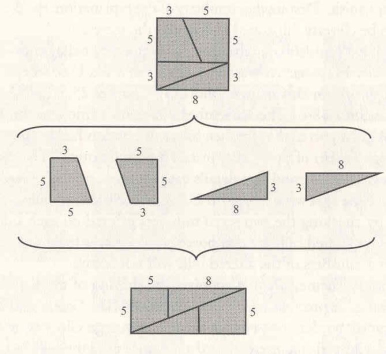
Kam zmizel patnáctý pidižvýk?

Fígl se čtvercem

Fígl se čtvercem

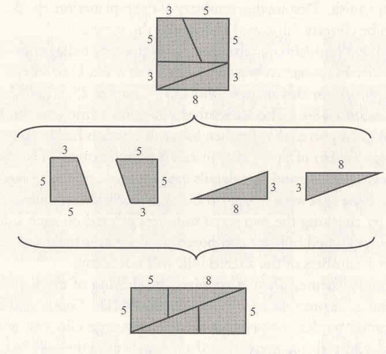


Fígl se čtvercem

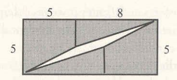


a jeho vysvětlení:

Fígl se čtvercem



a jeho vysvětlení:



Braessův paradox

Braessův paradox (každý si může ověřit)

Braessův paradox (každý si může ověřit)

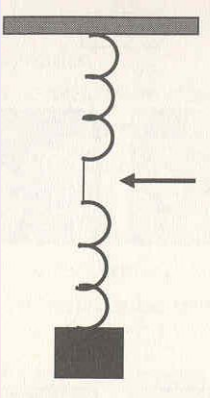
Zavěsíme závaží na pružinu přerušenou strunou, obě části pružiny přichytíme dvěma dalšími strunami a původní strunu přestřihneme.

Braessův paradox (každý si může ověřit)

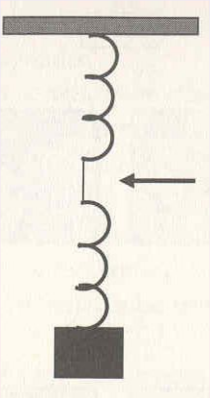
Zavěsíme závaží na pružinu přerušenou strunou, obě části pružiny přichytíme dvěma dalšími strunami a původní strunu přestřihneme.

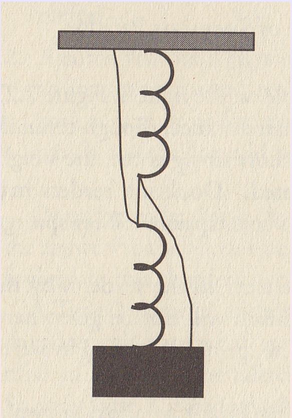
Je zřejmé, že závaží klesne?

Klesne závaží?

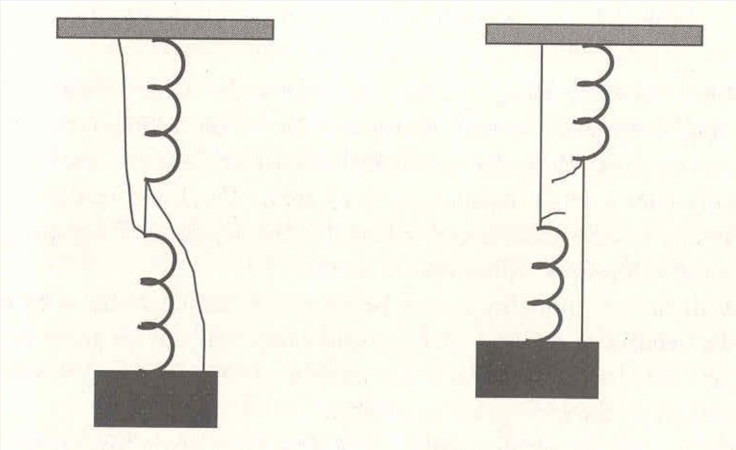


Klesne závaží?





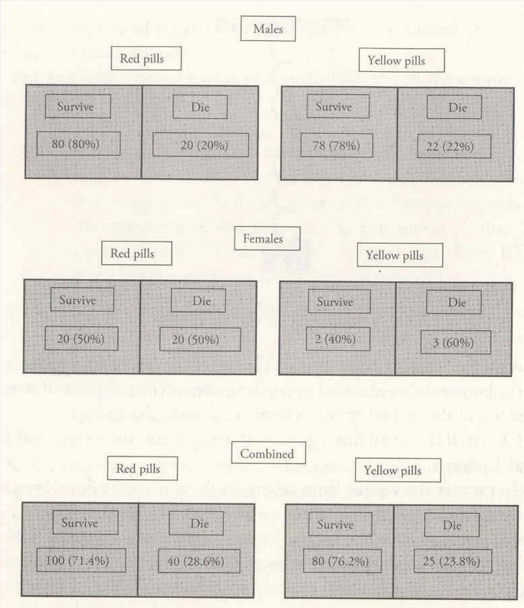
Opak je pravdou!



Simpsonův paradox

Simpsonův paradox

Posuzujeme efektivnost dvou druhů léku proti zákeřné chorobě. Máme k dispozici data aplikace léků na **245** pacientů, z toho **200** mužů a **45** žen.


Males
Red pills
Survive
80 (80%)
Die
20 (20%)
Yellow pills
Survive
78 (78%)
Die
22 (22%)
Females
Red pills
Survive
20 (50%)
Die
20 (50%)
Yellow pills
Survive
2 (40%)
Die
3 (60%)
Combined
Red pills
Survive
100 (71.4%)
Die
40 (28.6%)
Yellow pills
Survive
80 (76.2%)
Die
25 (23.8%)

Simpsonův paradox

Simpsonův paradox

Položte si dvě otázky:

Simpsonův paradox

Položte si dvě otázky:

1) *jste-li pacient, kterému léku dáte přednost?*

Simpsonův paradox

Položte si dvě otázky:

1) *jste-li pacient, kterému léku dáte přednost?*

2) *jste-li lékař, jaký lék nabídnete pacientovi, jestliže nevíte, zda je to muž nebo žena?*

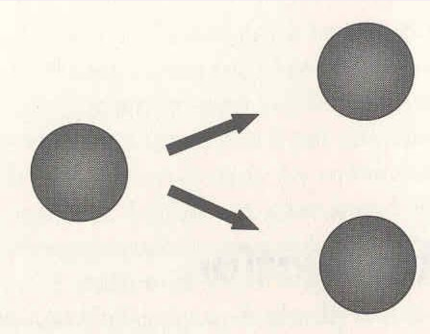
Vrchol kontraintuitivního myšlení: Banachova–Tarského věta:

Vrchol kontraintuitivního myšlení: Banachova–Tarského věta:

Jednotkovou kouli v 3D lze rozložit na sjednocení pěti podmnožin a z nich potom složit dvě koule, obě identické s původní koulí.

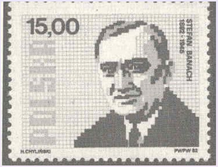
Vrchol kontraintuitivního myšlení: Banachova–Tarského věta:

Jednotkovou kouli v 3D lze rozložit na sjednocení pěti podmnožin a z nich potom složit dvě koule, obě identické s původní koulí.

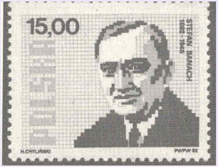


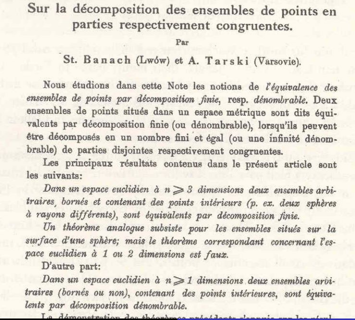
Publikace věty: 1924

Publikace věty: 1924



Publikace věty: 1924





Sur la décomposition des ensembles de points en parties respectivement congruentes.

Par

St. Banach (Lwów) et A. Tarski (Varsovie).

Nous étudions dans cette Note les notions de *l'équivalence des ensembles de points par décomposition finie*, resp. *dénombrable*. Deux ensembles de points situés dans un espace métrique sont dits équivalents par décomposition finie (ou dénombrable), lorsqu'ils peuvent être décomposés en un nombre fini et égal (ou une infinité dénombrable) de parties disjointes respectivement congruentes.

Les principaux résultats contenus dans le présent article sont les suivants:

Dans un espace euclidien à $n \geqslant 3$ dimensions deux ensembles arbitraires, bornés et contenant des points intérieurs (p. ex. deux sphères à rayons différents), sont équivalents par décomposition finie.

Un théorème analogue subsiste pour les ensembles situés sur la surface d'une sphère; mais le théorème correspondant concernant l'espace euclidien à 1 ou 2 dimensions est faux.

D'autre part:

Dans un espace euclidien à $n \geqslant 1$ dimensions deux ensembles arbitraires (bornés ou non), contenant des points intérieures, sont équivalents par décomposition dénombrable.

Ohlasy

Ohlasy

Následovala vlna kontroverze mezi matematiky.

Následovala vlna kontroverze mezi matematiky.

Studenti se chodili ptát: *opravdu matematici umějí zdvojnásobovat objem?*

Ohlasy

Následovala vlna kontroverze mezi matematiky.

Studenti se chodili ptát: *opravdu matematici umějí zdvojnásobovat objem?*

V Illinoisu počestný občan požadoval zákon, který by výuku takových nesmyslů zakazoval.

Banachova–Tarského věta - praktičtější formulace

Banachova–Tarského věta - praktičtější formulace

Libovolnou bankovku, například 100 Euro je možné rozstříhat na konečně mnoho kousků, z nichž potom lze sestavit bankovku jinou, například 500 Euro.

Banachova–Tarského věta - praktičtější formulace

Libovolnou bankovku, například 100 Euro je možné rozstříhat na konečně mnoho kousků, z nichž potom lze sestavit bankovku jinou, například 500 Euro.

K tomu stačí vlastnit velice speciální nůžky.

Banachova–Tarského věta - praktičtější formulace

Libovolnou bankovku, například 100 Euro je možné rozstříhat na konečně mnoho kousků, z nichž potom lze sestavit bankovku jinou, například 500 Euro.

K tomu stačí vlastnit velice speciální nůžky.

Tyto dovednosti vyučujeme na matfyzu v teorii míry.

Banachova–Tarského věta: verze pro exoty

Libovolnou bankovku, například 500 Euro je možné rozstříhat na konečně mnoho kousků, z nichž potom lze sestavit bankovku jinou, například 100 Euro.

Jak chápat Banachovu-Tarského větu?

Možnost 1: *exemplárně ji zavrhnout jakožto zjevný naprostý nesmysl*.

Možnost 1: *exemplárně ji zavrhnout jakožto zjevný naprostý nesmysl*.

Dobře, ale pak musíme *zavrhnout axiom výběru*.

Jak chápat Banachovu-Tarského větu?

Možnost 1: *exemplárně ji zavrhnout jakožto zjevný naprostý nesmysl*.

Dobře, ale pak musíme *zavrhnout axiom výběru*.

A rozloučit se s rozsáhlými partiemi nádherné matematiky.

Jak chápat Banachovu-Tarského větu?

Možnost 1: *exemplárně ji zavrhnout jakožto zjevný naprostý nesmysl*.

Dobře, ale pak musíme *zavrhnout axiom výběru*.

A rozloučit se s rozsáhlými partiemi nádherné matematiky.

Možnost 2: *přijmout bez výhrad a bez další interpretace.*

Jak chápat Banachovu-Tarského větu?

Možnost 1: *exemplárně ji zavrhnout jakožto zjevný naprostý nesmysl*.

Dobře, ale pak musíme *zavrhnout axiom výběru*.

A rozloučit se s rozsáhlými partiemi nádherné matematiky.

Možnost 2: *přijmout bez výhrad a bez další interpretace.*

Pak zase ale musíme začít *zdvojovat hmotu*.

Naštěstí je tu ještě jedna možnost

Naštěstí je tu ještě jedna možnost

Možnost 3: *uvědomit si, že jde (pouze) o matematickou větu.*

Naštěstí je tu ještě jedna možnost

Možnost 3: *uvědomit si, že jde (pouze) o matematickou větu.*

V Zermelo-Fränkelově axiomatickém systému toto tvrzení platí, přijmeme-li axiom výběru.

Naštěstí je tu ještě jedna možnost

Možnost 3: *uvědomit si, že jde (pouze) o matematickou větu.*

V Zermelo-Fränkelově axomatickém systému toto tvrzení platí, přijmeme-li axiom výběru.

Axiom výběru je matematický axiom, nikoli fyzikální!

Naštěstí je tu ještě jedna možnost

Možnost 3: *uvědomit si, že jde (pouze) o matematickou větu.*

V Zermelo-Fränkelově axomatickém systému toto tvrzení platí, přijmeme-li axiom výběru.

Axiom výběru je matematický axiom, nikoli fyzikální!

Celé je to možné jedině díky tomu, že pracujeme s množinami, které **nemají objem**.

Naštěstí je tu ještě jedna možnost

Možnost 3: *uvědomit si, že jde (pouze) o matematickou větu.*

V Zermelo-Fränkelově axomatickém systému toto tvrzení platí, přijmeme-li axiom výběru.

Axiom výběru je matematický axiom, nikoli fyzikální!

Celé je to možné jedině díky tomu, že pracujeme s množinami, které **nemají objem**.

Zdvojovat hmotu tedy asi nebudeme.

Fools Day Hoax 1975

Fools Day Hoax 1975

1. dubna 1975 uveřejnil *Scientific American* článek

Fools Day Hoax 1975

1. dubna 1975 uveřejnil *Scientific American* článek

Martin Gardner: "Šest významných objevů, které dosud nebyly publikovány"

Fools Day Hoax 1975

1. dubna 1975 uveřejnil *Scientific American* článek

Martin Gardner: "Šest významných objevů, které dosud nebyly publikovány"

- *věta o čtyřech barvách vyvrácena*

Fools Day Hoax 1975

1. dubna 1975 uveřejnil *Scientific American* článek

Martin Gardner: "Šest významných objevů, které dosud nebyly publikovány"

- *věta o čtyřech barvách vyvrácena*
- $e^{\pi\sqrt{163}}$ *je celé číslo (tzv. Ramanujanova konstanta)*

1. dubna 1975 uveřejnil *Scientific American* článek

Martin Gardner: "Šest významných objevů, které dosud nebyly publikovány"

- *věta o čtyřech barvách vyvrácena*
- $e^{\pi\sqrt{163}}$ *je celé číslo (tzv. Ramanujanova konstanta)*
- *objev neporazitelného šachového programu*

Fools Day Hoax 1975

1. dubna 1975 uveřejnil *Scientific American* článek

Martin Gardner: "Šest významných objevů, které dosud nebyly publikovány"

- *věta o čtyřech barvách vyvrácena*
- $e^{\pi\sqrt{163}}$ *je celé číslo (tzv. Ramanujanova konstanta)*
- *objev neporazitelného šachového programu*
- *nalezena chybějící stránka z deníku Leonarda da Vinciho*

Fools Day Hoax 1975

1. dubna 1975 uveřejnil *Scientific American* článek

Martin Gardner: "Šest významných objevů, které dosud nebyly publikovány"

- *věta o čtyřech barvách vyvrácena*
- $e^{\pi\sqrt{163}}$ *je celé číslo (tzv. Ramanujanova konstanta)*
- *objev neporazitelného šachového programu*
- *nalezena chybějící stránka z deníku Leonarda da Vinciho*
- *objev chyby v teorii relativity*

Fools Day Hoax 1975

1. dubna 1975 uveřejnil *Scientific American* článek

Martin Gardner: "Šest významných objevů, které dosud nebyly publikovány"

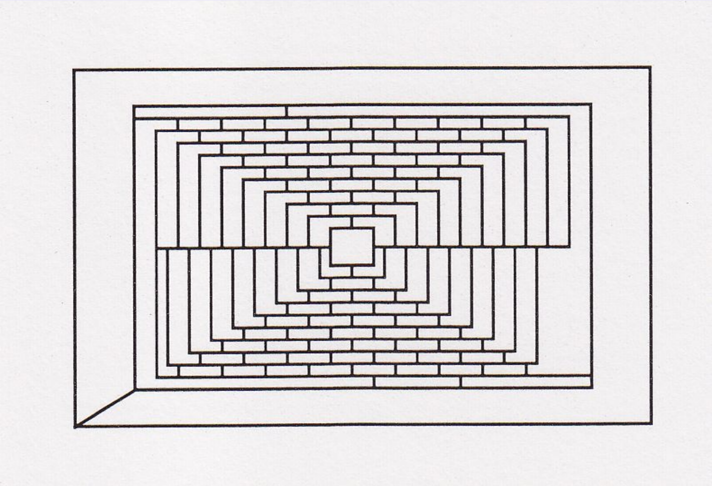
- *věta o čtyřech barvách vyvrácena*
- $e^{\pi\sqrt{163}}$ *je celé číslo (tzv. Ramanujanova konstanta)*
- *objev neporazitelného šachového programu*
- *nalezena chybějící stránka z deníku Leonarda da Vinciho*
- *objev chyby v teorii relativity*
- *objev motoru poháněného psychickou energií*

1. dubna 1975 uveřejnil *Scientific American* článek

Martin Gardner: "Šest významných objevů, které dosud nebyly publikovány"

- *věta o čtyřech barvách vyvrácena*
- $e^{\pi\sqrt{163}}$ *je celé číslo (tzv. Ramanujanova konstanta)*
- *objev neporazitelného šachového programu*
- *nalezena chybějící stránka z deníku Leonarda da Vinciho*
- *objev chyby v teorii relativity*
- *objev motoru poháněného psychickou energií (v Praze!)*

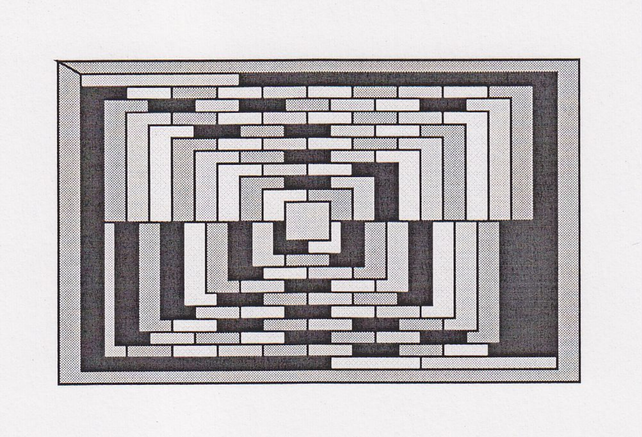
K větě o čtyřech barvách



čtyři barvy poprvé

K větě o čtyřech barvách

K větě o čtyřech barvách



čtyři barvy podruhé

Ramanujanova konstanta

Tvrzení z článku:

Ramanujanova konstanta

Tvrzení z článku:

$$e^{\pi\sqrt{163}} = 262\,537\,412\,640\,768\,744$$

Tvrzení z článku:

$$e^{\pi\sqrt{163}} = 262\,537\,412\,640\,768\,744$$

A skutečnost:

Ramanujanova konstanta

Tvrzení z článku:

$$e^{\pi\sqrt{163}} = 262\,537\,412\,640\,768\,744$$

A skutečnost:

$$e^{\pi\sqrt{163}} = 262\,537\,412\,640\,768\,743,99999999999925007$$

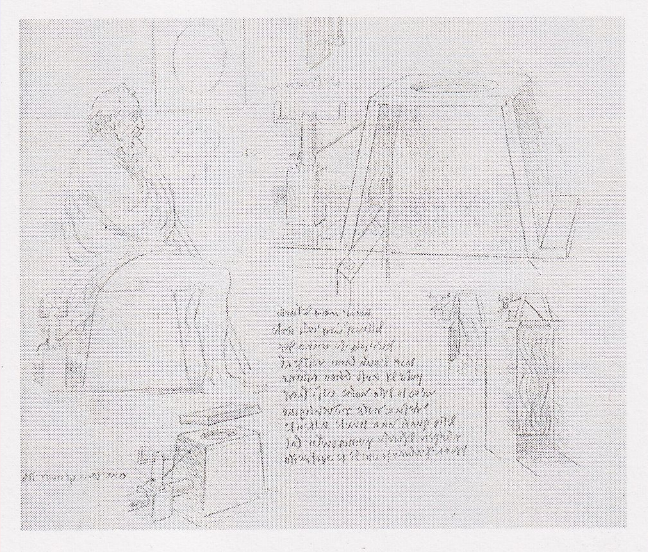
Chyba v teorii relativity

Chyba v teorii relativity

Tvrzení z článku: Tenká tyč metrové délky se posouvá velkou rychlostí podél hladké vodorovné desky s otvorem velikosti jednoho metru. Z hlediska soustavy spojené s deskou se jeví tyč jako zkrácená, a měla by spadnout do otvoru. Z hlediska tyče ale přesáhne její přední konec za otvor dávno předtím, než se zadní část ocitne nad otvorem, takže do otvoru nespadne. Tyto situace jsou ale ekvivalentní, a je tedy porušen základní princip speciální teorie relativity.

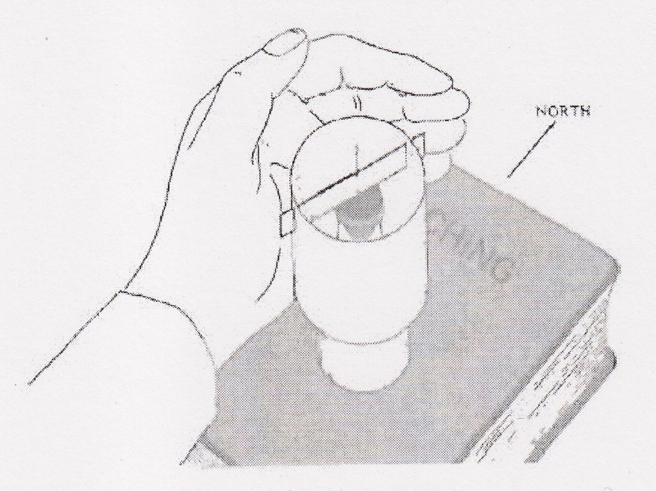
Chybějící stránka z Leonardova deníku

Chybějící stránka z Leonardova deníku



Pražský psychomotor

Pražský psychomotor



A na závěr jeden ohlas

A na závěr jeden ohlas

Ivan Guffvanov III (University of Wisconsin): Rád bych Vás informoval, že Vás v nejbližší době bude kontaktovat můj právník ohledně způsobené škody ve výši 25 milionů dolarů. Pracoval jsem na problému čtyř barev 25 let a připravil jsem článek, který měl 300 stránek. Po přečtení článku M. Gardnera jsem jedinou verzi svého článku zničil.

Mýtus: matematik to nikam nedotáhne

Mýtus: matematik to nikam nedotáhne

Správně má být:

Mýtus: matematik to nikam nedotáhne

Správně má být:

spousta matematiků to dotáhla opravdu daleko!

Příklady širokého uplatnění matematiků

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
2) **Art Garfunkel**, zpěvák

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
2) **Art Garfunkel**, zpěvák
3) **Marek Benda**, cenzor, právník z Plzně (náhubkový zákon)

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
2) **Art Garfunkel**, zpěvák
3) **Marek Benda**, cenzor, právník z Plzně (náhubkový zákon)
4) **Michael Jordan**, sportovec (koš)

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
2) **Art Garfunkel**, zpěvák
3) **Marek Benda**, cenzor, právník z Plzně (náhubkový zákon)
4) **Michael Jordan**, sportovec (koš)
5) **Philip Glass**, hudební skladatel

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
2) **Art Garfunkel**, zpěvák
3) **Marek Benda**, cenzor, právník z Plzně (náhubkový zákon)
4) **Michael Jordan**, sportovec (koš)
5) **Philip Glass**, hudební skladatel
6) **Emanuel Lasker**, mistr světa v šachu

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
2) **Art Garfunkel**, zpěvák
3) **Marek Benda**, cenzor, právník z Plzně (náhubkový zákon)
4) **Michael Jordan**, sportovec (koš)
5) **Philip Glass**, hudební skladatel
6) **Emanuel Lasker**, mistr světa v šachu
7) **Kryštof Eben**, hudebník a bratr

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
2) **Art Garfunkel**, zpěvák
3) **Marek Benda**, cenzor, právník z Plzně (náhubkový zákon)
4) **Michael Jordan**, sportovec (koš)
5) **Philip Glass**, hudební skladatel
6) **Emanuel Lasker**, mistr světa v šachu
7) **Kryštof Eben**, hudebník a bratr
8) **Leon Trockij**, revolucionář

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
2) **Art Garfunkel**, zpěvák
3) **Marek Benda**, cenzor, právník z Plzně (náhubkový zákon)
4) **Michael Jordan**, sportovec (koš)
5) **Philip Glass**, hudební skladatel
6) **Emanuel Lasker**, mistr světa v šachu
7) **Kryštof Eben**, hudebník a bratr
8) **Leon Trockij**, revolucionář
9) **Sir Christopher Wren**, architekt (St. Paul's Cathedral)

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
2) **Art Garfunkel**, zpěvák
3) **Marek Benda**, cenzor, právník z Plzně (náhubkový zákon)
4) **Michael Jordan**, sportovec (koš)
5) **Philip Glass**, hudební skladatel
6) **Emanuel Lasker**, mistr světa v šachu
7) **Kryštof Eben**, hudebník a bratr
8) **Leon Trockij**, revolucionář
9) **Sir Christopher Wren**, architekt (St. Paul's Cathedral)
10) **Igor Němec**, primátor Prahy

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
2) **Art Garfunkel**, zpěvák
3) **Marek Benda**, cenzor, právník z Plzně (náhubkový zákon)
4) **Michael Jordan**, sportovec (koš)
5) **Philip Glass**, hudební skladatel
6) **Emanuel Lasker**, mistr světa v šachu
7) **Kryštof Eben**, hudebník a bratr
8) **Leon Trockij**, revolucionář
9) **Sir Christopher Wren**, architekt (St. Paul's Cathedral)
10) **Igor Němec**, primátor Prahy
11) **Ivo Svoboda**, ministr a vězeň

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
2) **Art Garfunkel**, zpěvák
3) **Marek Benda**, cenzor, právník z Plzně (náhubkový zákon)
4) **Michael Jordan**, sportovec (koš)
5) **Philip Glass**, hudební skladatel
6) **Emanuel Lasker**, mistr světa v šachu
7) **Kryštof Eben**, hudebník a bratr
8) **Leon Trockij**, revolucionář
9) **Sir Christopher Wren**, architekt (St. Paul's Cathedral)
10) **Igor Němec**, primátor Prahy
11) **Ivo Svoboda**, ministr a vězeň
12) **Eamon de Valera**, prezident Irské republiky

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
2) **Art Garfunkel**, zpěvák
3) **Marek Benda**, cenzor, právník z Plzně (náhubkový zákon)
4) **Michael Jordan**, sportovec (koš)
5) **Philip Glass**, hudební skladatel
6) **Emanuel Lasker**, mistr světa v šachu
7) **Kryštof Eben**, hudebník a bratr
8) **Leon Trockij**, revolucionář
9) **Sir Christopher Wren**, architekt (St. Paul's Cathedral)
10) **Igor Němec**, primátor Prahy
11) **Ivo Svoboda**, ministr a vězeň
12) **Eamon de Valera**, prezident Irské republiky
13) **Bram Stoker**, spisovatel (Drákula)

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ)

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ)

Psi pokousaly hyeny.

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ)

Psi pokousaly hyeny.

Umřeli mi ondatry.

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ)

Psi pokousaly hyeny.

Umřeli mi ondatry.

Pošli mi ondatry.

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ)

Psi pokousaly hyeny.

Umřeli mi ondatry.

Pošli mi ondatry.

vyděl

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ)

Psi pokousaly hyeny.

Umřeli mi ondatry.

Pošli mi ondatry.

vyděl

Chlapci šly.

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ)

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ)

Psi štěkaly.

Psi štěkaly.

Vaši odporní šerední chlupatí páchnoucí **psi** včera v noci strašlivě hlasitě **štěkaly** na měsíček.

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ)

Psi štěkaly.

Vaši odporní šerední chlupatí páchnoucí **psi** včera v noci strašlivě hlasitě **štěkaly** na měsíček.

Úplně stejně jako vaši odporní šerední chlupatí páchnoucí **psi** **štěkaly** včera v noci naše krásné plavé čistotné hyeny na měsíček.

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ) - continued

Obecní úřad každému občanu vyplatí 50 Kč.

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ) - continued

Obecní úřad každému občanu vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka udá, vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka udá, vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka, který tu sochu poškodil, udá, vyplatí 50 Kč.

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ) - continued

Obecní úřad každému občanu vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka udá, vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka, který tu sochu poškodil, udá, vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka, který tu sochu, která na sloupu, jenž na mostě, který na cestě, jež Horní a Dolní náměstí spojuje, leží, stojí, stojí, poškodil, udá, vyplatí 50 Kč.

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ) - continued

Obecní úřad každému občanu vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka udá, vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka, který tu sochu poškodil, udá, vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka, který tu sochu, která na sloupu, jenž na mostě, který na cestě, jež Horní a Dolní náměstí spojuje, leží, stojí, stojí, poškodil, udá, vyplatí 50 Kč.

Závěrem: problém do šatny - nudná přednáška

Závěrem: problém do šatny - nudná přednáška

Nudný profesor vede nudnou přednášku.

Závěrem: problém do šatny - nudná přednáška

Nudný profesor vede nudnou přednášku.

Studentům se chce neustále spát.

Závěrem: problém do šatny - nudná přednáška

Nudný profesor vede nudnou přednášku.

Studentům se chce neustále spát.

Téměř neustále alespoň některý student spí.

Nudný profesor vede nudnou přednášku.

Studentům se chce neustále spát.

Téměř neustále alespoň některý student spí.

PRAVIDLO: Jestliže usne **více než polovina přítomných studentů**, nudný profesor se naštve a příště dá písemku.

nudná přednáška - zadání úlohy

V inkriminovaný den přišlo na přednášku **pět** studentů.

nudná přednáška - zadání úlohy

V inkriminovaný den přišlo na přednášku **pět** studentů.

Přednáška byla tak nudná, že **každý student usnul právě dvakrát (ve dvou různých intervalech)**.

nudná přednáška - zadání úlohy

V inkriminovaný den přišlo na přednášku **pět** studentů.

Přednáška byla tak nudná, že **každý student usnul právě dvakrát (ve dvou různých intervalech)**.

Navíc: **každý spal s každým**.

nudná přednáška - zadání úlohy

V inkriminovaný den přišlo na přednášku pět studentů.

Přednáška byla tak nudná, že **každý student usnul právě dvakrát (ve dvou různých intervalech)**.

Navíc: **každý spal s každým**.

OTÁZKA: Bude příště písemka?

Závěr

Závěr

Historka Milana B.

Končíme

Mějte se krásně, propagujte matematiku a neberte se moc vážně!