

Stanislav Trávníček

Pojďme na to s matematikou (a někdy i s počítačem)

Je připraven koncept všech 21 kapitol pro recenzi.

Orientační rozsah:

Přibližně 200 stran formátu B5 včetně vložených obrázků

V této knížce bych chtěl čtenáři předložit několik reálných problémových situací, s nimiž jsem se setkal, považoval jsem je za zajímavé a řešil je užitím matematiky. Náměty jsou většinou mé vlastní a jen několik jsem převzal jako inspiraci, kterou jsem zpracoval vlastním způsobem. Matematizací reálných situací na školní úrovni jsem se zabýval desítky let a některé z mých publikovaných článků jsem po úpravě do navrhované knížky pojal.

S uplatňováním matematiky při řešení praktických problémů mám vlastní praktické zkušenosti podložené mým mnohaletým působením v mimoškolní praxi – zejména v průmyslu a v dopravě, kde jsem působil více než 15 let. Do knížky jsou zařazeny i některé podněty z té doby.

Vycházím z toho, že když se s nějakým reálným problémem setkáme, nevíme předem, zda k jeho vyřešení bude stačit matematika základní školy, střední školy nebo snad bude muset pomoci i vyšší matematika, a co svěříme počítači. Takové jsou i problémy v této knížce. Všechny předložené situace jsou srozumitelné již pro žáky základních škol (zájemce o matematiku), při řešení se ve více případech použijí matematické znalosti získávané na střední škole a zcela výjimečně se někdy nahlédne i do sfér vyšší matematiky. U některých problémů je navrženo i počítačové řešení (programy v Pascalu).

Jestliže se někdo učí hrát šachy a chce být dobrý, pak si mimo jiné přehrává šachové partie z literatury a sleduje komentáře ke strategickým krokům nebo i k jednotlivým tahům. Mám za to, že s matematizací je to podobné a že by se potenciální řešitelé problémů užitím matematiky také měli seznámit s některými problémy již vyřešenými, aby si dobře uvědomili, co to vlastně ta matematizace je a s čím se při ní může setkat. Tomuto tématu se v současnosti nevěnuje žádná praktická matematická publikace vhodná pro učitele a studenty a smyslem mého spisku bylo do této mezery vstoupit.

Obsah:

Úvod

1. Kam jít na tramvaj
2. Čekání při místní dopravě
3. Asteroida v autobusu
4. Nejrychlejší přesun
5. Na koho to slovo padne a karty
6. Jak si n dívek hrálo s míčem
7. Pohled do továrny na dětské vláčky
8. Denní inventury ve skladě
9. Výplata n euro
10. Několik zajímavých setkání (s geometrickou pravděpodobností)
11. Rytmické etudy
12. Jak se adaptuje KOZA
13. Jak na zebry
14. Logické úlohy
15. Optimální tvar podlahy hlediště
16. Oblouky
17. Návštěva přítele
 1. Šití záclon
 2. Věšení záclon
 3. Zajímavé setkání
 4. Výběr dávky ořechů
18. Ještě čtyři nápady
 1. Počítač, který ukáže všechno
 2. Jak máchat prádlo
 3. Rozpis soutěží
 4. Co s prošlým kalendářem
19. A ještě tři pohádky
 1. O chamtivé myšce
 2. O udiveném divokém králíčkově
 3. O roztržité kačenceŘešení problémů z pohádek
20. Matematizace reálných situací
21. Učíme se modelovat
 1. Slovní úlohy o celku a částech
 2. Úlohy o směsích
 3. Úlohy o společné práci
 4. Úlohy o pohybu

Anotace jednotlivých kapitol

1. Kam jít na tramvaj

Bydlíme mezi zastávkami tramvaje, autobusu, trolejbusu. Na které zastávce je výhodné nastupovat či vystupovat? Řešení v ulici a postupné rozšiřování problému: do roviny a na případ tří zastávek a zatáčky.

2. Čekání při místní dopravě

Když přijdeme na zastávku místní dopravy, musíme chvíli čekat. Jak dlouho? Pojem náhodný cestující. Postupné rozšiřování problému: doprava rovnoměrná, nerovnoměrná, použití více linek a vliv na průměrnou dobu čekání náhodného cestujícího.

3. Asteroida v autobusu

Dveře v dopravních prostředcích jsou konstruovány různě. Některé starší typy nás při otevírání nebo zavírání mohou udeřit. Kreslí určitou křivku a závisí na nás, na kterou stranu křivky si stoupneme, na nesprávné nás dveře udeří. Je to asteroida.

4. Nejrychlejší přesun

Společnost (výprava) se chce přesunout jinam, ale mají k dispozici vozidlo s nedostatečnou kapacitou. Jak optimálně zorganizovat přesun, aby proběhl co nejrychleji? Řešení různých situací, alternativy pro různé zvláštní případy.

5. Na koho to slovo padne

Děti se při hře rozpočítávají, aby zjistily, kdo zahájí hru. Jde to však vypočítat předem a nejen to, pomocí stejného matematického modelu lze připravit i jeden karet- ní trik. Pro usnadnění přípravy tohoto triku je sestaven počítačový program.

6. Jak si n dívek hrálo s míčem

Dívky si házejí s míčem podle pravidel, která si vymyslely. Někdy hrají všechny, někdy ne. Na čem to závisí? Do modelu vchází soudělnost přirozených čísel a vlastnosti komplexních n -tých odmocnin z jedné.

7. Pohled do továrny na dětské vláčky

Pohled do některých problémů výrobního podniku: V továrně se vyrábějí různé druhy vagónků a různé druhy lokomotiv. Jaký materiál je k tomu zapotřebí? Co se

z něho vyrábí? Z čeho se výrobky skládají? Co se všechno musí vypočítat? Sestavování kolekcí a plán výroby. Materiálové normy, kusovníky, jak to spolu funguje, jaké matematické modely pomáhají. Je tu rovněž uvedena charakteristika úloh v praxi a v čem se liší od úloh „školních“.

8. Denní inventury ve skladě

Ve skladě jsou nepřehledné ostrůvky navršených palet, na nichž jsou přepravky plné lahví. Každý den navečer se tu provádí inventura. Jak nejlépe zjistit počet všech palet? Různé modely řešení, zajímavý vzorec a jeho programová analýza. Součástí textu je počítačový program, který lze využít i pro výpočty obsahů nepravidelných obrazců..

9. Výplata n euro

Máme vyplatit n euro v mincích 1 €, 2 € a 5 €. Kolik je možností? Postup od primitivního modelu až po model algebraický a obecný výsledný vzorec. Je připojen počítačový program pro ověření jeho správnosti.

10. Několik zajímavých setkání (s geometrickou pravděpodobností)

Hra na loď; geometrická pravděpodobnost; vztah mezi geometrickou a klasickou pravděpodobností. Nečekaná setkání s geometrickou pravděpodobností: čekáme na vlak, setkání Adama s Evou, co nám z vesmíru spadne na střechu, opět čekání na místní dopravu (tentokrát krátké); jak vypočteme π pomocí jehly, odvození; trojí lámání špejle. Náhodná čísla. Počítač nám pomůže (je vytvořen počítačový program), napoví nám, my to dopočítejme.

11. Rytmické etudy

Když se děti učí hrát na hudební nástroje, dělají jim potíže rytmické změny. Je proto namístě myšlenka rytmických cvičení - etud. Jak v této souvislosti hudbu modelovat? Jaké druhy etud je třeba uvážit? Kolik je rytmických typů taktů? Jak získáme podklady pro skládání rytmických etud? (Je tu i analýza pro programového řešení.) Co na to hudební praxe?

12. Jak se adaptuje KOZA

Adaptace na podmínky získávání potravy se přisuzuje jen živým organismům. Takové adaptivní zařízení však lze sestavit i z krabiček od zápalek. Jsou provedeny přesvědčivé praktické ukázky (výstupy počítačového programu) prvotní adaptace zařízení i adaptace po změně podmínek.

13. Jak na zebry

Některé logické úlohy mívají charakter reálné situace, například tzv. klasické zebry. Je ukázána matematická podstata úlohy a odvozen matematicko–logický model jejího řešení. Na základě tohoto modelu jsou navrženy dvě podstatné procedury k počítačovému řešení.

14. Tabulky pravdivosti

Je tu předvedeno řešení několika logických úloh, které jsou zvláštní tím, že osoby, které možná lžou, posuzují pravdomluvnost jiných osob.

15. Optimální tvar podlahy hlediště

Jaký tvar má mít podlaha hlediště, aby všichni diváci dobře viděli? Je tu odvozen obecný algoritmus a počítačový program, kterým jsou prozkoumány jednotlivé případy – divadlo, kino, fotbalový i hokejový stadion.

16. Oblouky

Zde je pojednáno o problémech stavebníka, který nechce, aby kryté vstupní partie do jeho budoucího domu byly přísně obdélníkové, ale má přání, aby všechny vstupy (různé šířky) byly nahoře uzavřeny oblouky stejného charakteru. Je připraven počítačový program pro ukázky různých oblouků, výběr (eliptický oblouk) a program, kterým se v Excelu provedou potřebné výpočty a jsou předvedeny ukázky postupu prací i hotového domu.

17. Návštěva přítele

Návštěvníkem je doc. RNDr. Jaromír Šimša, CSc., který je autorem částí 17.1 a 17.3.

17.1. Šití záclon

Návštěvník řeší problém ušití nařasené záclony, tedy v jakém vzájemném vztahu by měly být šířka skladů, velikost mezer mezi nimi, délka garnýže a šířka koupené záclony.

17.2. Věšení záclon

Téma pokračuje a řeší se počty háčků pro zavěšení záclon tak, aby horní okraj záclon byl bez průvěsů, fungovalo shrnování a aby při věšení záclon nebylo potřeba nic měřit.

17.3. Zajímavé setkání

Zde je popsána velmi zajímavá a na první pohled složitá reálná problémová situace. Návštěvník popisuje svůj zážitek z pozorování činnosti dávkovacího stroje na ořechy para a důmyslné odvažování jednotlivých dávek o předem zadané hmotnosti, přestože jednotlivé ořechy mají různou hmotnost.

17.4. Výběr dávky ořechů

Téma pokračuje volbou matematického modelu řešení, programovou analýzou a je uveden i program, který řeší základní problém dávkování.

18. Ještě čtyři nápady

18.1. Počítač, který předvede všechno

Když v bodech na obrazovce zkombinujeme všechny možné ze 16 počítačových barev, zobrazí se nám všechny možné i nemožné situace. Rozebírá se, jak to zařídit, abychom mohli na obrazovce vidět cokoli, a zda je to vůbec možné.

18.2. Jak máchat prádlo

Opakovaným mácháním se postupně snižuje koncentrace pracího roztoku v prádle. Řeší se, jak máchat prádlo, aby nebyla velká spotřeba vody a aby počet máchání byl pro praxi přijatelný.

18.3. Rozpis soutěží

Má se hrát turnaj „každý s každým“. Je zvolen model a připraven počítačový program, který provede rozpis soutěže pro libovolný počet účastníků.

18.4. Co s prošlým kalendářem

Řeší se problém, za jakých podmínek a kdy příště, ve kterém roce R , by mohl od 1. ledna nebo od 1. března posloužit kalendář z roku R_0 . Je uveden počítačový program, který zjišťuje vhodné letopočty.

19. A ještě tři pohádky

19.1. O chamtivé myšce

Král myšího království nebyl spokojen s chamtivostí svých poddaných a tak testoval, která myš je nejchamtivější, aby ji vyhnal ze svého království. To má objevit i řešitel.

19.2. O roztržité kačence

Malá kačenka byla s rodinou na procházce a pak měla pro maminku obstarat recept na kaši. Byla však velice roztržitá a jen tak tak se jí podařilo úkol splnit. Řešitel má zjistit, jak moc se při tom nachodila.

19.3. O udiveném divokém králíčkovi

Divoký králíček by chtěl kalhotky a tak ho maminka vzala na jarmark, kde se kalhotky pokusili koupit. Prodavači však měli velmi zvláštní požadavky. Nakonec ze situace vyplynuly dvě otázky, na které je třeba najít odpověď.

19.4 – 19.6. Řešení pohádkových úloh

20. Matematizace reálných situací

První seznámení, ukázka problematiky na příkladech. Reálná situace a reálný systém, ukázka na příkladu výrobního podniku. Matematické modelování, matematický model; o jeho tvorbě. Strategie postupu při řešení praktických problémů užitím matematizace reálných situací, nové (úplnější) schéma, pojednání o fázích činnosti. Vyhodnocení výsledků činnosti; co když praxe výsledek odmítne? Matematizace ve škole, správné využití slovních úloh.

21. Učíme se modelovat

21.1. Slovní úlohy o celku a částech

21.2. Úlohy o směsích

21.3. Úlohy o společné práci

Ve všech třech částech je provedeno rozčlenění na skupiny úloh a jsou specifikovány typy úloh a jejich matematické modely. Ve všech třech částech je analyzován a uveden počítačový program na řešení různých typů úloh.

21.4. Úlohy o pohybu

I zde je provedeno rozčlenění na skupiny úloh a jsou specifikovány typy úloh a jejich matematické modely algebraické a geometrické.

- * -

O velkém významu toho, aby se studenti a žáci učili řešit praktické problémy užitím matematiky, nikdo nepochybuje (a doufám, že o mé schopnosti něco pěkně napsat také ne). Recenze zpracovanou knížku předběžně pochválila.

Současná realita je však odlišná. Vydavatelům jde samozřejmě o peníze a ne o nějakou ideu. Například v Prométheu měli názor, že zájemců o matematiku je v ČR málo, takže nechtějí riskovat možnost malého odbytu a ztrát.

Které potencionální čtenáře jsem při psaní viděl já? Byli to::

- zájemci o matematiku – účastníci matematické olympiády a jiných matematických soutěží z řad žáků základních škol a studentů středních škol;
- učitelé matematiky, kteří to s výukou řešení praktických úloh užitím matematiky myslí vážně a rádi se něco nového dozvědí;
- budoucí učitelé matematiky, kteří jednou mají matematizaci učit, ale nemají o ní zatím moc znalostí ani vlastních zkušeností.

Zatím nevím, co dál, jen něco zkouším, ale moc nadějí si zatím nedělám.

Olomouc 9. Zář 2012

St. Trávníček